

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Math. 284.

Math. 284

IVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT
900000066761

NUOVE PRATICHE
DI GEOMETRIA
INDICATE NELLA SEGUENTE PAGINA

E PUBLICATE

DA FRANCESCO VENTRETTI

PER UTILITA'

DEGL' INGEGNERI, E PERITI AGRIMENSORI;

E PARTICOLARMENTE

PER IL COLLEGIO MILITARE

DI VERONA.



IN VERONA

NELLA STAMPERIA MORONI

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

MDCCLXXVIII.



Le Radici.
Il Nomenclatore.
Li Profili.
La Zona.
Lo Analemma.
La Geneſi.
L'Oroſmetro.

Di queſte nuove pratiche di geometria le prime quattro appartengono ſingolarmente a coloro, ch'eſercitano publicamente la profeſſione d'Ingegneri, e Periti Agrimenſori; e pure non dirò già tutti, ma certamente in buona parte, ſe non avran coraggio di ſprezzarle in paleſe, perchè in fine il loro diſpregio cadrebbe di rifleſſo nella loro ignoranza: ricuſeranno per lo meno con franchezza di ſervirſene, *non quia* al dir d'Orazio (*) *nil rectum, niſi quod placuit ſibi, ducunt*, avvegnachè forſe mai nol conobbero; *vel quia turpe putant parere minoribus*, mentre qui non ſiamo nel caſo, vivendo io l'anno ſeſſageſimo quinto; ma perchè non vorranno, *quæ imberbes didicere, ſenes perdenda fateri*; e moſtrar biſogno d'imparare, ſe anche ne conoſcano il pregio. Per il che ſe anche con ciò voleſſero far intendere, che ſe per un fatto ſimile non v'ha forſe voluto meno d'un ſecolo per eſtinguere la vecchia ſcuola infruttuoſa peripatetica, e ſtabilir da per tutto la feconda filoſofia moderna: penſino ancora, che per introdur, e diffondere in poco tempo l'uſo di queſte nuove pratiche geometriche, può eſſer ſufficiente la Scuola Militare. Ma qnand' anche ſucceda il contrario, a me baſta, che ſieno eſſe utili realmente, come le ho dette in fronte del libro, e come da molti ſaranno ſenza dubbio conoſciute per tali; dopo di che altra ricompenſa non curo.

(*) *Epiſt. I, Libr. II, verſ. 83, e ſegg.*

INDICE.

DELLA ESTRAZIONE DELLE RADICI pag. 1

Del modo più facile di cavare da un numero la radice quadrata. 2
Nuova maniera di ordinare, e tener unite tutte le operazioni necessarie all' estrazione della radice cubica, onde si abbia non solo una gran facilità, che brevità, e chiarezza in conseguirla. 5
Regola, con cui estratta la radice prossima biquadrata da un numero non biquadrato, si convertono alla spezie delle unità del primo residuo le unità del secondo, allorchè vi siano. 9
Digressione, con cui si avverte, che non è da fidare alla regola di falsa posizione la risoluzioni aritmetiche, senza farne le prove, perchè in certi incontri è fallace. 10

NOMENCLATORE.

De' prodotti piani, solidi, e sursolidi, che derivano dalle denominazioni di pertica, piede, oncia, punto, atomo, e minuto. 14
Regola di calcolar ogni triangolo rettilineo con la sola cognizion dei tre dati. 15
Qual uso si faccia di quel numero che rimane dall' estrazion della radice, allorchè non sia quadrato quello, da cui si estrae. 16
Il Nomenclatore. 17
Moltiplicazione di quattro dimensioni espresse in pertiche, piedi, once, e punti. 25
La sopraddetta moltiplicazione in altro modo con la sua prova per punti. 26
Estrazione della radice quadrata dal suo prodotto fatto per punti. 27
Spiegazione delle figure piane, e solide, che nascono dal moltiplicar fra di se due, e tre dimensioni, cioè delle figure piane. ivi
delle figure solide. 28
Da quali denominazioni si possa cavar la radice quadrata, e da quali altre la cubica. ivi

LI PROFILI. 29

Modo facile per costruire il profilo d'una livellazione d'acque. 30
Primo profilo con le altezze del livello. ivi
Operazione aritmetica per il detto profilo. ivi
Operazione geometrica per il medesimo. 32
Uso del profilo. 34
Secondo profilo senza le altezze del livello. 37
Operazione aritmetica per il sopraddetto. 38

Opere

Operazione geometrica per lo ſteſſo profilo. pag. 39
Terzo profilo di piccola eſtenſione. 40
Per aver le neceſſarie miſure da formar il profilo d'un monte non eſſendo conveniente la pratica, nè valevole il livello: ſi ſoſtituiſce l'Oroſmetro, o ſia Miſura-monte. 43
Uſo dell'Oroſmetro per rilevar le miſure orizzontali, e verticali de' monti, e ordine di notarle. 44
Operazione aritmetica per il profilo de' monti. 45
Operazione geometrica per il profilo de' monti. 46
Avvertimento, e iſtruzione per determinar le verticali, e orizzontali, ove non ſi abbiano diſtinte nell'Oroſmetro. 47

L A Z O N A. 49

Coſtruzione della medeſima. 51
Uſo della Zona per conoſcere, quante pertiche, piedi, oncie, e punti della ſcala d'un diſegno ſia una data linea del medeſimo. 53
Eſempj, e dimoſtrazione di queſt uſo. 54
Ripiego, allor quando la linea del diſegno foſſe troppo lunga, o troppo breve. 55
Iſtruzione per il nuovo calcolo ſopra la Zona. 57
Simile ripiego per il caſo, che tutta la linea della Zona foſſe ſtata ſcorſa dal compaſſo prima d'incontrar una traccia. 58
Appendice I. *Nuovo meccaniſmo per coſtruire col compaſſo una ſcala di pertiche minute.* 59
Nuovo meccaniſmo ſecondo per trovar una decade di pertiche d'una ſcala, che manca a un diſegno, allorchè del medeſimo ſia nota in ſole pertiche la quantità d'un lato. 60
Eſſendo nota la quantità d'un lato d'un diſegno: ritrovare con qualunque Zona la quantità di qualſivoglia altro lato del medeſimo. 61
Con una Zona ſola fare il calcolo di qualunque propoſto diſegno, ſempre che ſia conoſciuta la quantità d'un lato del medeſimo, 63
In alcune operazioni geometriche, alle quali ſi poſſa applicare il calcolo, è comodo, e di felice riuſcita l'uſo d'una ſcala ben diviſa in parti minute. Con queſta ſi propone di ridurre una bocca rettangolare d'acqua in una circolare ſenz'alterazione di ſua quantità. 64
Con la ſteſſa ſi propone, come dato il piede Veroneſe ſi conſeguiſca il piè del Re, le braccia Veroneſi da lana, e da ſeta, e il piede Geografico. 65
Proporzione del piede Veroneſe al piede Geografico, e della pertica Veroneſe al paſſo Geografico; da cui ſi conoſce, a quante pertiche Veroneſi equivaglia un miglio d'Italia. 66
Appendice II. *Modo più facile, e ragionevolmente più ſicuro di calcolare uno ſpazio chiuſo da due linee, una retta, e l'altra curva,* ivi
Calcolo del trilineo 67
Calcolo del quadrilineo 68
Appendice III. *Si libera da un'imputazione il modo pratico di rilevar in diſegno le figure de' terreni alternando con la tavoletta le ſtazioni.* ivi

Si dimostra la fallacia del traguardo formato con le diottre, che stabiliscono la linea visuale nel mezzo della sua riga. 70

LO ANALEMMA. 71

Definizioni per la sfera Armillare. 73
Esposizione dell' Analemma determinato, e sua costruzione geometrica. 75
Descrizione delle sezioni di que' paralleli che racchiudono i segni del zodiaco. 76
Si converte in ore, e minuti un dato numero di gradi, e minuti di cerchio, e viceversa. 78
Data la elevazione del polo d' un luogo, si trova di esso la quantità del giorno massimo 79
Dato il giorno minimo d' un luogo, si trova di esso l' altezza del polo. 80
Data la elevazione del polo d' un luogo, si trovano nell' orizzonte i punti, ove nasce, e tramonta il Sole, quando è nel tropico estivo. 81
Dato nell' orizzonte il punto, ove nasce, o tramonta il Sole nel tropico estivo, si trova l' altezza del polo. 82
Data l' altezza del polo, e la lunghezza del giorno, si trova la sezione del parallelo, e la sua declinazione dall' equatore. 83
Sopra la circonferenza del meridiano si descrivono li paralleli per la divisione de' climi tanto per gli aumenti di mezz' ora, quanto d' un mese. 84
Appendice I, *in cui si risolvono li sopraddetti problemi dell' Analemma con le tavole trigonometriche per logaritmi.* 85
Per aver la declinazione d' un dato punto dell' ecclittica; e per trovar la quantità del giorno massimo, data l' altezza del polo. 86
Per aver l' altezza del polo, data la luce del giorno minimo; e per aver li punti del nascer, e tramontar del Sole nel tropico estivo, data l' altezza del polo. 87
Per aver l' altezza del polo, dato nell' orizzonte il punto ortivo, ovvero occiduo del Sole nel tropico estivo; e per aver la declinazione del parallelo, data l' altezza del polo. 88
Appendice II, *in cui si manifesta un nuovo teorema per logaritmi, onde risolvere il problema trigonometrico di trovar li tre angoli di un triangolo con la notizia dei tre lati.* 89
Esempio del medesimo problema. 90

LA GENESI. 93

Lettera indirizzata al Signor Abbate D. Gaetano Marzagaglia. 97
Definizioni, problemi, e corollarj per la generazion di tutti li triangoli sopraddetti in infinito. 99
Teoremi, che da essi derivano. 102
Dimostrazioni algebraiche sopra tutta la Genesi de' triangoli pitagorici. pag. 103 e segg.
Problema, in cui si osserva, come scherzano le frazioni ne' triangoli pitagorici. 121

Appen-

Appendice, *in cui si dinota, che applicando ai triangoli numerici obliquangoli le regole inservienti alle generazioni de' rettangoli, si conserva sempre la differenza medesima tra la somma de' quadrati dei due lati, e il quadrato della base, o siano obliquangoli intermedj, oppur laterali.* pag. 125

Problemi, co' quali mediante la Genesi de' triangoli obliquangoli si può trovar facilmente la serie de' numeri, li quadrati de' quali mancano dell' unità dal doppio quadrato d' un altro numero. 127

Eccedono dell' unità dal doppio quadrato d' un altro numero, e così ancora del 2. 128

E si trovano ancora due serie di triangoli, in una delle quali il quadrato della base eccede, e nell' altra manca d' una data differenza dalla summa de' quadrati dei loro lati. ivi

Si conseguiscono altre serie di due quadrati uguali a due altri quadrati, in una coppia de' quali il quadrato della differenza è sempre costante; di tre quadrati uguali a due; di un quadrato uguale a tre, uguale a quattro ec. 129

L' OROSMETRO. 131

E sua costruzione. 133

Proprietà e uso di questo Istromento. 134

Dalla sommità d' un monte misurare la orizzontale corrispondente al suo pendìo. 135

Dalle falde d' un monte misurare la orizzontale corrispondente al suo pendìo. ivi

Misurare la orizzontale corrispondente ad un pendìo irregolare d' un monte. 136

Di un podere sopra un monte misurare i lati orizzontali corrispondenti ai lati inclinati di esso. 137

Perchè alcuni numeri delle pagine, affissi alle Tavole delle Figure; non si riferiscono bene alle pagine, ove esse Tavole appartengono: si è fatto l'infrascritto registro, che servirà di regola per collocarle a suo luogo, e dovranno riguardar la pagina citata.

Profilo I.	pag. 36
Profilo II.	pag. 40
Profilo III.	pag. 42
Figura dell' operazione aritmetica per il Profilo IV.	pag. 46
Profilo IV.	pag. 48
La Zona I.	pag. 68
La Zona II.	pag. 70
Analemma	pag. 84
Orosmetro I, e II. in fine del Libro.	

NUOVE PRATICHE
DI
GEOMETRIA.

DELLA ESTRAZIONE DELLE RADICI.

IN tutte le operazioni dell'aritmetica ſuccede comunemente, che quando ſi voglia operar con la mano, ſi affatica poco la mente, ma s'impiega più tempo; al contrario quando ſi voglia applicar con la mente, la mano opera poco, e in tempo più breve ſi aſſolve l'operazione. Queſto fa, che ne' fondachi, e nelle botteghe, in cui ſi tien conto del tempo, li negozianti abbracciano più volentieri il ſecondo modo; e però talvolta fra loro vanno a gara a chi le ſa più brevi, voglio dire in materia di regole aritmetiche, le quali poi d'ordinario apprezzano, e tengono in ſe ſenza volerle comunicare. Difatto le ſcorciatoje ſono le vie più battute; e quando uno in far conti abbia contratta facoltà di ſtar raccolto, ha conſeguito una bella qualità; perchè ſebben la mente ha dovuto fare in principio alcuni ſforzi, onde aſſuefarſi con l'eſercizio ad un pieno raccoglimento: fatta la conſuetudine più non riſente alcun peſo in tutto il progreſſo, e ſe ne compiace.

Dunque ancora nell'eſtrazion delle radici è bene accorciar le operazioni; ma conſiderando il modo, che ſi tiene, ſenon da tutti, almeno da molti, di cavar la radice quadrata; comecchè ſono pochi gli elementi, che coſtituiſcono il quadrato d'un binomio: così non potea non manifeſtarſi per tempo il modo più riſtretto; e però l'eſtrazione della radice quadrata oggi non abbiſogna di riforma per migliorarla; laddove eſſendo molti gli elementi, che concorrono alla coſtituzione d'un binomio innalzato al cubo: è deſiderabile un metodo più ordinato, e raccolto di cavar la radice cubica. Dico più ordinato, e raccolto, avvegnachè intendo parlare della ſua materialità puramente, la qual conſiſte nell'ordinare, e tener unite le operazioni neceſſarie, e farle eziandìo compendioſamente, per cui ne riſulti facilità maggiore, brevità, e chiarezza; giacchè riſpetto alla ſua formalità il fondamento è un ſolo, che non può eſſer diverſo in alcun tempo.

Perchè dunque tutti ad un modo non cavano la radice quadrata, descriverò prima quello, che a mio giudizio è il migliore. Passerò poi a descrivere il modo di cavare la radice cubica, secondochè mi è riuscito di ordinarlo, tenerlo raccolto, e renderlo breve. In terzo luogo terminerò l' istruzione con la radice biquadratica, la di cui regola, come vien praticata, non ammette restrizioni; ma vi sarà questo di più, che se dopo averla estratta siavi il secondo residuo, insegnerò facilmente a trasformarlo, e ridurlo alle unità del primo.

Esporrò ogni cosa con l'applicazione agli esempj, a fine di agevolarne l'intelligenza, ma non molto diffusamente, perchè non è mio pensiero, che queste istruzioni siano originarie, ma solamente rese migliori; e però suppongo, chi legge, bastevolmente iniziato in questa materia, onde possa intendere, quanto sarò per dire, senza ch' io debba incominciare dalle prime nozioni, e poi continuando formare un trattato sopra un argomento di qualche estensione, e di cui già molti avendo parlato, non pare necessario moltiplicarne le repliche.

Del modo più facile di cavare da un numero la radice quadrata.

Sia da estrarre la radice quadrata dal numero A. A 53477897

Bisogna sul principio distinguer a due a due li caratteri aritmetici, incominciando dal 7 primo carattere a mano destra, mettendovi un punto di sotto; e venendo a sinistra si lascia il 9, mettendo il punto sotto il terzo 8, e così sotto il quinto 7, e sotto il settimo 3, procedendo per tutte le località dispari, quante ve ne fossero; di modo che al primo punto, che si è fatto, appartenga il 97, al secondo il 78, al terzo il 47, e all'ultimo il 53, al quale in altri casi può appartenere un carattere solo, cioè quando fosse dispari la moltitudine de' caratteri, che costituissero il numero proposto. Questa distinzion di caratteri si dice preparazione, dalla quale si ritrae, che da tanti caratteri sarà espressa la radice quadrata, quanti sono li punti segnati sotto li caratteri del numero, da cui si ha da cavare.

Si incomincia poi a mano sinistra, e per prima operazione si prende la radice quadrata, se si può, e se non si può, la prossima minore, di quel numero, che vien espresso da uno, o da due caratteri, che sono abbracciati dal punto, che fu l'ultimo segnato. Nel nostro esempio essendo il 53, che non ha radice precisa, la sua prossima minore è 7, e questo 7 si nota a parte, come in B, il di cui quadrato 49 si deve sottrarre dal 53; e il residuo 4 si scrive sotto il 5 del 53, come si vede in C.

B 7 A 53477897 C 4

Per

Per seconda operazione si uniscono al 4 in B 7 A 53477897 C li due caratteri 47 del punto, che segue, D 143 C 447 e si avrà 447 numero da dividersi. Dipoi si E 18 raddoppia la radice 7 in B, scrivendo sotto B 7 di essa il suo doppio 14 in D, il quale si deve considerare, come avesse dopo di se il carattere 0, cosicchè non sia 14, ma il 14 moltiplicato per 10, cioè 140 numero divisore, avvegnachè la teoria della regola esige, che allorquando segua un'altra operazione da fare, debba sempre considerarsi moltiplicata per dieci tutta la radice ritrovata con la operazione antecedente. Dunque dividendo 447 per 140, si trova il quoziente 3, il quale si scrive immediatamente dopo il 14; e si avrà in D l'union de caratteri 143, la quale tutta intiera qual'è, dovrà essere moltiplicata dal 3 suo primo carattere a destra testè ritrovato; e nello stesso tempo dovrà essere sottratto il prodotto 429 da tutto il numero C, con quel compendio di operazione, che si pratica nella divisione comunemente, cosicchè il residuo 18 rimanga scritto in E sotto di esso C. Questa seconda operazione fa conoscere, che se fosse stato proposto di cavar la radice dal numero 5347, si avrebbe trovato il 73 di radice, cioè il carattere 7 in B, e l'ultimo carattere 3 in D, col residuo 18.

B 7	A 53477897
D 143	C 447
F 146	E 1878
	G 417
B 7	
D 143	
F 1461	

La seconda operazione è norma costante della terza, e di quante altre ne succedono dipoi, perchè tutte si fanno similmente; e perciò con lo stesso metodo di quella si uniscono al 18 in E li due caratteri 78 del terzo punto, che seguita; e il numero da dividersi sarà 1878. Si raddoppia la radice 73 in BD, scrivendo il doppio 146 sotto il D in F, e anche questo, per la ragione accennata di sopra, dev' essere considerato, come avesse dopo di se il carattere 0, cioè che fosse stato moltiplicato dal 10, onde il divisore non sia 146, ma 1460, per cui dividendo il numero E 1878, si trova 1 di quoziente, che si scrive in F a canto i caratteri 146 a parte destra, onde abbiasi l'unione di 1461, che tutta intiera moltiplicata per il quoziente 1 ora trovato, costituisca il prodotto 1461; il quale sottrato dal numero E 1878, lascia di residuo 417 in G. Se anche adesso, come si è detto, fosse stato proposto da estrarre la radice quadrata dal numero 534778, si avrebbe conseguito, che il 731, cioè gli ultimi caratteri a destra in BDF è la radice richiesta col residuo 417 in G.

Resta ora l'ultima operazione, giacchè per consumare li caratteri A non restano che li due ultimi 97 a parte destra da unirsi al residuo G, cosicchè

per ultimo si abbia 41797 da dividersi per il doppio della radice 731., cioè per 1462 scritto sotto il numero F in H, similmente considerato, come avesse dopo di se il 0, ovvero fosse moltiplicato per 10, cioè per 14620. Questa divisione offre di quoziente il 2, che, come si è detto, si nota in linea con gli altri caratteri di H a parte destra, acciò formi l' unione di 14622. Questa unione si moltiplica per lo stesso 2 ritrovato, e il suo prodotto 29244, che si toglie da G 41797, lascia il residuo I 12553. Perchè dunque non rimangono altri caratteri in A da impiegare, è terminata l' estrazion di radice, che si voleva; mentre tutti gli ultimi caratteri 7312, che come scala discendono in BDFH a parte destra, costituiscono la radice quadrata del numero A 53477897 col residuo I 12553, perchè il numero A non è quadrato.

B 7	A	53477897
D 143	C	447
F 1461	E	1878
H 1462	G	41797
	I	12553
B 7		
D 143		
F 1461		
H 14622		

Nella divisione succede, che al primo carattere del divisore appartenga il primo carattere del dividendo, quella volta che il dividendo abbia tanti caratteri, quanti ne ha il divisore; ma spesso ancora avviene, che al primo carattere del divisore appartengano li due primi caratteri del dividendo, quando ne abbia uno di più: nell' estrazione però della radice quadrata mostra il primo caso, che il divisore abbia un carattere di meno, e due di meno il secondo caso; ma questa cosa, per la ragione ripetuta, è di sola apparenza, perchè egli ha implicitamente quel carattere, che gli vien poi dato, quando se gli aggiunge quello del quoziente. Do questo avvertimento per coloro, che sul fatto di operare per l'estrazione della radice quadrata avessero dubbiezza nel praticar le divisioni, che occorrono, per l' apparenza, che mostrano li divisori di essere mancanti di un carattere rispetto ai loro dividendi; il che succede ancora più ampiamente, e per diversi riguardi nell' estrazione della radice cubica, ove apparisce, che li divisori manchino ora di due, ora di tre caratteri. Il contrapposto esempio comprende li due casi col terzo insieme del zero, onde si veggano tutti gli accidenti, che si possono incontrare in questa regola. Si propone di estrarre la radice quadrata dal numero quadrato A, la quale si troverà essere 98037 precisamente senza alcun residuo.

9	A	961125369
188		1511
1960		072533
19603		1372469
196067		00000

Nu-

Nuova maniera di ordinare, e tener unite tutte le operazioni necessarie all' estrazione della Radice Cubica, onde si abbia non solo maggior facilità, che brevità, e chiarezza in conseguirla.

Sia da estrarre la radice cubica dal numero A.

A 4387123963 68

Prima di tutto giusta il consueto modo si mette un punto sotto l'8 primo carattere a mano destra; e venendo a sinistra, si continua a metter altri punti ogni tre caratteri, cioè sotto il 6, 2, 8, poichè li detti punti nel nostro caso essendo quattro, sono indizio, che la radice cubica uscirà espressa con quattro caratteri, e che bisogna fare quattro operazioni per conseguirla; le quali per altro, via dalla prima, sono tutte simili; onde ben intese la prima, che è più semplice, poi la seconda, che è più complessa ma di poco, non vi sia più difficoltà per le altre.

Il primo punto a mano sinistra abbraccia li tre caratteri 438, la di cui radice cubica prossima minore è 7. Questa si scriva in B, e poi moltiplicandola per se medesima, cioè facendo il suo quadrato 49, si scriva questo prodotto in C, indi moltiplicando per 7 l' un dopo l' altro li caratteri del 49, cioè prima il 9, e poi il 4, si sottragga di volta in volta il prodotto da' suoi carratteri corrispondenti del 438, come si pratica nella regola della divisione, sotto di essi scrivendo li caratteri delle differenze, che sono 95; come vedesi in D. Si tirino per ultimo due lineette sotto li caratteri del 49 in C, come quelli che non sono più al bisogno; e sarà terminata la prima operazione.

B 7 C 49 A 4387123963 68
D 95

Al 95 in D si uniscano li tre caratteri 712 del punto, che segue; e si triplichi la radice 7 in B, scrivendole sotto il triplo 21, come si vede in E; e il 7 in B moltiplicando ad uno ad uno li caratteri del 21 in E, si mettano, di volta in volta che si producono, li caratteri 147 corrispondentemente a quelli del 49 in C, come si fa nella regola di moltiplicazione, e come si vede fatto in F. Ma quì bisogna far attenzione a un fatto necessario, e sostanzialissimo a saperssi nell' estrazione della radice cubica, cioè che il 147 si deve considerar, come avesse dopo di se due caratteri del zero, ovvero come fosse moltiplicato dal 100; cosicchè non sia 147, che in apparenza, ma sia realmente 14700; e ciò per la ragione, che ho detto anche prima nell'estrazione della radice quadrata, cioè che allorquando si passa ad un' altra operazione,

B 7 C 49 A 4387123963 68
E 21 D 95712
F 147 I 16837
B 7 G 1075
E 215 H 15775

ne, la radice ritrovata nell'antecedente si dee per legge di teoria considerare moltiplicata dal dieci; e quindi al caso presente il 7 in B non è 7, ma 70; e perciò il suo triplo 21 in E non è 21, ma 210. E comecchè poi B moltiplica E, cioè che il 70 moltiplica il 210: così per necessità deriva, che il prodotto non sia 147, ma bensì 14700. Questi due zeri però non si scrivono, perchè già nella operazion, che si continua, si supplisce adeguatamente col trasportar avanti per due località in conseguenza, la linea de' numeri G, come ora si vedrà. Dunque essendo cinque li caratteri 95712 del dividendo D, e cinque ancora li caratteri 14700 del divisor F, è manifesto, che il primo di questo ha necessaria corrispondenza col primo di quello; e quindi l' 1 dividendo il 9, si troverà, che non può esservi racchiuso che cinque volte, per cui il quoziente 5 si scriverà immediatamente dopo il 21, e si avrà in E l'union de' caratteri 215, la quale tutta intera dovrà per regola sempre costante esser moltiplicata per il numero ultimamente ritrovato, che nel caso presente è il 5, e il prodotto dovrà esser collocato sotto li caratteri, che si avranno in F, osservando, che sempre ancora li sorvanzi di due località. Dunque moltiplicato il 215 per 5, si metterà il prodotto 1075 sotto il 147 in modo, che di esso rimangano fuori li due caratteri 75 a destra, e gli altri due caratteri 10 a sinistra abbiano il suo luogo sotto il 47, come si vede alla lettera G. Continuando l'operazione si faccia di F, e G la summa H 15775, la quale si moltiplichi per il quoziente medesimo 5, e si sottragga nello stesso tempo il prodotto, secondochè di mano in mano si forma, da tutto il numero 95712 in D, scrivendo sotto di lui la differenza allo stesso modo, come si fà nella divisione; e si avrà il residuo I 16837 per compimento della seconda operazione; cosicchè se non vi fossero altri caratteri nel dato numero A da aggiungere a questo residuo, si avrebbe ritrovato il 75 per radice cubica del numero 438712, con l'avanzo di 16837.

Ma perchè del numero A restano altri caratteri per due operazioni, sotto il numero H si tirino due linee; e ciò non solo perchè facciano separazione di tutti i numeri fin ora adoperati, e che non sono più necessari, ma ancora perchè distinguano l'una dall'altra le operazioni fatte, onde poterle riscontrare nel caso, che abbisognasse. Al numero I si aggiungano del numero A li tre caratteri 396 del punto, che segue, e si avrà 16837396 per nuovo numero da dividersi di otto caratteri, composto.

B 7	C 49	A 438712396368
E 215		D 95712
K 225	F 147	I 16837396
	G 1075	O 1466917
	H 15775	
B 7	1125	
E 215	1575	
K 2259	L 16875	
	M 20331	
	N 1707831	

Della radice 75 ritrovata in B E si faccia il triplo 225; e si scriva sotto E in K; e questo triplo si moltiplichi per tutta la radice 75 di carattere in carattere, ponendo di mano in mano li prodotti, cioè sotto il 49 in C il 1125, che è il prodotto del carattere 5 della radice nel triplo di essa 225, di modo che il 5 del 1125 corrisponda al 9 del 49; e

sotto

sotto il 1125, stando però una località più indietro, il 1575, che è il prodotto del carattere 7 della radice nel triplo 225 della medesima; e li due prodotti sommati insieme costituiranno il divisor 16875 in L, il quale per la ragion addotta nella passata operazione di dover esso aver due zeri aggiunti dopo di se, sarà composto da sette caratteri, per cui il suo primo carattere 1 deve corrispondere necessariamente alli due primi caratteri 16 del dividendo I; cosicchè fatta la divisione si abbia 9 di quoziente da scrivere in K, immediatamente dopo li caratteri 225, il qual 9 sarà esso pure uno de' caratteri componenti la radice cubica. Avendosi dunque in K li caratteri 2259, si moltiplicheranno tutti per il detto quoziente 9, che ora si è ritrovato; e tutto il prodotto 20331 di tratto in tratto, che si forma, si pone sotto il numero L, incominciando per due località dopo il divisor L, come si vede in M; e poi si faccia la summa N 1707831. Questa summa si moltiplichi per il quoziente medesimo 9; e secondochè va nascendo il prodotto, si faccia la sottrazione dal numero I per cui si manifesti il residuo O 1466917. Con ciò è finita la terza operazione, e si ha ottenuto 759 di radice, cioè la cubica del numero 438712396 meno il residuo 1466917, quando altri caratteri non fossero nel numero A, onde fare la quarta operazione, che non dee punto esser dissimile dalla terza, nè quante altre ne seguisser dopo a riserva d'una maggior quantità di caratteri, che di mano in mano va crestendo in ogni operazione, quanto più devono esser li caratteri significativi, che compongono la radice.

Tirando pertanto due linee sotto il numero N, si uniranno alli caratteri del numero O 1466917 li tre caratteri 368, che appartengono all'ultimo punto; e si avrà per ultimo dividendo il numero 1466917368. Fatto poi il triplo 2277 della radice 759, egli si scriverà sotto K in P; e questi due numeri 2277, e 759 si moltiplicheranno frà di se, cioè il 9 del 759 moltiplicando il 2277, darà il prodotto 20493, di cui di volta in volta, che si manifesta, si collocano li caratteri in Q in modo, che il carattere 3 corrisponda in colonna col carattere 9 del 49 in C. Il 5 del medesimo 759 moltiplicando lo stesso 2277 darà il prodotto 11385 da situarsi in R una località più indietro del numero Q; e così ancora sotto R un' altra località più indietro il numero

B 7	C 49	A 438712396368
E 215		D 957122
K 2259	F 147	I 16837396
P 2277	G 1075	O 1466917368
	H 15775	Y 82865176
	1125	
	1575	
B 7	L 16875	
E 215	M 20331	
K 2259	N 1707831	
P 22778	Q 20493	
	R 11385	
	S 15939	
	T 1728243	
	V 182224	
	X 173006524	

mero 15939 in S, che è il prodotto del terzo carattere 7 della radice nel fuo triplo 2277; e fatta la ſomma di queſti tre prodotti Q R S ſi avrà il diviſore T 1728243, che ſuppoſto accreſciuto di due zeri ſi comporrà da nove caratteri. Il dividendo poi ſi compone da caratteri dieci: dunque per regola della diviſione da farſi, il primo carattere 1 del diviſor T ſi ha da riferire alli due primi 14 del dividendo O; e perciò operando ſi trova 8 di quoziente, da metterſi in linea immediatamente dopo gli altri caratteri del numero P; e l'unione di tutti 22778 deve, come ſi è fatto per avanti, eſſere moltiplicata dal detto quoziente 8, e poi ſituarſi il prodotto ſotto il diviſor T per due località in conſeguenza, come ſi vede in V; e la ſumma di ambedue, cioè X 173006524 moltiplicata eſſa pure dal quoziente 8, e ſottratto di mano in mano il prodotto dal dividendo O 1466917368, reſterà il numero Y 82865176; onde ſiaſi eſtratta dal numero A 438712396368 la ſua radice cubica 7598 eſpreſſa dagli ultimi caratteri delle linee di numeri B E K P tolti in ſerie, come ſono le lettere, a cui appartengono; col reſiduo Y 82865176, perchè il numero A non è cubico.

Siccome tratto tratto ſono ſtate replicate le figure, affinchè ſenza confuſione abbiaſi potuto vedere il principio, progreſſo, e termine di ciaſcuna operazione: così la contrapposta figura dimoſtra, come ſuccedano tutte in compleſſo le operazioni medeſime, onde ben ſi conoſca, ove conſiſta la nuova maniera di ordinare, e tener unite tutte le operazioni neceſſarie all'eſtrazione della radice cubica, e onde ſi abbia non ſolo maggior facilità, che brevità, e chiarezza in conſeguirla, come ſi era propoſto di fare; avvegnachè queſta maniera non eſiga di ſcrivere maggior quantità di caratteri numerici di quella, che moſtra la detta figura, e porti ſeco il vantaggio, che ho detto, di poter fare il ſuo riſcontro ad ogni operazione con molta agevolezza quella volta, che ſi temeſſe di qualche errore: coſa che negli altri metodi rieſce laborioſa, e confuſa, e bene ſpeſſo neceſſitante a far tutto da capo. Si è aggiunta la prova per verificare la radice cubica eſtratta; e ſi replica un'altro eſempio con

7	49	438712396368
215		95712
2259	147	16837396
22778	1075	1466917368
	15775	82865176
	1125	
	1575	
	16875	Prova 7598
	20531	7598
	1707831	60784
		68382
	20493	37990
	11385	53186
	15939	57729604
	1728243	7598
	182224	461836832
	173006524	519566436
		288648020
		404107228
		438629531192
		82865176
		438712396368

con la caſualità d' un zero nella radice, e con la preciſione d' un numero cubo, onde non reſti in fine reſiduo, e giovi maggiormente all' intelligenza di queſto metodo.

6	36	2624267255801 67
184		46426 . . .
1920	108	282725580
19202	736	36888772167
192063	11536	0000000000
	768	
	1152	64023
	12288	64023
		192069
	76800	128046
	11520	256092
	1228800	384138
	38404	4098944529
Eſempio 2.do	122918404	64023
		12296833587
	38412	8197889058
	76824	16395778116
	115236	24593667174
	12295681 2	2624267255801 67
	576189	
	12296257389	

Regola, con cui eſtratta la radice proſſima biquadrata, o ſia quadrato-quadrata, da un numero non biquadrato, ſi convertono alla ſpezie delle unità del primo reſiduo, le unità del ſecondo, allorchè vi ſiano.

CHi ſa cavar la radice quadrata, non ha biſogno d' imparar di più per cavar la radice biquadrata; avvegnachè per queſta ſeconda non s' inſegna altra regola, ch' eſtrarre la radice quadrata due volte, cioè ch' eſtratta la radice quadrata, nuovamente ſi eſtragga da eſſa la radice quadrata. Propoſto a cagion d' eſempio di eſtrarre la radice biquadrata dal numero 1704, la ſua radice quadrata è 41 col reſiduo 23; e la radice quadrata della radice 41 è 6 col reſiduo 5: dunque la radice biquadrata del numero 1704 è 6; ma fin quì ci è naſcoſto qual ſia il numero, che reſta, perchè il ſecondo reſiduo 5 non è della ſteſſa ſpezie del reſiduo primo 23, e ſe per ſaperlo ſi doveſſe ogni volta far il biquadrato, cioè far il quadrato 36 del 6,

e poi quadrar ancor il 36, e levar il biquadrato 1296 dal dato numero 1704, si troveria bensì il residuo 408, ma per una strada lunga, da cui possiamo declinare, andando per un' altra; la quale però sarà or più, or meno breve, a misura che è minor, o maggior il secondo residuo; e la regola è questa.

Si raddoppia la prima radice 41, e dal doppio 82 si leva il secondo residuo 5, e il numero 77, che resta, si moltiplica per lo stesso secondo residuo 5, e le unità del prodotto 385 saranno della stessa spezie delle unità 23 del primo residuo; cosicchè e quelle, e queste unite insieme formeranno tutto il residuo 408, che si lascia dal biquadrato del 6 levato dal numero proposto non biquadrato 1704.

Sia proposto un altro numero 95847362, da cui si debba cavar la radice biquadrata. Fatta la prima estrazion della radice quadrata, si trova, ch'è 9790 col residuo 3262. Dalla radice 9790 cavata la radice quadrata, comparisce il 98 col residuo 186. Il doppio della prima radice è 19580, da cui tolto il secondo residuo 186, rimane 19394. Questo numero moltiplicato per lo stesso secondo residuo 186, e aggiunto al prodotto il primo residuo 3262, come dimostra il calcolo in margine, costituisce tutto il residuo 3610546 lasciato dal biquadrato della radice 98, levato dal proposto numero 95847362.

9	95847362
187	1484
1949	17573
19580	03262
	9790
9	1690
188	186
19580	
186	
19394	
186	
116364	
155152	
19394	
3262	
3610546	

Quì non penso di aggiunger alcuna prova, come ho fatto nella radice cubica, bastandomi solo accennare il modo di farla, per chi non lo sapesse; ed è, che fatto il quadrato 9604 della radice 98, si moltiplichi di nuovo in se il detto quadrato; e al prodotto 92236816 si aggiunga il ritrovato residuo 3610546; poichè si vedrà comparir nella summa il numero 95847362 proposto da principio. Per altro la consuetudine di dar la prova ad ogni calcolo, massime se è di considerazione, a fine di assicurarsi da qualche fallo, non dirò accidentale, che per il più viene scusato, ma molto più da un fallo sostanziale, che forse mai non si perdona: è presso di me tanto lodevole, quanto importa il non soggiacere ad un pentimento forse anche perpetuo, cioè quando intorno a cose talvolta divulgate con troppa fretta si avesse poi conosciuto per avviso altrui, o nostro, che abbiamo errato.

Perchè poi questo avvertimento può esser giovevole a coloro, che per risolvere alcuni quesiti aritmetici hanno bisogno di far uso della tanto rinomata regola di falsa posizione: non sarà fuori di proposito, ch'io faccia una digressione, e che contro la detta regola mi faccia autore di averla trovata fallace, e però bisognosa di prove, semprechè si voglia praticarla. Io non renderò ragione di questo suo difetto; ma

invece

invece proporrò un quesito, che per risolverlo aritmeticamente esige questa regola; e la risoluzione sarà fatta in tre maniere, dando a ciascuna di esse di mano in mano la sua prova; con cui si vedrà, che le due prime conchiudono falsamente, e che giustamente risponde la terza.

Quesito. Di due compagni nel traffico il secondo pose più del primo Ducati 1400, e tutto il guadagno fu Ducati 1000. Si vuol sapere il Capitale del primo, dopochè del guadagno ha conseguito Ducati 400.

Modo I. Si ponga, che questo Capitale fosse Ducati 1000; e il Capital del secondo sarà stato Ducati 2400. Dunque Ducati 3400 sarà stato il Capitale intero; il quale avendo guadagnato Ducati 1000, il Capitale del primo avrà guadagnato Ducati 294 $\frac{2}{17}$; ma ha guadagnato Ducati 400: dunque si ha l'errore di Ducati 105 $\frac{15}{17}$ nel meno.

Si ponga poi, che il Capitale del primo fosse 2000, e però quel del secondo sarà stato 3400, e tutto insieme 5400; il di cui guadagno essendo 1000, costituisce 370 $\frac{10}{27}$ per guadagno del primo; ma dovea costituir 400: dunque altro errore si ha nel meno di 29 $\frac{17}{27}$.

Ora si operi secondo la regola, come si vede in figura, riducendo gli errori a frazioni spurie di comune denominazione 17.27 = 459, trascurando il denominatore, che in questa operazione è soverchio, e si troverà, che il capitale del primo deve esser 2388 $\frac{4}{7}$, quel del secondo 3788 $\frac{4}{7}$, e uniti ambedue 6177 $\frac{1}{7}$; che per condizione del quesito avendo guadagnato 1000, il primo deve aver guadagnato 386 $\frac{114}{1081}$; ma ha guadagnato 400: ecco dunque falsa questa risoluzione, unicamente riconosciuta per tale dalla prova, che si è fatta, investigando il frutto del capitale ricercato; quando per altro senza di essa pare affatto giusta e legittima la risoluzione. Intanto è vero, che nelle posizioni non v'ha disordine alcuno; cosicchè bisogna, che tutto il fallo consista nel detetminare gli errori.

105 $\frac{15}{17}$	29 $\frac{17}{27}$	1000 — 105 $\frac{15}{17}$	cioè	1000 — 486.00	
17	27			2000 — 136.00	
1800	800	2000 — 29 $\frac{17}{27}$			35.0
27	17	972000	83600.0		2388 $\frac{4}{7}$
48600	13600	136000	136		3788 $\frac{4}{7}$
2000	1000	836000	310		6177 $\frac{1}{7}$
972000	136000		300		
			10		

Modo II. Facendo uso tuttavia delle posizioni medesime, si tenti un' altra maniera nel determinare gli errori; e rispetto alla prima posizione se il capital 1000 del primo compagno ha quadagnato 400, ambedue li capitali uniti 3400 avran guadagnato 1360; ma per condizion del quesito han guadagnato 1000: dunque si ha l'errore di 360 nel più. Rispetto poi alla posizione seconda se il capitale 2000 del primo ha guadagnato 400, il capitale di entrambi 5400 avrà guadagnato 1080;

ma avendo guadagnato 1000, si ha un altro errore nel più, cioè 80; cosicchè operando come dice la regola, si trova, che il capitale del primo è 2285 $\frac{5}{7}$, quello del secondo 3685 $\frac{2}{7}$, e tutti due unitamente 5971 $\frac{1}{7}$, numeri affatto diversi da quelli, che si sono trovati anteriormente, e nulla meno insufficienti a soddisfar al quesito, come dimostra la prova; poichè se 2285 $\frac{5}{7}$ capitale del primo ha guadagnato 400, la summa 5971 $\frac{1}{7}$ di ambedue avrà guadagnato 1045, quando non ha guadagnato che 1000: dunque falsa ancor questa risoluzione, perchè non regge a fronte della prova praticata.

Modo III. Rimane finalmente una terza maniera per determinare gli errori, serbando intatte le posizioni di prima; e per assicurarsi della verità della risoluzione converrà di bel nuovo far ricorso alla prova. Pertanto la seconda condizione del quesito è il guadagno totale 1000 fatto da ambedue li capitali uniti insieme, e la terza è il guadagno parziale 400 fatto dal capitale del primo compagno; è poi 3400 il capitale intero derivato da 1000 prima posizione falsa: dunque si arguisca: se tutto il quadagno 1000 proviene da tutto il capitale 3400, il guadagno parziale 400 verrà da 1360; ma per la posizione dee venir da 1000: dunque si ha un error, ch' eccede di 360. Di nuovo perchè il capitale intero 5400 deriva da 2000 seconda posizione falsa, si arguirà similmente: se tutto il guadagno 1000 dipende da 5400 di capitale, il guadagno 400 dipenderà da 2160, ma deve dipender dalla posizione 2000: dunque si ha un altro errore eccedente di 160. Si operi, come la regola insegna, e si troverà, che il capitale del primo fu 2800; e conseguentemente quello del secondo fu 4200, e tutti insieme 7000. Se ne faccia la prova argomentando allo stesso modo, come si è fatto poco fa, e offervando, se il guadagno 400 dipenda realmente dal 2800 senza errore nè in più, nè in meno, supposto che il 1000 guadagno totale dipende dal capital intero 7000; e ciò sarà manifesto indizio della verità della risoluzione. Di fatto se tutto il guadagno 1000 riconosce per capitale il 7000, il guadagno 400 riconosce giustamente per capitale il 2800: dunque la risoluzione è legittima; e si vedrà ancora, che con li numeri di quest' ultima risoluzione si concluderà ugualmente bene, arguendo secondo le due maniere praticate nelle due risoluzioni anteriori, abbenchè quelle abbiano concluso falsamente.

1000 + 360		720000
2000 + 160		160000
	2.00	5600 00.
		2800

Ma perchè maggiormente si conosca la necessità di dar le prove ai calcoli, propongo un altro quesito molto più semplice, e facile, e che più sensibilmente dimostra, come senza le prove non dobbiamo fidarci della regola del falso.

Quesito. Trovar il divisore del 24, da cui si costituisca il numero 6 per quoziente.

Pon-

Pongasi, che il divisore sia 3; ma il 3 dividendo il 24 costituisce per quoziente il numero 8: dunque si è fatto un errore di 2 unità nel più. Pongasi, che il divisore sia 2; ma il 2 dividendo il 24 costituisce per quoziente il numero 12: dunque si è fatto un altro errore nel più di 6 unità. Operando secondo la regola, cioè moltiplicando reciprocamente le posizioni con gli errori, sottraendo l'un dall'altro i prodotti, e poi dividendo ciò, che resta, per la differenza degli errori medesimi, avvegnachè questi sono ambedue nel più: si troverà, che $3\frac{1}{2}$ è il numero, che si cerca; ma sapendosi altronde, che il numero, che si cerca, è il 4: dunque senza le prove non dobbiamo fidarci della regola del falso.

$$\begin{array}{ll} 3+2 & 18 \\ 2+6 & 4 \\ \hline 4 & 14 \\ \hline 3\frac{1}{2} & \end{array}$$

Ma può insorger taluno a difesa di questa regola col dire, che la via tenuta per investigare gli errori non è legittima; imperciocchè invece di addossar gli errori al quoziente 6, si doveano addossar al dividendo 24, ragionando così: Pongasi, che il divisor sia 3 come prima; ma questo moltiplicando il quoziente 6 produce 18, quando ha da produr 24: dunque si è fatto un errore di 6 nel meno. Di nuovo pongasi il 2 per divisore; ma questo moltiplicando il quoziente 6 produce 12: dunque 12 è un secondo errore nel meno. Operando come sopra (avvegnachè gli errori sono ambedue nel meno) si trova sicuramente, che il numero 4 è quello, che si cerca.

$$\begin{array}{ll} 3-6 & 36 \\ 2-12 & 12 \\ \hline 6 & 24 \\ \hline 4 & \end{array}$$

Nulla di meno si risponde in primo luogo, che la regola ha da esser indifferente per ogni via, che si volesse tenere, quando sia giusta, come è quella, che si è tenuta in principio; imperciocchè quando tutte le vie non fossero buone, essa stessa la regola avrebbe obbligo di far conoscere le vere dalle false; il che non si è mai fatto fin qui, nè si farà, ovvero non potrà mai farsi in avvenire. In secondo luogo la via tenuta per autenticar la regola è contraria al Problema proposto, perchè appunto con essa si risolve il Problema contrario, cioè di *trovar il numero, che moltiplicando il* 6, *produca il* 24; nè v'ha ragion di conoscere, per cui procedendo direttamente in questo Problema contrario, si abbia poi da proceder contrariamente nel Problema diretto. Queste cose sono tanto manifeste che maggiormente confermano, come non dobbiamo fidarci della regola del falso; e che per assicurarsi di essa è sano consiglio farne esperimento con la prova. E se mai ad alcuno spiacesse, che sia caricata di questa imputazione una regola antica non meno d'origine, che di credito: io di buon animo lo invito a prenderne la difesa per liberarnela, e conservarla nel diritto, di cui fin oggi è in possesso presso tutti gli aritmetici; e toglier me ad un tempo da quell'inganno, in cui per mala ventura fossi incorso.

NOMENCLATORE

DE' PRODOTTI PIANI, SOLIDI, E SURSOLIDI, CHE DERIVANO DALLE DENOMINAZIONI DI PERTICA, PIEDE, ONCIA, PUNTO, ATOMO, E MINUTO.

NOn ardirei chiamar inutile la cognizione di quelle cose, le quali pressochè da tutti si hanno poco, o niente in considerazione; perchè se non altro una verità di più nell' intelletto è sempre un ornamento allo spirito dell'uomo. Tra gli Autori di cose pratiche di Geometria non trovo alcuno, che insegni a fare le moltiplicazioni di tre misure espresse in pertiche, piedi, oncie, non che ulteriormente in punti, atomi, e minuti; molto meno poi di quattro misure: forse perchè potendosi farle, traducendo le pertiche in piedi, hanno giudicato inutile l'insegnamento; ma (quantunque non sia male il non saperle) io direi piuttosto, che non le hanno insegnate, perchè non le sapevano; essendo naturale, che se le avessero sapute, avrebbero eziandìo conosciuto, che hanno anch'esse il loro pregio per esser comunicate; e non avrebbero voluto privarsi di quel piacere, che moffi gli avrebbe per farle palesi. Difatto se alcuno della professione fosse interrogato sopra di esse, da chi bramasse averne qualche contezza, non credo certamente, che vorrebbe rispondere di non saperle: dunque non si può dire inutile assolutamente la loro cognizione. Nulla di meno alcun altro ripiglierà, che ciò si può accordare per tre misure, dalla moltiplicazion delle quali ognun sa, che si produce un solido; e sotto al calcolo d'un solido si riduce ogni cosa, che ha corpo; ma per quattro misure non apparisce, qual sia l'uso da farsene, onde si debba impararne le loro moltiplicazioni. Su questo proposito risponderò, che tra le regole della Geometria niuno potrà dire, che quella di calcolar il triangolo con la sola cognizion dei tre lati non sia bella; e pure ho fatto offervazione, che fra la gente di sola pratica è pochissimo divulgata; e la cagione probabilmente sarà l'estrazion della radice quadrata, che in essa è necessaria a saversi, e che da tanti non è saputa. Quanto poi questa regola sia anche utile, basta considerare, che giova mirabilmente per conseguir la quantità di que' terreni, che avendo la figura di pochi lati, si può per conseguenza risolvere in pochi triangoli,

goli, ſenza biſogno d' aver ſeco tutti gli ſtrumenti neceſſarj per formarne il diſegno, eſſendo ſufficiente la ſola pertica, un poco di carta, e anche la matita in mancanza di calamajo; ma giova ſpezialmente per calcolar con tutto il rigor di miſure le terre di prezzo, come quelle che ſono in luoghi murati, cioè nelle città, e fortezze, in cui ogni piccolo ſpazio ha ſtima grande. Ora biſogna ſapere, che queſta regola eſige le moltiplicazioni di quattro miſure, le quali ſe ſono eſpreſſe in pertiche, piedi, oncie, e punti, dimoſtrano apertamente l'utilità in ſaperle fare; e ſe mai ſi voleſſe ricuſar la lezione, e ridur invece alla ſola denominazione de' punti le pertiche con le altre frazioni, che ſeguono: aſſeriſco francamente, che qualche volta l' imbarazzo, e la fatica ſarà maggiore, che il moltiplicar ſotto la denominazion di pertiche. Comunque però ſi creda ciò utile, o ſoverchio, ho voluto deſcrivere in alcune Tavole, ſecondo la diverſità di ſpezie, i nomi di tutti li prodotti, che naſcono dal moltiplicare fra di ſe due dimenſioni, o miſure; indi tre; poi quattro, eſpreſſe in pertiche, piedi, oncie, punti, atomi, e minuti; e in fine delle medeſime ho propoſto, e riſolto un eſempio, affinchè ſerva di lume, e di chiarezza, maſſime per conoſcere le convenienti località, ove debbono ſituarſi li prodotti ſecondo la loro ſpezie. Ho anche aggiunto una ſpiegazione delle figure piane, e ſolide, che naſcono dal moltiplicare due, e tre dimenſioni, incominciando dalla pertica fino al minuto nelle piane, e fino al minuto terzo nelle ſolide; poichè ſicuramente queſta è una cognizion neceſſaria ad ogni pratico profeſſore.

Ma perchè alcuni di coloro, che non ſanno la regola di calcolar il triangolo nella ſola ſuppoſizione dei tre lati, potrebbono deſiderarla: ſarà bene, ch'io quì la deſcriva in ſuccinto, dove anche ſi vedrà qual uſo ſi faccia di quel numero, che rimane dall' eſtrazione della radice quadrata, allorchè non ſia quadrato quello, da cui ſi eſtrae. La regola è queſta.

Si faccia la ſumma dei tre lati del triangolo, della quale ſi prenda poi la metà. Da queſta metà ſi ſottragga ciaſcun lato; e ſi avranno tre differenze. La metà della ſumma de' lati, e le tre differenze ſono quattro dimenſioni, o miſure, che ſi debbono moltiplicar inſieme; e poi ſi cava la radice quadrata dal totale prodotto; avvegnachè la radice ſteſſa è tutta l'area del triangolo.

Eſempio. Un lato del triangolo ſia pertiche 33, un altro ſia pertiche 47, e pertiche 62 il terzo lato. La loro ſumma è 142, e 71 la metà della medeſima. Sottraendo il lato 33 dal 71, la differenza è 38; ſottraendo dal 71 il lato 47 la differenza è 24; e il 9 è la terza differenza ſottraendo il terzo lato 62. Dunque li quattro numeri da moltiplicarſi inſieme ſono 71, 38, 24, 9; e fatta la moltiplicazione, ſi ha di prodotto il numero 582768. Eſtratta da eſſo la radice quadrata, ſi trova, che l' area del propoſto triangolo è tavole 763 con l'avanzo 599, il quale, comecchè 36 piedi quadrati co-

	33
	47
	62
	142
	71
	38
	24
	9
	216
	38
	1728
	648
	8208

ti costituiscono una tavola, si moltiplica per 36, e il prodotto 21564, si divide per il doppio della radice accresciuto dell' unità, cioè per 1527, e si avranno piedi 14 col residuo 186. Questo residuo moltiplicato per 12, avvegnachè 12 oncie fanno un piede, dà il prodotto 2232, che diviso parimente dal 1527, dà nel quoziente oncie 1 con altro residuo 705 da moltiplicarsi di nuovo per 12, e continuar la divisione, per cui si hanno punti 5. Tutta l' area dunque del triangolo è tavole 763, piedi 14 oncie 1, punti 5, trascurando l' ultimo residuo 825, oppure facendo punti 6.

7
146
1523

1527
14 : 1 : 5

1527
14 : 1 : 5

8208
71
8208
57456
582768
927
5168
599
36
3594
1797
21564
6294
186
12
2232
705
12
8460
825

Se i numeri dei lati del Triangolo esprimessero piedi, si avrebbono piedi quadrati 763, e il residuo 599, si dovrebbe moltiplicar per 12, e istessamente dividere il prodotto 7188 per 1527, per conseguir oncie 4; indi moltiplicar di nuovo il residuo 1080 per 12, e continuar la divisione, dopo la quale si avrebbono punti 8; e in questo caso l' area del Triangolo sarebbe tavole 21, piedi 7, oncie 4, punti 8.

1527
4 : 8

599
12
7188
1080
12
12960
744

Se i numeri dei lati esprimessero oncie, l' area del triangolo sarebbe punti 763, cioè piedi 5, oncie 3, punti 7; e questi avvertimenti non saranno inutili per chi voglia profittarsene, siccome ancora debbo suggerire, che se la summa dei tre lati fosse numero dispari, di cui non si può aver la metà senza frazione: in tale circostanza raddoppiansi i tre lati, e si fa la regola, come quelli fossero i propri del triangolo; ma poi terminato il conto, si prende la quarta parte del risultato, la quale sarà l' area giusta, che si cerca.

NOMENCLATORE

De' prodotti piani, ſolidi, ſurſolidi, che derivano dalle denominazioni di pertica, piede, oncia, punto, atomo, e minuto.

Pertica lineare	Moltiplicando pertica lineare	produce quadrato di pert., che ſi chiama tavola	A
Piede lineare		produce ſeſto di tavola	B
Oncia lineare		produce mezzo piede ſuperficiale	C
Punto lineare		produce mezza oncia ſuperficiale	D
Pertica lineare	Moltiplicando piede lineare	produce ſeſto di tavola	B
Piede lineare		produce quadrato di piede	E
Oncia lineare		produce oncia ſuperficiale	F
Punto lineare		produce punto ſuperficiale	G
Pertica lineare	Moltiplicando oncia lineare	produce mezzo piede ſuperficiale	C
Piede lineare		produce oncia ſuperficiale	F
Oncia lineare		produce punto ſuperficiale	G
Punto lineare		produce atomo ſuperficiale	H
Pertica lineare	Moltiplicando punto lineare	produce mezza oncia ſuperficiale	D
Piede lineare		produce punto ſuperficiale	G
Oncia lineare		produce atomo ſuperficiale	H
Punto lineare		produce minuto ſuperficiale	I

Pertica lineare	Moltiplicando tavola	produce cubo di pertica	K
Piede lineare		produce ſeſto di cubo di pertica	L
Oncia lineare		produce ſolido, che contiene 3 piedi cubici	M
Punto lineare		produce ſolido, che contiene 3 oncie ſolide	N

Pertica lineare	Moltiplicando piede superficiale	produce solido, che contiene 6 piedi cubici	O
Piede lineare		produce piede cubico	P
Oncia lineare		produce oncia solida	Q
Punto lineare		produce punto solido	R
Pertica lineare	Moltiplicando oncia superficiale	produce mezzo piede solido	S
Piede lineare		produce oncia solida	Q
Oncia lineare		produce punto solido	R
Punto lineare		produce atomo solido	T
Pertica lineare	Moltiplicando punto superficiale	produce mezza oncia solida	V
Piede lineare		produce punto solido	R
Oncia lineare		produce atomo solido	T
Punto lineare		produce minuto solido	X
Pertica lineare	Moltiplicando atomo superficiale	produce mezzo punto solido	Y
Piede lineare		produce atomo solido	T
Oncia lineare		produce minuto solido	X
Punto lineare		produce minuto solido secondo	Z
Pertica lineare	Moltiplicando minuto superficiale	produce mezzo atomo solido	A B
Piede lineare		produce minuto solido	X
Oncia lineare		produce minuto solido secondo	Z
Punto lineare		produce minuto solido terzo	A C

Pertica lineare	Moltiplicando cubo di pertica	produce biquadrato di Pertica	A D
Piede lineare		produce sesto di biquadrato di pertica	A E
Oncia lineare		produce sursolido, che contiene 18 piedi biquadr.	A F
Punto lineare		produce sursolido, che contiene 18 oncie sursolid.	A G
Pertica lineare	Moltiplicando cubo di piede	produce sursolido, che contiene 6 piedi biquadr.	A H
Piede lineare		produce piede biquadratico	A I
Oncia lineare		produce oncia sursolida	A K
Punto lineare		produce punto sursolido	A L

Per-

Pertica lineare	Moltiplicando oncia ſolida	produce mezzo piede biquadratico	AM
Piede lineare		produce oncia ſurſolida	AK
Oncia lineare		produce punto ſurſolido	AL
Punto lineare		produce atomo ſurſolido	AN
Pertica lineare	Moltiplicando punto ſolido	produce mezza oncia ſurſolida	AO
Piede lineare		produce punto ſurſolido	AL
Oncia lineare		produce atomo ſurſolido	AN
Punto lineare		produce minuto ſurſolido	AP
Pertica lineare	Moltiplicando atomo ſolido	produce mezzo punto ſurſolido	AQ
Piede lineare		produce atomo ſurſolido	AN
Oncia lineare		produce minuto ſurſolido primo	AP
Punto lineare		produce minuto ſurſolido ſecondo	AR
Pertica lineare	Moltiplicando minuto ſolido	produce mezzo atomo ſurſolido	AS
Piede lineare		produce minuto ſurſolido primo	AP
Oncia lineare		produce minuto ſurſolido ſecondo	AR
Punto lineare		produce minuto ſurſolido terzo	AT
Pertica lineare	Moltiplicando minuto ſolido ſecondo	produce mezzo minuto ſurſolido primo	AV
Piede lineare		produce minuto ſurſolido ſecondo	AR
Oncia lineare		produce minuto ſurſolido terzo	AT
Punto lineare		produce minuto ſurſolido quarto	AX
Pertica lineare	Moltiplicando minuto ſolido terzo	produce mezzo minuto ſurſolido ſecondo	AY
Piede lineare		produce minuto ſurſolido terzo	AT
Oncia lineare		produce minuto ſurſolido quarto	AX
Punto lineare		produce minuto ſurſolido quinto	AZ

A. La tavola comprende 36 piedi quadrati.

B. Sei ſeſti coſtituiſcono una tavola; e perciò il prodotto, che riſulta dalla moltiplicazione de' piedi lineari con le pertiche, ſi divide per 6, e nel quoziente ſi avranno tante tavole, quante unità egli comprende; e ſe vi è qualche reſiduo ſi moltiplica per 6, e il prodotto ſarà piedi quadrati.

C. La metà del prodotto sarà piedi quadrati, che diviſi per 36 daranno tavole. Se avanzaſſe un mezzo piede sarà oncie 6 ſuperficiali, le quali dovranno ſcriverſi nella località delle oncie.

D. La metà del prodotto sarà oncie ſuperficiali, le quali diviſe per 12 ſaranno convertite in piedi quadrati; e ſe avanzaſſe mezz' oncia, sarà punti 6 ſuperficiali, da ſcriverſi nella località de' punti.

E. Il prodotto eſſendo piedi quadrati, ſi ſcriverà nella località de' piedi.

F. Il prodotto ſi divide per 12, e ſi avranno li piedi quadrati, e l'avanzo sarà oncie ſuperficiali.

G. Diviſo il prodotto per 12, ſi troveranno le oncie ſuperficiali, e il reſiduo ſi metterà nella località dei punti ſuperficiali.

H. Dividendo per 12, ſi conſeguiranno li punti ſuperficiali, e ſi porrà il reſiduo nella località degli atomi ſuperficiali.

I. Si avranno gli atomi ſuperficiali dividendo per 12; mettendo in ſeguito il reſiduo nella località de' minuti ſuperficiali.

K. Il cubo di pertica comprende 216 piedi cubici.

L. Dividendo per 6, nel quoziente ſi avranno li cubi di pertica; il reſiduo poi ſi moltiplicherà per 36, ed il prodotto ſi metterà nella località dei piedi cubici.

M. Si moltiplica per 3, ed il prodotto ſi divide per 216 per aver le pertiche cubiche; e l'avanzo ſi metterà ſotto li piedi cubici.

N. Si moltiplica per 3, e poi ſi divide per 12, onde abbianſi li piedi cubici, e nell' avanzo le oncie ſolide da porſi nella loro località.

O. Si divide per 36 il prodotto, e il quoziente coſtituiſce cubi di pertica; e ſe vi è reſiduo, ſi moltiplica per 6, e nel prodotto ſi avranno piedi cubici. Ovvero ſi moltiplica per 6 il prodotto, e poi ſi divide per 216, onde ritrarne li cubi di pertica; e in ſeguito ſi porrà l'avanzo ſotto li piedi cubici.

P. Senza altra operazione ſi mette il prodotto ſotto li piedi cubici.

Q. Si divide per 12, acciò abbianſi li piedi cubici, e le oncie ſolide rimanghino nella ſua località.

R. Si divide per 12 per ridur li punti in oncie, e metter gli uni, e le altre alle loro località.

S. Preſa la metà, ſi hanno li piedi cubici; ſe reſta l'unità è 6 oncie ſolide.

T. Dividaſi per 12; e poſto il quoziente ſotto li punti ſolidi, ſi metta il reſiduo ſotto gli atomi ſolidi.

V. La metà è tante oncie ſolide; e ſe avanza l'unità è punti ſolidi 6.

X. Con la diviſion per 12 ſi ottengono gli atomi ſolidi, e il rimanente è minuti ſolidi, e ciaſchedun ſi ſcrive riſpettivamente alla ſua località.

Y. La metà del prodotto è tanti punti ſolidi. Se avanza l'unità, è 6 atomi ſolidi.

Z. Dividendo per 12, il quoziente è minuti ſolidi primi, e il reſiduo è minuti ſolidi ſecondi, che ſi ſcriveranno ſotto le loro località convenienti.

AB. La metà è atomi ſolidi; e ſe rimane l'unità, è 6 minuti ſolidi primi.

AC. La

AC. La divisiòn per 12 costituisce li minuti solidi secondi, e rimangono li terzi nel residuo.

AD. Il biquadrato di pertica contiene 1296 biquadrati di piede lineare.

AE. Il sesto di biquadrato di pertica contiene 216 biquadrati di piede lineare. Si divide per 6, ed il residuo si moltiplica per 216. Il quoziente sarà biquadrati di pertica, e il prodotto si metterà nella località de' biquadrati di piede lineare.

AF. Si moltiplicherà per 18, e il prodotto si dividerà per 1296, e si avranno biquadrati di pertica; il residuo poi sarà piedi biquadratici. Oppure si dividerà per 72, e si avranno gli stessi biquadrati di pertica, e il residuo si moltiplicherà per 18 per li piedi biquadrati medesimi.

AG. Si moltiplicherà per 18, e dividendo il prodotto per 12, si avranno piedi biquadratici, ed il residuo sarà oncie del piede biquadratico.

AH. Si dividerà per 216, e si avranno biquadrati di pertica. Il residuo si moltiplicherà per 6, e il prodotto sarà piedi biquadratici. Ovvero moltiplicando per 6, e dividendo il prodotto per 1296, il quoto darà li biquadrati di pertica, e l'avanzo li biquadrati di piede.

AI. Si scrive tosto il prodotto sotto li biquadrati di piede.

AK. Si divide per 12, onde abbiansi li piedi biquadrati, e il residuo sarà oncie sursolide.

AL. 12 punti sursolidi costituiscono un' oncia sursolida; e però dividendo per 12, si avranno le oncie sursolide nel quoziente; e nel residuo li punti sursolidi.

AM. Prendendo la metà si avranno piedi biquadrati; e se vi è residuo, sarà oncie sursolide 6.

AN. 12 atomi sursolidi fanno un punto sursolido. Si divide per 12 per aver nel quoziente li punti sursolidi, e gli atomi sursolidi nel residuo.

AO. Si convertiranno in oncie sursolide, prendendo la metà, ed il residuo sarà punti sursolidi 6.

AP. 12 minuti sursolidi costituiscono un' atomo sursolido; e però divisi per 12 si hanno nel quoto gli atomi sursolidi, e nel residuo li minuti sursolidi.

AQ. Saranno convertiti in punti sursolidi presa la loro metà, e l'avanzo sarà atomi sursolidi 6.

AR. 12 minuti sursolidi secondi fanno un minuto sursolido primo; e però si dividerà per 12, e il quoto sarà minuti sursolidi primi, e minuti sursolidi secondi il residuo.

AS. Si riducono ad atomi sursolidi presa la metà, e l'avanzo sarà minuti sursolidi primi 6.

AT. Con la divisiòn per 12 saranno ridotti a minuti sursolidi secondi, e il residuo sarà terzi.

AV. La

AV. La divisiòn per metà gli riduce a minuti ſurſolidi primi, e l' avanzo ſarà minuti ſurſolidi ſecondi 6.

AX. Divengono minuti ſurſolidi terzi, dividendo per 12; il reſiduo ſarà minuti ſurſolidi quarti.

AY. Preſa la loro metà divengono minuti ſurſolidi ſecondi, e l'avanzo è minuti ſurſolidi terzi 6.

AZ. 12 minuti ſurſolidi quinti ſtabiliſcono un minuto ſurſolido quarto, coſicchè dividendo per 12, il quoziente ſarà minuti ſurſolidi quarti, ed il reſiduo minuti ſurſolidi quinti.

Se da un ſurſolido di queſto genere, cioè da un prodotto di quattro dimenſioni eſpreſſe in pertiche, piedi, oncie, e punti, ſi doveſſe eſtrarre la radice quadrata: per non commettere degli errori notabili converrà diſtinguere, quali ſiano le frazioni di denominatore quadrato. Pertanto ſi avverte, che li piedi, li punti, li minuti primi, li minuti terzi, e li minuti quinti ſono frazioni di denominazione quadrata; e quindi eſtraendo la radice quadrata dalle pertiche biquadratiche, ſi conſeguiranno tavole, o pertiche quadrate; dai piedi biquadratici ſi avranno piedi quadrati; dai punti ſurſolidi ſi avranno oncie ſuperficiali; dai minuti primi ſurſolidi proveniranno punti ſuperficiali; atomi ſuperficiali dai minuti terzi ſurſolidi; e minuti ſuperficiali dai minuti quinti ſurſolidi.

Queſto metodo di moltiplicar le quattro dimenſioni ſucceſſivamente una dopo l' altra, comecchè eſige, che ſi tenghi a memoria un buon numero di varie denominazioni, che ſuccedono ne' prodotti, non è forſe il più comodo da praticarſi; quando con altro metodo buona parte di tali denominazioni ſi poſſa evitare. Si dice dunque eſſer coſa più facile il moltiplicar prima due dimenſioni, e poi le altre due fra di ſe; e per ultimo moltiplicar un prodotto per l'altro; e le denominazioni, a cui è ſoggetta la terza moltiplicazione, cioè di un prodotto per l'altro, ſono le ſeguenti.

Tavola	Moltiplicando tavola	produce	biquadrato di pertica - - - - *A*
Piede ſup.le		produce	la 36ma parte di biquadrato di pertica *B*
Oncia ſup.le		produce	ſurſolido, che contiene 3 piedi biquad. *C*
Punto ſup.le		produce	ſurſolido, che contiene 3 oncie ſurſolide *D*
Atomo ſup.le		produce	ſurſolido, che contiene 3 punti ſurſolidi *E*
Minuto ſup.le		produce	ſurſolido, che contiene 3 atomi ſurſolidi *F*

Piede

Piede sup.le Oncia sup.le Punto sup.le Atomo sup.le Minuto sup.le	Moltiplicando piede superficiale	produce biquadrato di piede - - - - - -	*G*
		produce oncia ſurſolida - - - - - - -	*H*
		produce punto ſurſolido - - - - - - -	*I*
		produce atomo ſurſolido - - - - - - -	*L*
		produce minuto ſurſolido - - - - - - -	*M*

Oncia sup.le Punto sup.le Atomo sup.le Minuto sup.le	Moltiplicando oncia superficiale	produce punto ſurſolido - - - - - - -	*I*
		produce atomo ſurſolido - - - - - - -	*L*
		produce minuto ſurſolido - - - - - - -	*M*
		produce minuto ſurſolido ſecondo - - -	*N*

Punto sup.le Atomo sup.le Minuto sup.le	Moltiplicando punto superficiale	produce minuto ſurſolido primo - - - -	*M*
		produce minuto ſurſolido ſecondo - - -	*N*
		produce minuto ſurſolido terzo - - - -	*O*

Atomo sup.le Minuto sup.le	Moltiplicando atomo sup.le	produce minuto ſurſolido terzo - - - -	*O*
		produce minuto ſurſolido quarto - - -	*P*

Minuto sup.le	Moltiplicando minuto sup.le	produce minuto ſurſolido quinto - - -	*Q*

A. Il biquadrato di pertica contiene 1296 biquadrati di piede.

B. Si divide il prodotto per 36, onde abbianſi li biquadrati di pertica, e ſe vi è reſiduo ſi moltiplica per 36, onde abbianſi li biquadrati di piede, che ſeguono. Ovvero ſi moltiplica per 36, e ſi divide il prodotto per 1296; e nel quoziente ſi avranno li biquadrati di pertica, e nel reſiduo li piedi biquadrati.

C. Si moltiplica per 3 il prodotto, e poi ſi divide per 1296 per aver li biquadrati di pertica, e nell'avanzo li biquadrati di piede. Ovvero ſi divide per 432, e il quoziente ſarà biquadrati di pertica; il reſiduo poi ſi moltiplicherà per 3, e il prodotto ſarà piedi biquadrati.

D. Si moltiplica per 3 il prodotto, e ſi divide poi per 12, onde abbianſi li biquadrati del piede, e nell'avanzo le oncie ſurſolide; ovvero ſi di-

si divide per 4 per aver li biquadrati del piede, e l'avanzo si moltiplica per 3 per aver le oncie sursolide.

E. Si moltiplica per 3 il prodotto, e si divide poi il prodotto secondo per 12, e si avranno le oncie sursolide, e li punti sursolidi nell'avanzo; ovvero si divide per 4, onde si abbiano le oncie sursolide, e il residuo si moltiplicherà per 3, e il prodotto sarà punti sursolidi.

F. Moltiplicando per 3, e dividendo per 12, il quoziente sarà punti sursolidi, e atomi sursolidi il residuo; ovvero dividendo per 4 il quoziente sarà punti sursolidi, e poi moltiplicando per 3 il residuo, il prodotto sarà atomi sursolidi.

G. Il prodotto senza altra operazione si pone sotto li biquadrati di piede.

H. Diviso il prodotto per 12, si avranno li biquadrati di piede nel quoziente, e oncie sursolide nell'avanzo.

I. Dividendo il prodotto per 12, si costituiscono oncie sursolide, e il residuo è punti sursolidi.

L. Con la division del prodotto per 12 si conseguiscono punti sursolidi, essendo poi il residuo atomi sursolidi.

M. Con la division per 12 si riducono in atomi sursolidi, e ciò che rimane è minuti sursolidi.

N. Divisi per 12 si convertono in minuti sursolidi primi, rimanendo minuti sursolidi secondi il residuo.

O. Divisi per 12 divengono minuti sursolidi secondi, restando minuti sursolidi terzi il residuo.

P. Si trasportano a minuti sursolidi terzi, dividendo per 12, e l'avanzo è minuti sursolidi quarti.

Q. Diventano minuti sursolidi quarti, dividendo per 12, ed è minuti sursolidi quinti l'avanzo.

Col primo metodo si propongono da moltiplicare successivamente una dopo l'altra le quattro infrascritte dimensioni, espresse in pertiche, piedi, oncie, e punti.

Pertiche 4: 4: 10: 7, che equivalgono a punti 4159.
Pertiche 5: 4: 8: 1, - - - - - - punti 4993.
Pertiche 7: 1: 2: 11, - - - - - - punti 6227.
Pertiche 6: 5: 4: 6, - - - - - - punti 5958.

4: 4: 10: 7
5: 4: 8: 1

20: —
3: 12
—: 25
—: 1: 5: 6
2: 24: —: —
—: 16: —: —
—: 3: 4: —
—: —: 2: 4
—: 16: —: —
—: 2: 8: —
—: —: 6: 8
—: —: —: 4: 8
—: —: 2: 4: 10: 7

Tavole •• 27: 29: 5: 3: 6: 7
7: 1: 2: 11: —: —

189
5: 138
—: 17: 6
—: —: 10: 6
—: —: 1; 9
—: —: —: 2: —: 6
4: 108: —: —: —: —
—: 29: 5: 3: 6: 7
—: 162: —: —: —: —
—: 4: 10: 10: 6: —
—: —: —: —: 1: 1: 2
—: 74: 3: —: —: —: —
—: 2: 2: 7: —: —: —
—: —: —: 4: 7: —: —
—: —: —: —: 2: 9: —
—: —: —: —: —. 5: 6
—: —: —: —: —: —: 6: 5

Cubi di pertica •• 200: 105: 4: 7: —: 5: 2: 5
6: 5: 4: 6: —: —: —: —

1200
2: 1188
—: 12
—: 1: 9: 1: 3: 6
—: —: —: —: —: 1: 5
166: 864: —: —: —: —: —
—: 525: —: —: —: —: —
—: 1: 8: —: —: —: —
—: —: 2: 11: 2: 1: 10
—: —: —: —: —: —: 2: 1
11: 144: —: —: —: —:
—: 35: 1: 4: —: —: —: —
—: —: —: 2: 4: 1: 8: 8
—: —: —: —: —: —: —: 1: 8
1: 504: —: —: —: —: —: —
—: 4: 4: 6: —: —: —: —: —
—: —: —: 2: 3: 6: 2: 6: —
—: —: —: —: —: —: —: 1: 2: 6

Biquadrati di pertica •• 1382: 688: 2: 3: 1: 5: 2: 5: 10: 6

Si troverà lo ſteſſo prodotto col ſecondo metodo, moltiplicando prima fra di ſe le due ultime dimenſioni, e moltiplicando poi il prodotto per il prodotto fatto antecedentemente delle due prime.

	7:	1:	2:	11		
	6:	5:	4:	6		
	42					
	1:	6				
		2:	9			
	5:	30				
		5:	10			
	:	—:	4:	7		
	:	14:	4:	8		
		—:	—:	3:	8	
	:	1:	9:	6		
	:	—:	—:	1:	5:	6
Tavole	49:	25:	2:	2:	1:	6
Tavole	27:	29:	5:	3:	6:	7
	343					
	98					
	18:	972				
	:	162				
		13:	6			
			6:	9		
			3:	4:	6	
	39:	612				
		725				
		4:	10			
			4:	10		
				2:	5	
				1:	2:	6
		735:				
		10:	5:	10:	10:	5
					2:	6
		36:	9:			
			6:	3:	6:	6: 3
		6:	1:	6		
			1:	—:	6	
					1:	1:—: 6
						3
			7:	1:	9	
				1:	2:	7
					1:	2
					1:	2: 7
						3: 6
Biquadrati di pertica	1382:	688:	2:	3:	1:	5: 2: 5: 10: 6

Prova, facendo il calcolo per punti.

6227	4159
5958	4993
49816	12477
31135	37431
56043	37431
31135	16636
37100466	20765887
	37100466
	124595322
	124595322
	83063548
	2076588700
	145361109
	62297661
	770424084603342
	6420200705027 8 : 6
	535016725418 9 : 10
	44584727118 2 : 5
	3715393926 5 : 2
	309616160 5 : 5
	25801346 7 : 1
	2150112 2 : 3
Piedi biquadratici.	1791760 : 2

1296	1791760
	4957
1382	10696
	3280
	688

Eſtran-

Eſtrando la radice quadrata dal controſcritto ſurſolido ridotto a minuti ſurſolidi quinti, ſi trova eſſere minuti ſuperficiali 27756514 col reſiduo 15171146.

2			770424084603342
47			370 . . . . .
547			4142
5545			31340
55506			361554
555225	36	1338	2854860
5551301	37	258	7923533
55513024		6	237223242
			15171146

27756514
2313042 : 10
192753 : 6
16062 : 9

Piedi quadrati 1338 : 6 Tavole 37 : 6 : 6 : 9 : 6 : 10

Spiegazione delle Figure piane, e ſolide, che naſcono dal moltiplicar fra di ſe due, e tre dimenſioni.

COmecchè un ſolo è l'angolo retto, ſotto cui nella data ſuppoſizion de' lati le figure parallelogramme comprendono la maſſima capacità: così nel calcolo per il quantitativo d'ogni figura non ſolo piana, ma anche ſolida, le dimenſioni devono fra di ſe copularſi neceſſariamente ad angoli retti, quando al contrario nel calcolo per la proporzione d'ogni figura piana, e ſolida poſſono aver luogo gli altri angoli, purchè eſſi nella copula delle dimenſioni ſi conſervino li medeſimi tanto in una figura, come nell' altra; ovvero ſi ſoſtituiſcano li ſuoi ſupplementi a due retti. Dunque dovendo la ſpiegazione da me promeſſa delle figure piane, e ſolide, che naſcono dal moltiplicare due, e tre dimenſioni, eſſer di quelle, che d'ogni figura ſtabiliſcono la quantità: ſi dovrà ſempre ſupporre, che le loro dimenſioni ſiano tutte fra di ſe ad angoli retti. Cio premeſſo.

Delle Figure piane.

LA tavola è una figura quadrata, lunga una pertica, e larga una pertica; e queſto nome è forſe derivato dalla ſomiglianza, che ha queſta ſuperficie con una tavola, intorno a cui ſi ſiede mangiando, o facendo altre coſe.

Il piede è ſimilmente un quadrato, lungo un piede, e largo un piede.

L'oncia è una figura quadrilunga, la di cui lunghezza è un piede, e la larghezza un'oncia. Si chiama oncia, perchè è una duodecima parte del piede.

Il punto è figura quadrata, lunga un'oncia, larga un'oncia; e pare, che abbia ſortito dai pratici un tal nome per cagion della ſua picciolezza in que'tempi, che non curavano ulteriormente minuzie più piccole.

L'atomo è un quadrilungo, che ha di lunghezza un'oncia, e di larghezza un punto.

Il minuto è un quadrato, lungo un punto, e largo un punto.

Perchè dunque la tavola, il piede, il punto, e il minuto ſono figure quadrate: da ogni piano eſpreſſo da queſte ſi potrà cavare la radice quadrata. Dalle tavole ſi avranno pertiche, piedi dai piedi, oncie dai punti, e punti dai minuti; ma dalle oncie, e dagli atomi non ſi poſſono aver denominazioni razionali, tuttochè la lor moltitudine foſſe un numero quadrato.

Delle Figure ſolide.

LA pertica ſolida è un cubo, cioè lunga una pertica, larga una pertica, alta una pertica.

Il piede ſolido è pure un cubo, lungo un piede, largo un piede, alto un piede.

L'oncia ſolida è lunga un piede, larga un piede, alta un'oncia.

Il punto ſolido è lungo un piede, largo un'oncia, alto un'oncia.

L'atomo è un ſolido cubico, lungo un'oncia, largo un'oncia, alto un'oncia.

Il minuto ſolido primo è lungo un'oncia, largo un'oncia, alto un punto.

Il minuto ſolido ſecondo è lungo un'oncia, largo un punto, alto un punto.

Il minuto ſolido terzo è un cubo, lungo un punto, largo un punto, alto un punto

Dunque da ogni ſolido eſpreſſo in pertiche, piedi, atomi, e minuti terzi ſi potrà cavare la radice cubica, e non da quello, che foſſe eſpreſſo da oncie, punti, minuti primi, e ſecondi. Dalle pertiche ſi avranno pertiche, piedi dai piedi, oncie dagli atomi, e dai minuti terzi ſi avranno punti.

Avverto poi, che alcune di queſte figure ſolide cangiando poſitura, potrebbono a qualcheduno far cangiar idea ſopra di eſſe, e ravviſarle per diverſe, quando non ſono che le medeſime. A cagion d'eſempio per cangiamento di poſitura ſi può anche dire, che l'oncia ſolida è lunga un piede, larga un'oncia, alta un piede; il punto ſolido è lungo un'oncia, largo un'oncia, alto un piede; e ſomigliantemente ſi può parlare del minuto ſolido primo, e del ſecondo; ma torno a ripetere, da queſte diverſe eſpreſſioni ſi diverſifica la poſitura del ſolido, reſtando la ſteſſa la figura del medeſimo.

LI PROFILI

MODO FACILE PER COSTRUIRE IL PROFILO D' UNA LIVELLAZIONE DI ACQUA.

NON è da credere, che ſotto il nome di Architettura ſi comprendano ſolamente quelle due arti, una delle quali riguarda la fabbrica delle abitazioni, e l'altra la coſtruzione de' ripari, e delle difeſe di que' luoghi, che le racchiudono; e per cui è poi nata quella diſtinzione, che la prima ſi chiama *Architettura Civile*, e *Architettura Militare* la ſeconda. L'Architettura abbraccia generalmente più arti; ed alcuni Autori, che trattano della maniera di condur le acque per dar moto a macchine, o edificj, e per irrigare le campagne, non hanno avuta difficoltà d'intitolare le loro opere col nome di *Architettura delle Acque*.

Sia però l'Architettura di quante ſpecie ſi voglia, è ſempre comune ad ogni ſpezie la neceſſità di doverſi ſapere da chi ne fà profeſſione, come ſi coſtruiſcano li *Profili*; avvegnachè l'Architetto Civile convien che ſappia delineare gli ſpaccati delle fabbriche, i quali non ſono altro, che profili, che rappreſentano la ſtruttura de' luoghi interni, la figura degli archi delle volte, la teſſitura de' travi, e per il più i lineamenti di quegli ornati, che a decoro delle fabbriche ſteſſe vogliono farſi ſecondo uno, o alcuni dei noti cinque ordini. L'Architetto Militare ha obbligo di moſtrar i profili delle Fortificazioni, affinchè debbano eſſer ben eſeguiti li progetti, che ha in mira per le ſuſſiſtenze, e reſiſtenze delle opere; e non ha meno di biſogno l'Architetto delle acque di formare i profili delle Livellazioni, ſe dovendo condur un'acqua, vuol eſſere inteſo per le eſcavazioni, e arginature, che coſtituir devono il canale. In tutte tre queſte arti il profilo è ſempre la *Sezione*, che ſi fa da un piano verticale retto all'orizzonte, per cui compariſcono all'occhio i contorni di quel ſolido, ove ſi ſega; ma qualunque ſia la legge di ſegar il ſolido nelle due Architetture Civile, e Militare: la ſezione, che ſi fa per li profili delle Livellazioni, dovendo moſtrare il contorno delle *rive*, che hanno da racchiudere l'acqua, va ſempre a ſeconda delle li-

la linea, o retta, o curva che ſia, la quale deve eſſere ſtrada preciſa al corſo dell'acqua da condurſi.

Senonchè queſta ſezione abbracciando eſtenſione non poca, mentre qualche volta è di alcune miglia, quando le altre ſono riſtrette fra i confini di poche pertiche, e bene ſpeſſo di piedi, e oncie: deve coſtruirſi con qualche alterazione; ed ha neceſſità di ſervirſi di due miſure a differenza delle altre, per le quali è baſtante una ſola miſura. E' vero, che le altezze inſieme, e le larghezze de' profili, tanto delle fortificazioni, che delle fabbriche civili, eſſendo determinate da una ſteſſa miſura, che d'ordinario cade ſotto il nome di piedi, ed oncie, coſtituiſcono la preciſa figura della ſezione; e che per l'oppoſto ſi diforma la ſezione delle livellazioni, adoprando per le altezze una miſura, che porta il nome di piedi, oncie, e punti, e per le larghezze, che forſe meglio devono dirſi lunghezze, facendo uſo d'un' altra miſura, che porta il nome di pertiche ſolamente: ma è tanto lontano, che queſta diformità, qualunque ſia, apporti neſſun errore per ciò, che ſi ha intenzione di far comprendere, che anzi è più opportuna al biſogno, e più comoda. Difatto in paragon d'un piede diviſo in oncie, e ſuddiviſo in punti la pertica è una miſura molto grande, e il numero delle pertiche delle ſtazioni, che ſi fanno, quando ſi livella, eccede molto quello de' piedi, e talvolta ancora quello delle oncie; e però chi conſervando il piede, e la pertica nella ſua giuſta relazione, che hanno fra di ſe, voleſſe farne uſo in formar i profili per la condotta delle acque: quaſi ſempre verrebbero i profili d'una lunghezza enorme anche di centinaja di braccia, e di altezza pochiſſima, forſe meno d'un palmo; i quali oltrechè ſarebbono di eſtremo incomodo nel maneggiarli, meno anche ci farebbono ravviſare con quella prontezza d'occhio, che è neceſſaria, que' luoghi, ove il terreno doveſſe più, o meno profondamente eſcavarſi, o ergerſi più, o meno alto per fare arginature.

Fatta dunque, che ſi abbia la livellazione, biſognerà preparare due ſcale, una delle quali rappreſenti piedi nelle ſue oncie diviſi, e l'altra pertiche ſemplicemente. Se li profili debbano comprendere livellazioni di più miglia, ſi faranno i piedi della ſcala più brevi, affinchè ſiano più a propoſito; e ſe in tal caſo la loro diviſione non ſi potrà fare in oncie, baſterà farla in quarti di piedi ſolamente, e in coerenza ſi diminuiranno ancora dell'altra ſcala le pertiche; e ſe alcuno deſideraſſe intendere in qual ragione debbano corriſpondere le pertiche d'una ſcala con li piedi dell'altra, perchè abbiano una ſufficiente convenienza fra di ſe: le pertiche ſi potranno far uguali alla quarta parte d'un piede; ſebbene in ciò poſſa ognuno conſigliarſi col ſuo diſcernimento, affinchè ſiano corriſpondenti al biſogno le altezze, ſecondochè più, o meno lunghi ſaranno i profili, e ſi sfugga, per quanto è poſſibile, la deformità.

PRI-

PRIMO PROFILO

Con le altezze del Livello.

PErchè li profili delle livellazioni riescano più acconcj a fine, che siano eseguite esattamente le condotte delle acque: è ottimo insegnamento quello, con cui si ricorda il dover tra le altre cose, quando si livella, tener conto ancora delle altezze del livello ad ogni stazione, e delle distanze del medesimo da cadauna delle aste, alle quali si dirige la vista livellando; avvegnachè con ciò si possa conseguire ne' profili una doppia quantità di punti, e più frequenti, a' quali, come si sa, è appoggiata la esecuzione de' canali. Quindi però nella presente istruzione si vuol supporre, che la livellazione sia già stata eseguita con riflesso ancora a queste due accennate circostanze; e che essa perciò si abbia in carta descritta per disteso, e distribuita con ordine in cinque colonne per maggior chiarezza; nella prima A delle quali si comprendano tutti li termini antecedenti, cioè le altezze avvisate d'ogni asta antecedente dal livello; nella seconda B le distanze d'ogn'asta antecedente dal livello; nella terza C le altezze del livello; nella quarta D le distanze d'ogn'asta conseguente dal livello; e nella quinta E tutti li termini conseguenti, cioè le altezze avvisate d'ogn'asta conseguente al livello. Bisogna inoltre, che siavi descritta l'altezza F dell'acqua dal fondo fino alla sua superficie, e l'altezza della riva dal pelo dell'acqua fino in cresta; e con questi preparativi si potrà passare alla costruzione del profilo, la quale perchè sia intesa più facilmente, si è divisa in due operazioni, la prima delle quali è tutta aritmetica, e geometrica la seconda.

Operazione Aritmetica.

SI avverte, che i numeri della prima, terza, quinta colonna con quelli, che indicano l'altezza dell'acqua, e della riva, sono espressi in piedi, oncie, e punti; e gli altri della seconda, e quarta colonna rappresentano pertiche; e procedendo poi a questa operazione, a parte sinistra si scriva il primo termine antecedente 7. 7. 7 della livellazione, e il primo termine 4. 6. 2 delle altezze del livello si scriva a parte destra, e si faccia la sottrazione del minore 4. 6. 2 dal maggiore 7. 7. 7; e la differenza 3. 1. 5 si scriva avanti il maggiore lateralmente. Si scriva a sinistra il primo termine 4. 6. 2 delle altezze del livello sotto il primo termine antecedente 7. 7. 7, e il primo termine conseguente 3. 11. 5 si scriva a destra sotto il primo termine 4. 6. 2 delle altezze del livello, e poi si faccia l'una, e l'altra summa, le quali saranno 12. 1. 9; 8. 5. 7; e sottraendo questa, che è minore, da quella, che è maggiore, si scriva la differenza 3. 8. 2 lateralmente

mente avanti la ſumma maggiore, coſicchè queſta differenza 3. 8. 2 cadi a puntino ſotto la prima 3. 1. 5. Di nuovo ſotto la prima ſumma 12. 1. 9 ſi ſcriva il ſecondo termine antecedente 2. 4. 11, e ſotto la ſeconda ſumma 8. 5. 7 ſi ſcriva il ſecondo termine 4. 5. 9 dell'altezze del livello; e fatte le due ſumme 14. 6. 8, 12. 11. 4, ſi ſottrarrà queſta, eſſendo minore, da quella; e in fianco della maggior ſumma ſi ſcriva la differenza 1. 7. 4, che caderà ſotto le altre due. Si metta il ſecondo termine 4. 5. 9 delle altezze del livello ſotto la ſumma 14. 6. 8 a ſiniſtra; e preſo il ſecondo termine conſeguente 5. 1. 1 ſi metta ſotto l'altra ſumma 12. 11. 4 a deſtra, e ſi avranno due altre ſumme 19. 0. 5, 18. 0. 5; e la differenza 1. 0. 0 delle medeſime ſi metterà a ſiniſtra, cioè a lato della ſumma maggiore, eſſendo regola generale, che le differenze delle ſumme ſi abbiano ſempre da ſcrivere in fianco delle ſumme maggiori. Si proſegua col metodo ſteſſo, che non è difficile da concepirſi per poca conſiderazione, che ſopra vi ſi faccia, oſſervando coſtantemente di mettere ſotto le ſumme a ſiniſtra li ſucceſſivi termini antecedenti delle aſte, e li ſucceſſivi termini delle altezze del livello con alternazione l'un dall'altro; e di porre ſotto le ſumme a deſtra li ſuoceſſivi termini delle altezze del livello, e li ſueceſſivi termini conſeguenti delle aſte con pari vicendevole alternazione fra di ſe. Nel noſtro eſempio ſi hanno in ſeguito a quelle, che abbiamo ritrovate, le differenze 1. 9. 6, 0. 7. 7; e ſotto la quinta ſumma 29. 3. 11 a ſiniſtra ſcrivendo 3. 10. 1, che è il quarto termine degli antecedenti, e ſotto la quinta ſumma 28. 8. 4 a deſtra ſcrivendo 4. 11. 3, che è il quarto termine delle altezze del livello, e facendo le due ſumme: ſi trova, che queſte ſono 33. 2. 0, 33. 7. 7, quella minore, e queſta maggiore; e perciò ſottraendoſi quella da queſta, e per la regola generale dovendoſi ſcrivere la differenza 0. 5. 7 accanto la ſumma maggiore: il 0. 5. 7 ſi ſcriverà dopo la ſumma 33. 7. 7 a parte deſtra lateralmente, e allo ſteſſo modo per quattro volte continue ſi ſcriveranno a parte deſtra dirimpetto alle ſumme, da cui procedono, le conſecutive differenze 1. 0. 9, 1. 4. 0, 0. 10. 6, 0. 3. 11, perchè le ſumme a parte deſtra accadono per quattro volte in continuazione maggiori; dopo di che facendoſi maggiori le ſumme a parte ſiniſtra, a queſta parte paſſeranno le tre differenze 0. 6. 3, 0. 11. 9, 0. 4. 6; e finalmente per la ragione ſteſſa ritorneranno a deſtra le due 0. 8. 8, 1. 4. 2, l'ultima delle quali eſſendo la medeſima, che ſi è trovata in fine della colonna E a motivo di ſcoprire, di quanto foſſe poſſibile la condotta dell'acqua: è una prova manifeſta, e ſicuriſſima, che queſta prima operazione è ſtata effettuata ſenza errore.

Operazione Geometrica.

SI tiri una retta linea orizzontale occulta indefinita GZ; e dal punto G ad angoli retti, e ſuperiormente alla medeſima s'innalzi pure occulta la retta G*a b*; e dalla Scala delle pertiche ſe ne prendano tante, quante ſono indicate dal primo termine della ſeconda colonna B, cioè 24; e ſi portino

fino ſopra l' orizzontale da G in H. Indi ſe ne prendano 23 indicate dal primo termine della quarta colonna D, e ſi portino da H in I. Poi ritornando alla ſeconda colonna, le 27 del ſecondo termine tolte dalla ſcala ſi portino da I in K; e ripaſſando alla quarta, le 20 del ſecondo termine da K in L. Allo ſteſſo modo le 22, e le ſue contrappoſte 29 da L in M, e da M in N; e così del pari le 25, e 19 con tutte le altre, che ſeguono ſino al fine, le quali facciano ſopra l'orizzontale GZ li punti O P Q R S T V X Y Z. Per queſti, e per gli altri punti in eſſa orizzontale deſcritti con le dette miſure, ſi conducano linee rette occulte parallele alla G*a b*, le quali ſi eſtendano ſuperiormente, ed inferiormente alla ſteſſa orizzontale; e quelle parallele, ſopra cui (dalla prima G*a b* numerandole in ſerie) cadono i numeri diſpari, rappreſenteranno tutte le ſituazioni delle aſte; e gl' intervalli fra eſſe, tutte le ſtazioni della livellazione; e le altre parallele ſopra cui (numerandole in ugual modo) cadono li numeri pari, rappreſenteranno le ſituazioni, ove fu collocato il livello. Abbandonando poi la ſcala delle pertiche, la quale più non abbiſogna, ſi ſoſtituirà ſino al fine di queſta pratica la ſcala de' piedi, e oncie; da cui togliendo piedi 1, oncie 9, e punti 5, che è l'altezza dell'acqua dal fondo del Canale ſino alla ſuperficie: dal punto G, principio della orizzontale, ſi porterà ſuperiormente ſopra la perpendicolare G*a b* in *a*; e togliendo piedi 1, e oncie 3 altezza della riva dal pelo dell' acqua ſino in creſta, ſi porterà ſopra eſſa perpendicolare da *a* in *b*.

Ora ſi deve prender per mano tuttociò, che ſi è conſeguito con la operazione prima; e ſi ha da ſapere, che tutte le miſure eſpreſſe dalle differenze ritrovate, e che ſi devono prendere ſopra la ſcala ora mentovata de' piedi, e oncie: *ſi devono traſportare ſopra le parallele*, incominciando ſempre dalla orizzontale, con queſto ſolo divario, che ſi traſporteranno ſuperiormente alla orizzontale tutte quelle, che ſono determinate dalle differenze ſcritte a ſiniſtra avanti li termini antecedenti delle aſte; e inferiormente tutte le altre determinate dalle differenze ſcritte a deſtra dopo li termini conſeguenti delle aſte. Se la ſcala per eſſer piccola non ammette la diviſione in punti, baſterà prender dell'oncia una terza parte, o due; una, o due, o tre quarte parti, ſe la quantità de' punti uguaglia alcuna delle dette parti; oppure delle medeſime qualche coſa di più, o di meno, ſecondochè di eſſe creſce, o cala la quantità de' punti. Preſi dunque dalla ſcala piedi 3, oncie 1, e per li punti 5 poco più di un terzo, o poco meno di un mezzo di oncia, ſi traſportino ſuperiormente alla orizzontale da H in *c*, avvegnachè la differenza è ſcritta a parte ſiniſtra davanti li termini antecedenti delle aſte; e per la medeſima ragione ſi traſportino ſuperiormente alla orizzontale da I in *d*, da K in *e*, da L in *f*, da M in *g*, e da N in *h*, le miſure delle altre cinque differenze ſiniſtre, che ſeguono. E perchè continuando a prender queſte miſure ſecondo la loro ſerie una dopo l'altra (il che deveſi oſſervare diligentemente, perchè il perderne alcuna d'occhio ſarebbe errore), ſuccedono cinque differenze ſcritte a deſtra dopo li termini conſeguenti delle aſte: ſi prendano l'una dopo l'altra, e ſi traſportino inferiormente alla orizzontale da O in *i*, da P in *k*, da Q in *l*, da R in *m*, e da S in *n*; e comecchè ritornano a ſiniſtra le differenze, ſi torni a fare li traſporti delle miſure

ſure al di ſopra dell'orizzontale, e ſi avranno nelle parallele li punti *o p q*; e dopochè nel caſo noſtro le dette differenze finiſcono a parte deſtra (il che è indizio infallibile della poſſibilità della condotta di acqua), il traſporto delle miſure terminerà ſotto la orizzontale ne' punti *r ſ*. Ciò fatto ſi uniſcano li punti *b c* con linea apparente *b c*, e così in ſeguito con altre linee apparenti gli altri punti l'un dopo l'altro *d e f g h i* ec. ſino al fine; e queſte linee, affinchè abbiano un natural andamento, come è ſolito averlo il terreno nelle ſue continue ineguaglianze, devono eſſer condotte con una dolce curvatura appena ſenſibile, e particolarmente ai punti, ove quelle ſi uniſcono, con fare altresì, che le loro fleſſioni contrarie vadino con natural ſimetria. Finalmente dal punto G al punto *ſ* ſi tira una retta apparente G*ſ*; a cui ſuperiormente ſi tira ancora una parallela occulta, come *b t*, in tale diſtanza, quanta eſſer dee l'altezza delle ſponde, che occorreſſero al canale da farſi.

Uſo del Profilo.

PER ben intendere l'uſo del profilo convien prima dar il nome alle linee, che abbiamo fin ora deſcritte, e dichiarare le funzioni, che fanno, e aggiungere alcune altre piccole operazioni, che reſtano da farſi per l'intero di lui compimento. L'unione adunque delle piccole linee, che formano la curva *a b c d e f g* ec. ſi chiama linea dell'andamento del terreno, perchè appunto la ſua funzione è di moſtrare come cammini la ſuperficie della terra in que' luoghi, per cui deve paſſare il canale della condotta. La retta G*ſ* diceſi linea del fondo del canale; e la ſua funzione ſi è non ſolo di far conoſcere la preciſa determinazione del pendìo, che può avere, ed avrà l'acqua, allorchè ſia fatto il canale; ma ancora la preciſa inclinazione, che deve darſi al fondo del canale, quando ſi coſtruirà, a fine di non cavar terra exabundanti, o dove non occorre, con diſpendio inutile; o men del biſogno con diſcapito d'acqua; e però non ſi debba nè più, nè meno eſcavar terra, che ne' luoghi, ne' quali eſſa linea ſi trova ſotto quella di andamento del terreno. Per ultimo la retta *b t* vien detta ſpigolo delle rive, o creſta delle ſponde, che devono farſi al canale in que' ſiti ſolamente, ove eſſendo intercetta dalla curva di andamento del terreno, ſi trova eſſer ad un tempo ſuperiore alla curva medeſima; e perciò eſſendoſi delineata occulta, ſi deve poi fare in tali ſiti apparente, come ſi vede fatto della ſua porzione *u t* nel caſo noſtro. La ſua funzione conſiſte in determinare il ſito, e ſino a qual ſegno di altezza debba innalzarſi la terra.

Tutti gli ſpazj della figura del profilo, che dinotano, ove ſi ha da eſcavar il terreno, come ſono: lo ſpazio rinchiuſo dalla rette *b*G G*i*, e dalla curva *b e d e f g h i*, e lo ſpazio compreſo dalla retta *m ſ*, e dalla curva *m n o p q r ſ*, ſi tingano di un qualche colore, che raſſomigli a quello, che ha la terra eſcavata, come ſarebbe il color d'ocrea, o di fuliggine; e tutti gli ſpazj, che dimoſtrano li ſiti, ove deve inalzarſi la terra, e farſi

gli

gli argini, come è lo ſpazio compreſo dalle rette *u t t f*, e dalla curva *u e f g* ec. ſino al punto *f*, ſi tingano d'un colore diverſo, come di cinabro, o carmino diluti, o altro colore, che meglio loro convenga, e ſi diſtingua dall' altro. Si tinga di cileſtro, o turchino, come colore, che rappreſenta quello dell' acqua, allor quando è calma, e cielo ſereno, il piccolo ſpazio G *a y z*, che dinota l'altezza dell'acqua nel canale, da cui ſi vuol derivare; e ſe mai in tutta una derivazione ſi aveſſe la ſorte d' incontrar per viaggio, che l'acqua poteſſe eſſer introdotta in alcuni foſſi ſmaltroj delle acque piovane, che cadono da' campi, e che in queſte occaſioni ſono molto deſiderabili per il riſparmio, che ſi ha della ſpeſa nel cavar terra, o innalzarla: tutto quel tratto di detti foſſi tingeraſſi pure di colore cileſtro.

Dal fondo G dell'acqua, ſino alla ſommità *b* della riva ſi faccia apparente la perpendicolare G *b*; e ſi facciano in ſeguito tutte apparenti le porzioni delle parallele intercette fra la linea del fondo del canale, e quella dell' andamento del terreno, o fra la prima, e la linea dello ſpigolo delle rive, ſe queſta è ſuperiore alla ſeconda.

Finalmente ſi traſportino nel foglio del profilo le due ſcale, cioè quella di piedi, e oncie, e l'altra di pertiche, ſcrivendo alle medeſime i nomi loro, affinchè, ſiano conoſciute.

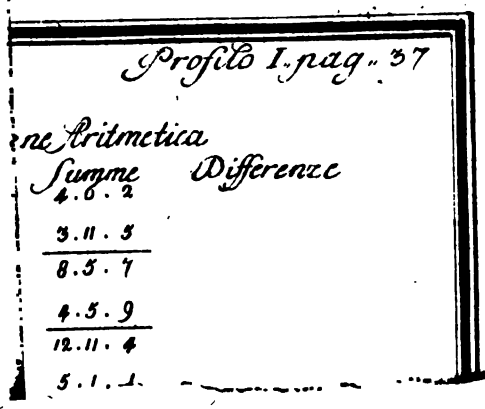
Ridotto il profilo a queſto ſegno, comecchè alcune delle parallele apparenti indicano la profondità del cavamento, altre l' altezza dell'argine, ed alcune l'una, e l'altra inſieme: così giovando notar con diſtinzione ad ognuna di eſſa quello, che le conviene, ſi ſcriveranno ſotto la linea del fondo del canale li numeri, che eſprimono la miſura da profondarſi, e ſopra la linea dello ſpigolo delle rive li numeri, che eſprimono la miſura da inalzarſi, tutti però in direzione delle parallele medeſime; e ſarà opportuno ſcrivere framezzo ad eſſi li numeri delle pertiche delle ſtazioni a ſeconda della detta linea del fondo, come ſi vede nella figura. Li numeri, che hannoſi a ſcrivere, ſi determineranno prendendo col compaſſo ogni parallela apparente, che ſi vuol miſurare, con applicarla poi ſu la ſcala de' piedi; imperciocchè oſſervando la quantità di piedi, e di oncie, che abbraccia, ſi ſcriverà a ſuo luogo con la regola, che ſi è detta. Se queſta pratica ſembraſſe un po troppo materiale, e perciò non molto eſatta: non per queſto è ſoggetta ad alcun diſordine; avvegnachè ſarà ſempre più proſſima al vero, di quello ſia per eſſere la eſecuzione di fatto tanto de' cavamenti, che degli argini, ne' quali è di niuna importanza non meno per l'opera, che per l' economia della ſpeſa, ſe per fare, che non manchino al biſogno, eccedono di due, o tre oncie. Sebbene chi aveſſe il piacere di determinare le dette miſure con tutta l'aggiuſtatezza, potrà ciò fare, conſiderando, che G Z *f* è un triangolo, e che tutte le rette alli punti H I K L M ec. eſſendo tutte parallele, ſi poſſono determinare con la regola di proporzione, eſſendo già noti li due primi termini coſtanti, cioè le G Z Z *f*, ed ogni terzo termine ancora in ciaſcuna delle G H G I G K G L G M ec., e perciò ora aggiungendo li valori trovati, ora ſottraendoli ſecondo il biſogno, ſi avrà eſatta la miſura, o della profondità, o dell'altezza da per ſe, quando una ſola ne voglia il ſito; o di ambedue, ſe il ſito partecipa dell'una, e dell'altra. La terra, che ſi trae da que' ſiti, che unicamente vogliono profondità: quando

non ſia di molta ſpeſa il traſportarla, ſupplirà per gli altri, che richiedono ſolo inalzamento; ma ne' ſiti, che partecipano di ambedue, ordinariamente il compenſo è immediato, poichè ad un tempo ſi cava la terra, e ſi forma l'argine, che abbiſogna.

L'uſo dunque del profilo (compiuto, ch'egli ſia nel modo ſopraddetto) ſi riduce a queſto, che ad ogni punto di quel terreno, ſopra cui paſſar deve l'acquedotto, ſi ſoddisfa a coloro, i quali avendo già tra le mani l'eſecuzione dell'opera, dimandano, ſe debbono cavar terra, o inalzar argine, e ſino a qual ſegno. Imperciocchè fatto miſurar con la pertica il tratto del terreno, incominciando da uno degli eſtremi della condotta, ſino al punto di ricerca; e inteſa la quantità delle pertiche: ſi ricorre al profilo; e poſto l'occhio ſull'eſtremo di eſſo, cognomine a quello, da cui ſi è cominciato con la pertica a miſurar il terreno, ſi raccolgono l'un dopo l'altro que' numeri, che deſcritti a ſeconda della linea del fondo dinotano in pertiche le diſtanze del livello dalle aſte, finchè s'incontri la quantità delle pertiche, che abbiamo inteſa, o qualche coſa meno, e non più. Se incontriamo nella ſumma la detta quantità di pertiche, il punto di queſta miſura cade immediatamente dopo l'ultimo numero, che ſi è ſommato, in una delle linee verticali parallele ſegnate nel profilo; e pronunziando quel numero di piedi, e oncie, che le ſtà ſcritto da preſſo, ſi ordina di profondare, ſe il numero è inferiore alla linea del fondo; e di arginare, ſe il numero è ſuperior alla medeſima; o l'uno e l'altro inſieme, ſe ſono due li numeri ſcritti alla parallela, uno inferiormente, e l'altro ſuperiormente alla linea del fondo. Si ſupponga, che ſieno 47 le pertiche miſurate dal principio della condotta: dunque poſto l'occhio ſul punto G principio del profilo, ſi venga a deſtra a ſeconda della linea del fondo, e ſi ſommino l'uno dopo l'altro li numeri, che ſi trovano 24, 23; i quali appunto facendo 47, ſtabiliſcono il punto I eſſer quello, ſu di cui ſi fa la ricerca; il qual punto eſſendo nella linea verticale parallela I*d*, che porta ſcritto da preſſo 3, 10, 3 inferiormente alla linea del fondo: ſi pronunzierà, che al punto di ricerca ſi deve cavare la terra per la profondità di quattro piedi; poichè il di più, che ſi dice, di quaſi due oncie in queſti lavorieri è ſempre giovevole, e non eſige ſpeſa maggiore.

Si ſupponga inoltre 155 le pertiche miſurate dal fine della condotta. Facendo ricorſo al profilo, ſi dee por l'occhio ſul punto *f* fine del medeſimo; e in ſeguito raccogliendo in ſerie li numeri delle pertiche 20, 25, 21, 18, 24, 25, 22 ſcritti ſotto la linea del fondo, venendo a parte ſiniſtra; ſi trova, che coſtituiſcono 155 di ſumma: dunque il punto di ricerca è nella linea Q*l*, che ſuperiormente alla linea del fondo ha ſcritto i numeri 3. 7. 1; e quindi ſi pronunzierà di doverſi inalzar terra, e far argine alto quattro piedi, cioè quaſi cinque oncie più alto del biſogno, e queſto a motivo, che eſſendo terra ſmoſſa quella degli argini, cade facilmente, e ſi condenſa per le piogge, e in breve tempo ſi riduce alla determinata altezza.

Si ſupponga per ultimo, che le pertiche ſieno 84, dal fine pur della condotta miſurate. Dallo ſteſſo punto *f* raccogliendo li numeri in ſerie 20, 25, 21, 18, come ſi è fatto antecedentemente, ſi ritroverà la ſumma eſſer 84, in cui cade la vertical parallela T*o*, a cui ſono da preſſo li due numeri



comecchè non si [illegible]
per certe pianure, [illegible] e le distanze dei punti di vista nelle aste sole: ho pensato di mostrare eziandìo il modo di formare anche su questa ipotesi il profilo, che sarà certamente di gran lunga più dell' altre facile, e breve.

Opera-

Operazione Aritmetica per il ſecondo Profilo.

SUppoſto pertanto, che ſi abbia niente meno deſcritta queſta livellazione in carta, ſarà eſſa diſtribuita in tre colonne; la prima delle quali A (*Fig.* 2. *de'Prof.*) comprenderà in piedi, oncie, e punti li termini antecedenti, ovvero le altezze avviſate in ogn' aſta antecedente. La ſeconda B le diſtanze in pertiche d' ogni aſta antecedente dalla ſua conſeguente; e la terza C li termini conſeguenti, cioè le altezze avviſate in ogni aſta conſeguente, eſpreſſe nella ſteſſa ſpecie di miſure, come nella prima. Si avrà per fine l' altezza D dell' acqua dal fondo del canale ſino alla ſua ſuperficie, e l'altezza della riva dal pelo dell' acqua ſino alla cima dell'argine. Si ſcriva poi a parte ſiniſtra il primo termine antecedente 6. 8. 5. della livellazione; e il primo termine conſeguente 5. 2. 6 ſi ſcriva a parte deſtra. Eſſendo queſto il minore, ſi tragga da quello; e la differenza 1. 5. 11 ſi ſcriva lateralmente avanti il maggiore. Sotto il primo termine antecedente a ſiniſtra ſi ponga l'antecedente ſecondo 2. 8. 7; il ſecondo conſeguente 5. 0. 4 ſotto il primo conſeguente a deſtra; e ſi faccia sì l' una, che l'altra ſumma. La prima 9. 5. 0 è minor della ſeconda 10. 2. 10; e però fatta la ſottrazione, ſi metta la differenza 0. 9. 10 dopo la maggiore, cioè lateralmente a deſtra. Sotto la ſumma a ſiniſtra ſi mette il terzo antecedente 5. 6. 8; ſotto la ſumma a deſtra il terzo conſeguente 3. 7. 4; e ſi faccian di nuovo ambedue le ſumme 14. 11. 8, 13. 10. 2; e ſottratta la minor dalla maggior, la differenza 1. 1. 6 richiede il luogo a ſiniſtra lateralmente alla maggior ſumma. Queſt' ordine di ſumme, e di ſottrazioni una dopo l'altra deveſi continuare finchè ſi hanno termini da ſummare inſieme, oſſervando con diligenza, che le ſumme ſien fatte con la legge degli omogenei, cioè degli antecedenti con gli antecedenti, e de'conſeguenti con li conſeguenti, ſenza che ſieno confuſi quei d' una colonna con quei dell' altra; ed anche ſucceſſivamente in ſerie, non mettendo prima quello, che va meſſo dipoi; oſſervando eziandìo con uguale attenzione l'inſegnamento dato nell'altro profilo, cioè di metter le differenze lateralmente alle ſumme de'termini, dalle quali ſi fanno le ſottrazioni; poichè ſarà in queſta guiſa terminata l' operazione aritmetica per queſto ſecondo profilo; nell'eſempio del quale veggendoſi, che l'ultima differenza 0. 7. 8 cade a ſiniſtra, e che perciò ſi dovrà ſegnare ſuperiormente alla orizzontale, come ordina la regola: pare che ſia impoſſibile la diviſata condotta dell' acqua. E difatto ciò ſi verifica relativamente al fondo del canale; ma quando l' acqua ſia permanente in eſſo all'altezza ritrovata di piedi 2, e oncie 6, ſi ha un conveniente compenſo, per cui la condotta, ſe non ſarà abbondante, nemmeno ſia per eſſere inutile, o deficiente, maſſime ſe l'acqua ſi cerchi per giunta, cioè affine d' inacquare maggiormente un rigagno principale.

Operazione Geometrica per il ſecondo Profilo.

SSi tiri la orizzontale occulta, EP; e inalzata ad angoli retti, e ſuperiormente alla ſteſſa la retta linea occulta E *a b*, ſi prendano tante pertiche dalla ſcala delle medeſime, quante ne indica il numero 43 primo termine della ſeconda colonna B, e ſi portino ſopra la orizzontale da E in F. Da F in G ſi portino pertiche 52 indicate dal termine ſecondo. Per il terzo ſi portino pertiche 39 da G in H. Da H in I le ſuſſeguenti pertiche 46 del quarto; e ſucceſſivamente le altre che ſeguono ſino all' ultimo termine nei punti KLMNOP; e per tutti li punti, ſegnati da queſte diſtanze in detta orizontale, ſi tirino rette linee occulte, che interſecandola ſi eſtendano ſopra, e ſotto della medeſima, e ſiano parallele alla E *a b*, le quali rappreſenteranno le ſituazioni delle aſte; e gl' intervalli tra eſſe rappreſenteranno altrettante ſtazioni del livello. Il punto E poi rappreſenterà il fondo del canale.

Fatto queſto ſi paſſi alla ſcala de' piedi; e tolti piedi 2, oncie 6, che è l' altezza dell'acqua, ſi portino dal punto E ſino al punto *a*; e dal punto *a* ſino al punto *b* ſi portino piedi 2, oncie 10, punti 5; ovvero oncie 10 $\frac{1}{2}$ per l'altezza della ſuperficie dell' acqua ſino alla cima dell'argine. In ſeguito ſi prendano piedi 1, oncie 5, e punti 11, che ſono la prima differenza (cioè piedi 1, e oncie 6, perchè li punti 11 ſi poſſono computar per un' oncia); e comecchè queſta differenza è a parte ſiniſtra, ſi porterà ſuperiormente alla orizzontale, incominciando dal punto, che le conviene, cioè dal punto F in *c*. La ſeconda differenza 0. 9. 10 è a parte deſtra, e però ſi ſegnerà inferiormente alla orizzontale, e li punti 10 ſi potranno eſſi pure contar per un'oncia; e quindi tolte dalla ſcala oncie 10, ſi porteranno dal punto G nel punto *d*. Tutte le altre differenze, che ſeguono, ſono a parte ſiniſtra, onde tutte ſi debbano ſegnare ſuperiormente alla orizzontale; per la qual coſa la differenza 1. 1. 6. dovrà ſegnarſi da H in *e*; da I in *f* la differenza 3. 6. 7; e così le altre ſucceſſivamente da K in *g*, da L in *h* ec., come dimoſtra la Figura; l'ultima delle quali, che è oncie 7 $\frac{2}{4}$, ſarà ſegnata da P in *m*, dove appariſce, che nel preſente caſo la linea retta apparente non ſi deve tirar dal punto E al punto *m*, come quella, che doveſſe rappreſentar il pendìo da farſi al fondo dell'acquedotto, quando foſſe inclinato verſo il punto P; ma viceverſa deveſi tirare dal punto *m* parallela alla orizzontale EP, avvegnachè il punto E, cioè il fondo del canale ſia più baſſo del punto P. Queſta ſia la retta *m n*, la quale ſegando l'acqua nel punto *n* nel canale, da cui ſi vuol dedurla, dimoſtra la quantità di eſſa, che ſarà ſomminiſtrata; la quale dovrà eſſer condotta orizzontalmente per la linea *n m*; e una tal quantità ſi conoſce, che è piedi 1, oncie 10, punti 4 col ſottrarre l'ultima differenza di oncie 7, e punti 8 da piedi 2, e oncie 6 altezza d'acqua dal fondo del canale ſino alla ſuperficie della medeſima. Giungendo poi

per

per aver l'andamento del terreno li punti *b c d e f g h i k l m* un dopo l'altro con linee apparenti, e con l'avvertimento prenotato nell'altro profilo, maſſime dinotando la diſceſa ripida, che ha l'argine, ſuppoſto qui neceſſario per contener l'acqua nell'eſcreſcenze del canale: ſi dovrebbe tirare dal punto *b* ſommità dell'argine medeſimo una retta occulta parallela alla *n m* per determinare l'altezza delle ſponde del nuovo acquedotto, affinchè nelle contingenze non foſſero allagati li terreni baſſi contigui al cammino dell'acqua; ma quando la ſpeſa in coſtruir le ſponde così alte aggravaſſe, potremo coſtruir una porta nell'argine con ſua cateratta per chiuderla in tempo di eſcreſcenza, e limitar le ſponde a quell'altezza ſolamente, che poſſa contener l'acqua ordinaria ſenza pericolo, che le abbia a ſuperare; e in queſta ſuppoſizione baſterà qui l'altezza di piedi 3, oncie 6, cioè dal punto *n* al punto *o*; e la retta occulta parallela alla *n m* ſarà la *o p*, facendola poi apparente in que' luoghi, ov'è ſpigolo, o cima dell'argine.

Reſta finalmente, che ſi mettano diſpoſti ai luoghi loro que' numeri, che devono indicare la profondità del cavamento, e le altezze dell'argine; e per trovarli ci potremo ſervire del compaſſo col miſurar ogni parallela apparente, o le porzioni di eſſa, ſecondochè or tutta apparterrà ad uno di quegli uffizj, or in parte ad entrambi, come già ſi è detto antecedentemente. Ma volendoli trovare con regola: in queſto eſempio, in cui la linea del fondo dell'acquedotto eſſer deve orizzontale, il metodo diverſifica dal paſſato, ed è aſſai più facile; poichè dove le apparenti appartengono per intero, dalle differenze a ſiniſtra ſi levano le oncie 7, e punti 8, e ciò, che rimane, è tutto cavamento, come dimoſtrano la quinta, e ſeſta apparente; e dove ſono a deſtra ſi aggiungono ad eſſe le oncie 7, e punti 8, e di più ancora tutta l'altezza dell'argine dalla orizzontale, cioè piedi 3, e oncie 6; e quanto riſulta è tutto arginatura, come inſegna la ſeconda apparente. Ma quando appartengono in parte, ſi levano ſempre dalle differenze le oncie 7, e punti 8, e ciò, che reſta è cavamento; e tolto poi queſto da piedi 3, e oncie 6 altezza dell'argine, il reſtante è arginatura, come ſi può conoſcere in tutte le altre apparenti prima, terza, quarta, ſettima, ottava, e nona.

TERZO PROFILO

Di piccola eſtenſione.

SI è dunque veduto, che la coſtruzione di un profilo fatta nel modo già detto è opportuna, e ſicura per eſeguire la ſezione d'un terreno in pianura, per cui ha da ſcorrere un'acqua ad uſo d'irrigazione; ma per l'oppoſto perchè abbiamo avvertito, che un tal profilo ſi diforma, dobbiam dire, che una ſimile coſtruzione è impropria, e fallace, allorchè abbiaſi a rappreſentare la ſezione di fatto, qual è. Quindi però volendoſi un profilo, che rappreſenti la vera ſezione d'un monte, d'una collina, o di altra eminenza minore, conviene attenerſi a tutta l'eſattezza geometrica, abbandonando

Profilo II pag. 41

A Termini antecedenti.	B Distanze de' termini.
6.8.5	43
2.8.7	52
5.6.8	39
5.6.3	46
4.5.8	31
4.8.5	40
2.9.0	44
4.3.1	32
3.4.3	39
3.3.1	33
43.3.5	401

D

Altezza d'acqua dal fon
Altezza dell'argine dal

Operazione Aritmetica.

Summe degli antecedenti.	Summe de' conseguenti.	Differenze.
6.8.5	5.2.6	
2.8.7	5.0.4	
9.5.0	10.2.10	0.9.10
5.6.8	3.7.4	
14.11.8	13.10.2	
5.6.3	3.1.2	
20.5.11	16.11.4	
4.5.8	3.2.3	
24.11.7	20.1.7	
4.8.5	3.11.2	
29.8.0	24.0.9	
2.9.0	5.2.6	
32.5.0	29.3.3	
4.3.1	4.8.7	
36.8.1	33.11.10	

nando del tutto le licenze, le quali comecchè erano allora ben lungi dall' apportare alcun disordine, sono anzi state consigliate a farsi, e non avvertite a bello studio per motivo di maggior comodità. Ora queste licenze non sono, che due; per la prima delle quali si è consigliato il far uso di due scale: una per le lunghezze, e l'altra per le altezze del profilo; e per la seconda non si è avvertito, che si distende sopra la orizzontale la quantità delle parti indicanti le pertiche descritte nella seconda, e quarta colonna del primo profilo, ovvero in quella di mezzo del secondo, dopochè sono misura d'un terreno inclinato. A fine per tanto di correggere la prima basterà far uso d' una scala sola; e per togliere la seconda bisognerà collocare le parti, che rappresentano le lunghezze, in tante linee inclinate, quali e quante convengono alle misurate inclinazioni; e starà poi ferma ogn' altra operazione del profilo. Il che quanto sia facile non solo da intendersi, ma ancora da eseguirsi, si conoscerà dall' esempio; nella figura del quale oltre che si veggono le quantità, che sono indispensabili alla costruzione di questi profili, si trova anche fatta la prima operazione, che dicesi aritmetica, il tutto espresso in misura di piedi, escluso affatto la denominazione di pertiche, mentre si vuol supporre, che il profilo da farsi riguardi una piccola prominenza di terreno.

Fatta dunque la sola scala de' piedi, che servir dee tanto per le altezze, che per le lunghezze del profilo, la quale ancora sia conveniente al bisogno riguardo non meno alla grandezza de' medesimi, che al numero: si tiri la orizzontale indefinita A B; e dal punto A in essa s' inalzi la verticale A C, che le sia ad angoli retti, come dovranno essere tutte in seguito le verticali, e indefinite ancora dall'una, e l'altra parte della stessa orizzontale. Perchè poi nell'operazione aritmetica si trova, che delle differenze, le quali appartengono alle verticali, la prima di piedi 5 : 6, essendo a parte sinistra, esige di essere trasportata superiormente alla orizzontale, si prendano dalla scala li detti piedi 5 : 6, e dal punto A si portino in C sopra la verticale A C, e superiormente alla orizzontale A B; e per il punto C si tiri equidistante alla orizzontale la retta C D indefinita (o almeno che non sia minore di parti 16, della scala per li piedi 16, che essendo nella prima colonna delle distanze, devonsi far cadere sopra di essa); e questi piedi 16 tolti dalla scala si portino dal punto A fino al punto D nella detta equidistante C D; e si tiri la A D, la quale sarà di piedi 16 nella sua vera geometrica inclinazione alla orizzontale, come all'orizzonte è quella del terreno misurato, a cui essa linea corrisponde. Seguitando l'operazione, per il punto D si tira la verticale E D F; e tolti dalla scala piedi 8 : 3, che sono la seconda differenza, si portino dal punto E nella orizzontale fino in F superiormente per essere sinistra la differenza; e per il punto F si tiri equidistante alla orizzontale la retta F G non minore di parti 23 : 6 della scala, che corrispondono al numero de' piedi 23 : 6 nella seconda colonna delle distanze (il qual ordine si osserverà in proseguimento); e presi dalla scala li piedi 23 : 6, si portino dal punto D fino al punto G nella equidistante F G, e si tiri la D G, che sarà piedi 23 : 6 inclinata all'orizzontale, come all' orizzonte è inclinato il terreno, a cui appartiene. In cotal modo sarà fatto il profilo geometrico di una stazione A D G di livello; nella quale

il punto A è il ſito dell'aſta antecedente; la A D la diſtanza inclinata, che giace fra l'aſta antecedente, e il livello; il punto D il ſito del livello; la D G la diſtanza inclinata fra il livello, e l'aſta conſeguente; e il punto G il luogo dell'aſta conſeguente.

Paſſando alla ſtazione ſeconda, per il punto G ſi tira la verticale H G I; e portando ſopra di eſſa dal punto H nella orizzontale ſino in I la terza differenza di piedi 19: 11, perchè tuttavia è ſiniſtra, ſi conduca la I K equidiſtante alla orizzontale; e levate dalla ſcala parti 25: 7 ſeconda quantità delle prime diſtanze, ſi portino dal punto G ſino al punto K nella equidiſtante I K; e ſi tiri la G K altra linea di parti 25: 7 inclinata all'orizzontale, come è l'inclinazione all'orizzonte del terreno di piedi 25: 7, che rappreſenta. Di nuovo per il punto K condotta la verticale L K, ſopra di eſſa dal punto L in M ſi ſegnino parti della ſcala 19: 7, quarta differenza a ſiniſtra, che ha lo ſteſſo valore in miſura de' piedi; e per il punto M ſi tiri la ſolita parallela alla orizzontale, cioè la M N, ſu di cui dal punto K ſi porteranno parti 18: 1 della ſcala ſino in N, che rappreſentano li piedi 18: 1, cioè la ſeconda quantità nella ſeconda colonna delle diſtanze; e ſi condurrà dal punto K la K N per compimento della ſeconda ſtazione; dove giova oſſervare, che ſe nelle paſſate operazioni il contorno del profilo aſcendeva, in queſta ultima incomincia a diſcendere, e continuerà per qualche tratto; che anzi nella ſeguente ſtazione incomincieranno le differenze a deſtra, cioè quelle, che ſi dovranno portare ſotto l'orizzontale.

Tirata dunque per il punto N la verticale O N ſi levino dalla ſcala parti 11: 8 indicate dalla quinta differenza a ſiniſtra; e traſportate come le altre, ſi avrà il punto P; indi la P Q; e poi dal punto N portate in Q ſopra la P Q parti 19: 7 equivalenti alla terza quantità de' piedi delle prime diſtanze, ſi condurrà la N Q, la quale ſarà inclinata preciſamente, come conviene. Similmente per il punto Q tirata la verticale Q R S, dal punto R ſi porti ſopra di eſſa in S, inferiormente all'orizzontale parti 1: 0 della ſcala per la ſeſta differenza, avvegnachè ſia a parte deſtra; e fatta la S T parallela all'orizzontale, ſi portino parti 17: 10, cioè la terza quantità delle ſeconde diſtanze, dal punto Q ſopra la S T nel punto T; e condotta la Q T, ſarà compiuta la terza ſtazione, ſu la di cui norma, e ſu l'eſempio delle altre antecedenti ſi continuerà a fare le ſtazioni, che ſeguono, e che ſi veggono delineate in figura.

Il profilo dunque geometrico di queſta eminenza di terreno viene rappreſentato dall'andamento A D G K N Q T V X Y Z; dinotando le lettere D K Q V Y li ſiti, ove fu poſto il livello, e le rimanenti A G N T X Z i luoghi delle aſte. Si vede inoltre come va il terreno ora ſopra, ora ſotto l'orizzonte, e per quanto ancora ci vada mediante le verticali intercette fra l'andamento, e la retta orizzontale A B; ma queſto andamento biſogna poi raddolcirlo, mitigando l'acutezza degli angoli, e la rigidezza delle rette linee, che le coſtituiſcono facendole con mano tremolante leggiermente ſinuoſe, come ſi vede nella figura 3.

La operazione aritmetica di queſto profilo è in ogni ſua parte ſomigliante a quella, che ſi è fatta per l'altro; e così appunto aveau da procedere ambedue, qualora ſi volea, che ſempre li traſporti delle differenze ſopra le verticali

ticali incominciar doveſſero, come ſi è fatto, dalla orizzontale. La operazione poi geometrica è differente qualche coſa dall'altra; ma la operazione aritmetica ſi potea fare anche in altro modo più ſemplice: voglio dire, che le differenze ſi potevano prendere immediatamente fra li ſuoi termini, e non fra quelle ſumme, che de' termini medeſimi ſucceſſivamente ſi fanno; e allora nell'operazione geometrica li traſporti delle differenze ſulle verticali incominciar dovevano dalle equidiſtanti alla orizzontale, ſecondochè una ſuccedeva all'altra. Nulladimeno ſe in buona teoria non potrebbe di ciò dubitarſi, in pratica certamente non ſi avrebbe conſeguita la coſtruzione perfetta; avvegnachè dipendendo li traſporti delle differenze da nuove linee, le quali dipendono eſſe pure una dall'altra, e nel tirarle d'ordinario deviano, benchè ſia inſenſibilmente: in cumulo però li deviamenti farebbero, che nel chiudere il profilo ſenza dubbio ſi troverebbe dell'errore ſenſibile, non incontrandoſi mai la giuſta diſtanza de' punti delle ſtazioni dalla orizzontale; e queſta è la ragione, per cui ſi è data la preferenza al metodo, che ora ſi è deſcritto. Io dico ciò per eſperienza; peraltro laſcio in libertà chicchesìa di provarlo, quando non voleſſe reſtare perſuaſo.

Quanto però fin qui ſi è detto per la coſtruzione de' profili, a' quali appartiene il moſtrar le ſezioni de' terreni, non è baſtevole tanto, che altra coſa non rimanga da ſaperſi ulteriormente; perchè quando ſi voglia portare il penſiero a conſiderare il modo, che ſi pratica, e l'iſtrumento, che ſi adopera, in livellare i terreni, de' quali ſi è parlato: dovremo confeſſare, che per aver le quantità neceſſarie da coſtruire il profilo d'un monte, nè il modo è conveniente, nè valevole l'iſtrumento: avvegnachè ſi conoſca facilmente, che per la ripidezza d'un monte, che ſia retta, e alcune pertiche lunga, ſono inſufficienti le aſte, e improprio il livello, quando ſi voglia fare, come ſi dovrebbe, una ſola ſtazione; e non varrebbono forſe meglio per farne anche molte. Biſogna dunque inveſtigare per tal uopo un'altra livellazione, dalla quale poi ſi faccia dipendere il profilo. Queſta però ſarà tale, che ſebbene ſia molto diverſa dall'altra, non per queſto la maniera di deſcriver il profilo ſarà in altro diverſa dalla prima, che nella operazione aritmetica; nella quale unicamente conſiſterà il terzo metodo, che dia compimento a ciò, che ſi tratta.

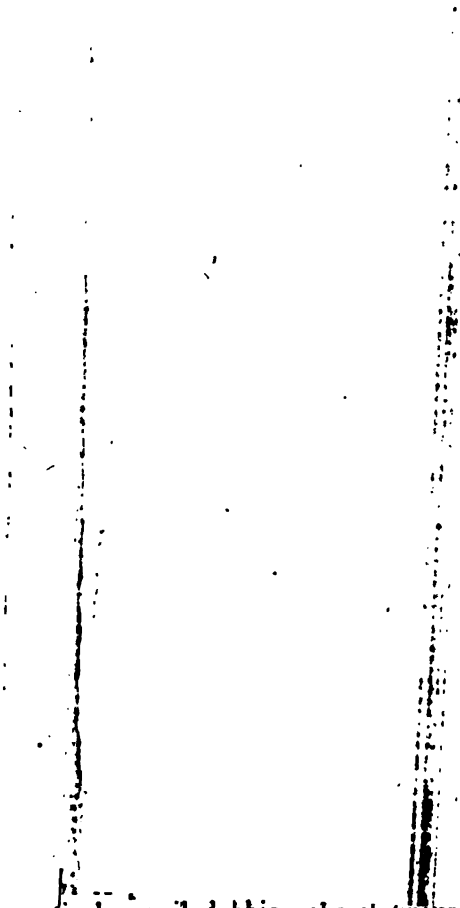
La operazione dunque, onde ſi poſſano ritrarre quelle quantità, che alla formazion del profilo ſi richiedono, è più agevole e pronta dell'altra; e l'iſtrumento conveniente ſi è quello, che diceſi *Oroſmetro*, cioè miſuratore di monti, che con nome volgare ſi direbbe *Miſura-monte*; e comecchè egli è fatto pubblico con la ſtampa, voglio ſupporre, che abbiaſi ora ſotto l'occhio, come ſtà in quella deſcritto, di cui eſſendo ſtata manifeſtata la proprietà di determinare le orizzontali corriſpondenti a diverſe inclinazioni d'un monte: adeſſo non rimane a ſaperſi, che l'altra di determinarne ancora le verticali; dopo di che ſi farà vedere, come ſi formi il profilo con la facilità, e ſimplicità di prima. Pertanto ſiccome fu detto, che per determinare le orizzontali ſi adopra l'iſtrumento verticalmente traguardando ſempre in tutte le operazioni ſopra il lato AC (*Fig.* 1.*), ora ſi dice, che per determinare

(*) Vedi la Geometria Pratica di Lodovico Perini. Verona l'anno 1751.

le verticali ſi adopra tuttavia l' iſtrumento verticalmente, traguardando però ſempre in tutte le operazioni ſopra il lato AB. Perchè poi per aver le orizzontali fu avvertito, che il pendìo del monte ſi può conſiderare in due maniere, cioè dall'alto venendo al baſſo, il che ſi chiama declività; e dal baſſo andando all'alto, che ſi dice acclività; e che per quella ſi dovea traguardare da A in C, e per queſta da C in A: così ora per aver le verticali ſi avverte nulla meno, cioè che per la declività ſi traguardi da A in B, e per l'acclività da B in A. Dunque l'iſtruzione per trovar le verticali non è punto diverſa da quella, con cui ſi trovano le orizzontali; e quindi è ſoverchio il dirne ora di vantaggio, dopochè ſi può averla dalla ſtampa; ma deveſi però aggiungere per il biſogno preſente, che d' ogni pendenza convien prendere tanto la orizzontale, che la verticale corriſpondenti, onde in giuſta miſura abbiaſi non meno la lunghezza, che le altezze del profilo; e poi per facilità, e chiarezza dell' operazione, converrà notare le miſure, che appartengono alle acclività in luogo diſtinto da quelle, che appartengono alle declività; e di più ancora con tal ordine, che appertamente ſi vegga, come le une ſuccedono alle altre; il che ſi farà manifeſto con un eſempio.

Abbianſi a rilevare le orizzontali, e verticali, che corriſpondono alle pendenze CD. DE ec. della montagna AB, onde poi formare di eſſa il profilo, ò ſia la prima ſtazione CD, in cui con l'Oroſmetro nel punto C ſi prenda l'orizzontale 10: —, e poi la verticale 1.5 dell'acclività CD, che di miſura ſiaſi ritrovata pertiche 10: 1; e tali quantità ſi ſcrivano ſotto le loro denominazioni, come ſi veggono ordinate in figura, cioè le pertiche 10: 1 ſotto la denominazione delle acclività, perchè ſono la lunghezza della acclività CD; le pertiche 10: — ſotto la denominazione delle orizzontali delle acclività, perchè ſono la quantità della orizzontale, che corriſponde alla detta acclività; e le pertiche 1: 5, ſotto la denominazione delle verticali delle acclività; perchè ſono della acclività medeſima la corriſpondente verticale miſura. Si paſſi alla ſeconda ſtazione DE, che è parimente acclive, e per conſeguenza inferiormente ai detti numeri ſi ſcrivano con egual ordine le quantità, che le appartengono, preſe con l'Oroſmetro nel punto D, e dimoſtrate nella figura AB con la vera proporzione, che hanno fra di ſe; facendo il medeſimo delle altre cinque ſtazioni ſeguenti, avvegnachè ſono acclivi, ſcrivendole una ſotto l' altra, come ſi ſuccedono. Paſſando all' ottava ſtazione FG, che è la prima a farſi declive, con l'Oroſmetro nel punto F ſi prenda la orizzontale 19: 3, e poi la verticale 7: 2 della declività FG, che di miſura ſiaſi ritrovata pertiche 20: 5; e queſte quantità ſi ſcrivano ſotto le altre denominazioni, a cui ſpettano, cioè le pertiche 20: 5 ſotto la denominazione delle declività, perchè ſono la lunghezza della declività FG; le pertiche 19: 3 ſotto la denominazione delle orizzontali delle declività, perchè altrettante è la orizzontale della detta declività; e le pertiche 7: 2 ſotto la denominazione delle verticali delle declività, perchè di eſſa ſono la verticale corriſpondente; ma ſi ſcrivano tanto inferiormente, quanto ſono le linee fin' ora ſcritte delle acclività, e una di più, cioè nell' ottava linea; il che dimoſtrerà come le declività ſuccedono alle acclività. Le declività, che ſeguono ſono ſei di numero; e però ſotto queſta linea ſi ſcriveranno altre ſei linee, ogn'una

delle



mente di alcuno il dubbio, che il finistro luogo sempre [illegible]
e a destra si dovessero situare le altre. Ma veniamo alla operazione aritmetica; e scritta la prima verticale 1 : 5, si scrivi ancora essa medesima alla sua sinistra nella stessa linea; e poi alla prima 1 : 5 si soscriva la seconda 9 : 3; e fattane la summa 11 : 2, si scrivi sotto a quella dopo la consueta lineetta, scrivendola altresì alla sua sinistra, e nella stessa linea sotto la prima 1 : 5, avvegnachè siano della stessa natura, voglio dire ambedue acclivi.

Alla



delle quali avrà le quantità del ſuo declive, della ſua orizzontale, e verticale ancora. La ſtazione poi H I torna a farſi acclive con due altre, che ſeguono; e perciò le loro quantità ſi ſcriveranno ai loro luoghi ſotto le linee delle acclività, ma tanto inferiormente, quante ſono le linee ora ſcritte ſotto le declività, e una di più, cioè nell'ottava linea. Finalmente la ſtazione K L ſi fa declive con tutte le rimanenti fino al fine, che in tutte ſono otto di numero; onde portando le loro quantità ai riſpettivi luoghi, ſi ſcriveranno in otto linee inferiormente all'ultima delle acclività per linee quattro, che appunto con una di più tante ſono le ultime linee ſcritte ſotto le acclività; e in tal maniera ſarà fatta la nota delle miſure d'ogni ſtazione; e le acclivi non ſolo ſaranno diſtinte dalle declivi, ma ſarà manifeſto ancora l'ordine, con cui una ſuccede all'altra, ſecondo che ſi è detto doverſi fare per facilità, e chiarezza della operazione aritmetica.

Operazione Aritmetica per il Profilo de' Monti.

SIccome ſi è veduto, che la perfezione de'paſſati profili conſiſte nel cominciar dalla orizzontale il traſporto delle differenze ſopra le verticali, ora ſopra, ora ſotto la medeſima, ſecondochè quelle ſono ora ſiniſtre, ora deſtre: così ancora potendoſi col metodo medeſimo coſtruir il profilo, di cui ſi parla, non conviene toglierli queſta prerogativa; e perciò biſogna deſcrivere il modo, con cui ritrovare tali differenze a ſiniſtra, e a deſtra, che traſportando ſu le verticali le prime ſuperiormente, e inferiormente alla orizzontale le ſeconde, abbiaſi a formar il profilo d'un monte niente men giuſto degli altri.

Queſto modo è tutto ripoſto nella operazione aritmetica, di cui ora ſi ha da parlare. Ma perchè in queſto eſempio le prime operazioni abbiano incominciato dalle acclività, per cui il profilo ancora dovrà eſſer acclive nel ſuo principio: non ſi dee già credere, che per ogni profilo da farſi d'un monte ſi abbia ſempre da cominciare allo ſteſſo modo; avvegnachè ſuccederà, che per molti s'incomincierà eziandìo dalle declività, e però in tal caſo le dimenſioni, che apparterranno a queſte, avranno nella nota il primo poſto, cioè a parte ſiniſtra; e le acclività avranno il ſecondo, cioè a parte deſtra, vale dire al contrario di ciò, che qui ſi è fatto, ove ſi ſono ſuppoſte acclivi le prime ſtazioni. Queſto avvertimento è diretto a togliere dalla mente di alcuno il dubbio, che il ſiniſtro luogo ſempre foſſe delle acclivi, e a deſtra ſi doveſſero ſituare le altre. Ma veniamo alla operazione aritmetica; e ſcritta la prima verticale 1 : 5, ſi ſcrivi ancora eſſa medeſima alla ſua ſiniſtra nella ſteſſa linea; e poi alla prima 1 : 5 ſi ſoſcriva la ſeconda 9 : 3; e fattane la ſumma 11 : 2, ſi ſcrivi ſotto a quella dopo la conſueta lineetta, ſcrivendola altresì alla ſua ſiniſtra, e nella ſteſſa linea ſotto la prima 1 : 5, avvegnachè ſiano della ſteſſa natura, voglio dire ambedue acclivi.

Alla

Alla ſumma di 11: 2 ſi metta ſotto la terza verticale 15: 5, a cui ſi ſottoſcriva la ſua ſumma 27: 1, da ſituarſi pure a parte ſiniſtra in linea con eſſa ſotto la 11: 2. Con queſta regola ſi procederà ſino alla ſumma 62: 2, che è l'ultima delle prime verticali acclivi, dopo la quale ſottentrando in ſerie le verticali declivi, la prima delle quali è 7: 2, ed è minore della ſumma 62: 2, deveſi quella notare al lato deſtro di queſta per una linea inferiormente, e poi farne la ſottrazione, e ſi pone la differenza 55 a parte ſiniſtra nella ſteſſa linea della 7: 2 diſotto la 62: 2. Alla 7: 2 ſi unirà la verticale declive ſeconda 22: 1; e ſcrittale ſotto la ſumma 29: 3, la qual' è tuttavia minore di 62: 2, ſi ſottrae da queſta, e la ſua differenza 32: 5 ſi nota in linea con la ſumma 29: 3 ſotto la 55 poco fa notata. Seguono per due altre verticali declivi 8: —, e 17: 2 due operazioni conſimili, per le quali ſi hanno due altre ſumme 37: 3, e 54: 5 minori della ſumma 62: 2 delle verticali acclivi; e però ancora due altre differenze 24: 5, 7: 3 da notarſi a parte ſiniſtra una dopo l'altra ſotto la differenza 32: 5, a lato, e in linea di dette ſumme. Ma alla ſumma 54: 5 aggiungendo la quinta verticale declive 20: —, la ſumma 74: 5 delle verticali declivi è divenuta maggiore della ſumma 62: 2 delle verticali acclivi; e però dovendoſi ora ſottrarre le 62: 2 dalla 74: 5, la differenza 12: 3 ſi dovrà notare nella ſteſſa linea, e al fianco deſtro della 74: 5; dopo di che per altre due verticali declivi 10: 5, e 12: — ſi avranno due ſumme 85: 4, e 97: 4; e le ſue differenze 23: 2, e 35: 2, che provengano dalla ſottrazione della medeſima 62: 2, ſi porranno ſotto la 12: 3. E qui tornando in campo le verticali acclivi, cioè la verticale 7: —, queſta ſi ſcrive ſotto la ſumma 62: 2 delle medeſime, e la ſumma 69: 2 eſſendo minore dell' altra 97: 4, ſi ſottrarrà, e la differenza 28: 2 ſi porrà ſotto la 35: 2 (ſe foſſe ſtata maggiore, ſi farebbe da eſſa ſottratta la 97: 4, e la differenza ſi farebbe poſta al contrario, cioè ſotto la 7: 3 a parte ſiniſtra in linea con la ſumma 69: 2). Continuando le operazioni ſino al fine con tal metodo, ſi avranno a ſiniſtra le quantità da traſportarſi nel profilo ſu le verticali ſuperiormente alla orizzontale, e a parte deſtra le altre, che devono traſportarſi inferiormente alla medeſima; e ſe non foſſe ſtata per taluno così chiara la eſpreſſione in parole, ſupplirà certamente la figura, per poco che ſi voglia eſaminarla con l'occhio.

Operazione Geometrica per il Profilo de' Monti.

SE l'uffizio delle verticali è quello di determinare le diverſe altezze dei Profili, le orizzontali fanno la funzione di determinarne a parte a parte la lunghezza; ed ambedue recano inſieme l'ultima facilità per la coſtruzione di eſſi; coſicchè l'iſtruzione, che ora ci reſta, punto non differiſca da quella de' profili di campagna, deſcritta in principio; e nel tempo medeſimo debba eſſer breviſſima, affine di non ripetere coſe già dette.

Si tiri

Le Acclività.	Sue Orizzontali.	Sue Verticali.	Le Declività.	Sue
10. 1	10. –	1. 5.		
30. 5	29. 2	9. 3		
32. 1	28. –	15. 5		
22. 5	27. 3	14. 4		
18. 1	15. 1	10. –		
12. 1	9. 1	8. –		
18. 5	18. 4	2. 3		
			20. 5	
			34. 1	
			17. –	
			30. 5	
			29. –	
			16. 1	
			37. –	
25. –	24. –	7. –		
14. 3	10. 3	10. –		
28. 5	27. 3	8. 4		
213. 3	189. 5	88. –	24. 5	
			28. 1	
			10. 5	
			14. 1	
			8. 5	
			13. –	
			14. 5	
			10. 5	
			310. 3	

Acclività – – – 213. 3
Declività – – – – 310. 3

La curva del Monte è lunga – – 524. –

Orizzontali acclivi – – – – – 189. 5
Orizzontali declivi – – – – – 262. 5

Pianta del Monte è lunga – – – 452. 4.

Verticali acclivi – – – – – – 88. –
Verticali declivi – – – – – – 156. 2

Differenza sotto l'Orizzonte – 68. 2

Figura d
filo II

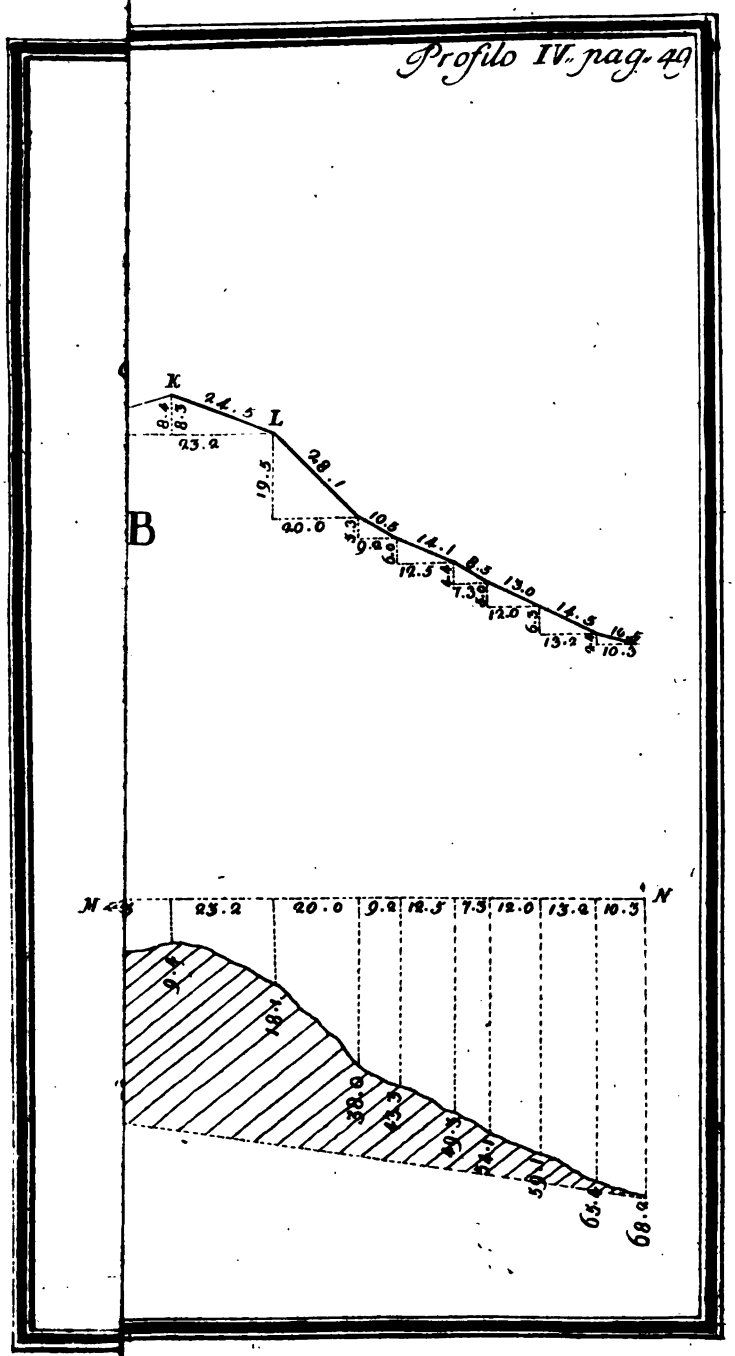
Si tiri adunque la orizzontale M N indefinita (*Fig.4 de'Prof.*); e tolte dalla ſcala, che ſi ſuppone preparata, pertiche 10: —, che è il valore della prima orizzontale, ſi portino da M in O; e poi da O in P pertiche 29: 2 della ſeconda orizzontale; le pertiche 28: — della terza da P in Q; e così di mano in mano ſino in fine ſecondo la ſerie, che una ſuccede all'altra, ſebbene anche ſiano ora acclivi, ora declivi, e viceverſa. Per li punti O P Q, e gli altri in ſeguito ſi conducano ad angoli retti alla orizzontale altrettante linee O R, P S, Q T ec., che la ſeghino, e ſi eſtendano ſopra, e ſotto di eſſa indefinitamente; e dalla ſcala preſa la quantità di pertiche 1: 5 della prima verticale nella figura, ſi porti dal punto O al punto R ſuperiormente alla orizzontale, perchè la verticale, ſecondo ciò che ſi è detto, è a parte ſiniſtra; e ſi conduca la retta M R. Di nuovo preſa dalla ſcala la quantità di pertiche 11: 2 della ſeconda verticale ſi porti dal punto P al punto S ſuperiormente, eſſendo eſſa pure alla ſiniſtra; e ſi tiri la R S. La quantità di pertiche 27: 1 della terza verticale tuttavia ſiniſtra ſi porti ſuperiormente, come le altre dal punto Q al punto T; e ſi congiunga la S T; e la ſteſſa pratica ſi continui, finchè le verticali ſuſſiſtono a parte ſiniſtra; ma quando paſſeranno a parte deſtra, ſi porteranno inferiormente alla orizzontale, come avviene, qualora ſi giunga alla verticale duodecima di pertiche 12: 3, che preſa dalla ſcala, ſi è portata dal punto V al punto X ſotto la orizzontale M N con tutte le altre, che ſeguono, perchè la caſualità di queſto eſempio importa così; per altro è regola coſtante di alternare li traſporti ora ſopra, ora ſotto la orizzontale, ſecondo che ſi alternano le verticali ora a ſiniſtra, ora a deſtra. Si congiungeranno ſino al fine di volta in volta, come ſi è fatto delle M R, R S, S T ec. le rette di acclività, e declività, come ſuccedono una dopo l'altra, e che eſprimono l'andamento, o la curva del monte in ſuperficie, ſecondo la ſezione, che fù inteſa di fare; e in cotal modo ſarà delineato il profilo del monte nella ſua geometrica eſattezza, quando eſattamente eſſendo ſtate preſe le miſure delle inclinazioni, o pendenze, con pari attenzione ſiano ſtate determinate con l'Oroſmetro le orizzontali, e le verticali, che lor corriſpondono; che anzi ſopra queſta parcolarità è neceſſario non ſolo un avvertimento, ma un'iſtruzione ancora, che è la ſeguente.

La coſtruzione dell'Oroſmetro, abbenchè egli foſſe d'una grandezza conveniente, porta di ſua natura, che quanto più le ſemicirconferenze ſi accoſtano al punto del contatto, ſi confondano fra di ſe tanto maggiormente, e non ſi poſſa talvolta diſtinguere l'una dall'altra; onde ſia per certi caſi imperfettiſſima non ſolo, ma impoſſibile ancora la determinazione d'una verticale, quando la pendenza, alla quale corriſponde, ſia proſſima ad eſſere orizzontale, o d'una orizzontale, qualor la ſua pendenza ſia molto ripida; e quindi a fine di evitare, come occorra, un tale difetto, ſarà ottimo ripiego fare il quadrato della miſura della pendenza, e da lui ſottrarre il quadrato della linea, che ſi può con l'iſtrumento determinare, orizzontale, o verticale, che ella ſia; poichè cavando la radice quadrata della differenza, ſarà deſſa la verticale, o la orizzontale, che non fu poſſibile determinare. Per eſempio nella ſtazione ſettima la pendenza di pertiche 18: 5 è quaſi orizzontale, e con l'iſtrumento ſi trova, che le corriſponde la orizzontale di per-

di pertiche 18: 4: ſe dal quadrato di quella 354 $\frac{14}{16}$ ſi tolga il quadrato di queſta 348 $\frac{15}{16}$, rimane $6\frac{15}{16}$, la di cui radice quadrata pertiche 2: 3 è la verticale, che non ſi può determinare con l'iſtrumento. Il medeſimo ſi dovrà fare, ſe potendoſi determinare la verticale d'una pendenza ſommamente ripida, non ſoſſe poſſibile di avere col mezzo dell'Oroſmetro la orizzontale. Per altro merita oſſervazione, come da un profilo di queſta ſorte ſucceda, che ſi può conoſcere l'altezza Y del monte da ogni punto della curva del medeſimo; avvegnachè altro non ſia, che la differenza, o la ſumma di due verticali; a cagion d'eſempio dal punto R è pertiche 58, che è la differenza della verticale O R dalla verticale Z Y; e dal punto X è pertiche 72, e piedi 2, che è la ſumma della verticale X V con la verticale Z Y. Quando poi nel prender le miſure con l'Oroſmetro ſi aveſſe proceduto per un piano verticale, ſi potrebbe conoſcer anche la diſtanza di due punti qualſivoglia della curva del monte, come ſarebbe la diſtanza del punto P al punto X, che è la radice quadrata, che deriva dalla ſumma dei quadrati delle due rette P V V X. La diſtanza del punto T dal punto X è la radice quadrata, che vien dal quadrato della Q V unito col quadrato fatto dalle T Q V X, come foſſero una linea ſola.

LA

Profilo IV. pag. 49



LA ZONA.

NUOVO SISTEMA PER CALCOLAR LE CAMPAGNE CON TUTTA ESATTEZZA SOPRA LI DISEGNI.

TRA le poche annotazioni, che fin dall' anno 1751 per condiſcendere al Librajo Stampatore io feci al libro *della Geometria Pratica di Ledovico Perini*, due di eſſe non poco hanno giovato alla Profeſſione degl' Ingegneri, e Periti Agrimenſori; una delle quali riguarda la pratica di rilevare in Diſegno le campagne, e l'altra riguarda quella di miſurare i monti, e le colline. Con la prima avendo io inſegnato lo alternar le ſtazioni della Tavoletta, mediante l'uſo della Buſſola Magnetica, ho recato all' arte molta prontezza nell' operare, e maggior perfezione per conſeguir le vere figure dei terreni; e con l'altra, mediante l' Iſtromento, che io nomino *Oroſmetro*, cioè *Miſura-Monte*, oltrechè ho alleviata la fatica, ed abbreviato ſommamente il tempo a chi opera: ſi riſcontrano così eſatte le miſure orizzontali corriſpondenti alle pendenze de' monti miſurate con pertica andante, che non avrebbeſi potuto mai aſpettar altrettanto, per quanta diligenza ſi foſſe impiegata, con l'operazione laborioſa e proliſſa coſtumata per l'addietro; e quanto io dico di queſti due inſegnamenti, è così vero, che abbaſtanza lo teſtifica l'uſo, che oggi con ottima riuſcita ſi fa d'entrambi comunemente. In ſeguito nella pratica di livellare li terreni avendo fatto vedere, come con una Diottra ſi tolga all'occhio la troppo grave ſtanchezza, che ſoffre nelle replicate oſſervazioni, a fine di aſſicurarſi dell' incontro dello ſcopo con le due ſuperficie acquee del livello; e come nello ſteſſo tempo ſi ottenga la preciſa altezza del livello medeſimo, comunque ſia poſto: per teſtimonianza di coloro, che n'han fatta la prova, ſi può dire, che ſia molto migliorata queſta pratica ancora. Finalmente il dire a qual ſegno di facilità, e perfezione io abbia ridotto la maniera di coſtruir li profili delle Livellazioni: ſarà penſiero di chiunque avrà biſogno di porre in opera, o vorrà leggere tutto l' inſegnamento, che intorno a queſta materia ho eſteſo, e dichiarato.

Senonchè è d'uopo confeſſare, che con tutte queſte coſe non ſi è per anche proveduto a quanto può abbiſognare in queſto liberale eſercizio, coſicchè non ſiavi qualche altra coſa da deſiderarſi, che lo renda migliore in qualche altra operazione. Per mio avviſo fa biſogno, che ſia proveduto alla pratica di calcolare la quantità delle campagne ſopra li Diſegni, che delle medeſime ſi foſſero rilevati; mentre a chi per un tal calcolo ſi ſerve dell' ordinario metodo, è noto baſtantemente, che è tutto arbitrario, e affatto incerto il giudizio, che ſi forma della frazione dimoſtrata le più volte dal compaſſo applicato alla ſcala del diſegno per conoſcere quanto ſia un lato, o altra linea della figura, che ſi calcola, cioè quando eſſo non abbraccia preciſamente un giuſto numero di pertiche, ma comprende ancora una particella di pertica, di cui l'occhio non ſa, nè può determinare la quantità in piedi, oncie ec.; e comecchè queſta determinazione è di tale conſeguenza, che quando ſi poſſa avere, ſi ha obbligo ſtretto di andarne in traccia, dopochè ſi tratta di dar il giuſto a chi appartiene: così chi ha l'animo diſpoſto alle coſe di equità, non potrà non aggradire un inſegnamento, che forſe riſolve con più di ſicurezza, e preciſione il calcolo d'una campagna ſul diſegno, che ſul proprio luogo della medeſima, quando ſia maneggiato con la dovuta attenzione, e quando ſia ſtato rilevato il diſegno con la neceſſaria diligenza.

Mà ſopra di ciò mi ſi dirà, che è ſtato proveduto a ſufficienza con la ſcala detta Geometrica, con la quale potendoſi determinare in decimali, duodecimali, o altra ſpezie di rotto a piacimento la particella della pertica: pare, che non occorra cercar di vantaggio per migliorare la pratica di calcolare le campagne ſopra li diſegni. Ed io riſpondo, che quando la ſcala del diſegno abbia alquanto grandi le parti, che rappreſentano le pertiche, ſi potrà ſufficientemente determinar una di eſſe in decimali, o duodecimali, ma non con ulteriori ſuddiviſioni. Se poi le parti, che rappreſentano le pertiche, ſiano piccole, come accade più frequentemente per l'ampiezza delle campagne diſegnate, giacchè rade volte ſi fa un diſegno per un campo, o due di terra: con la ſcala Geometrica non ſi potranno forſe determinare con aggiuſtatezza nemmeno le ſeſte, voglio dire dopo le pertiche i piedi; e ciò non ſolo per la ſomma difficoltà di ben coſtruirla, quanto perchè l'applicazion del compaſſo ſi adatta in giù luoghi, ſenza che ſi ſappia a qual appigliarſi, come può eſſer noto a chi l'avrà maneggiata più volte; laddove con l'inſegnamento, che io ſono per deſcrivere, ſi ſtabiliſce, e manifeſta ſenza veruna ambiguità in piedi, e oncie, e in altre ſuddiviſioni qualunque porzione per minuta, che ſia.

Queſto inſegnamento non è altro che il Problema Meccanico della Fiſica Proporzione ſtampato l'anno 1768, ma però applicato alla ſcala, che deve ſervir al calcolo del diſegno; con la qual applicazione eſſendo eſſo ridotto al caſo particolare, divien più ſemplice, e facile, che nella ſua generalità, in cui è ſtato concepito. Come poi ſi faccia queſta applicazione ſarà la prima coſa di cui parlerò. In ſeguito inſegnerò, come d'una datta retta linea ſi poſſa conoſcere, quanto comprenda in ſe di pertiche, piedi, e oncie della ſcala, e ſe anche ſi voglia, di altre particelle più minute. In terzo luogo moſtrerò, come ſenza queſta cognizione di pertiche, piedi, oncie ec.

cie ec. ſi faccia nulla meno di due date dimenſioni il calcolo ſuperficiale in tavole, piedi, oncie, punti, ed altre ſuddiviſioni, ſe occorra.

Comecchè dunque per queſta operazione ſi ha biſogno d' una retta linea, ſu cui fino ad un certo ſegno il compaſſo dee camminare con apertura uguale a quella retta, di cui ſi vuol conoſcere il valore: ſi richiederà qualche volta, che ſia tanto lunga, quantochè la lunghezza d' un foglio di carta grande, e forſe ancora di due, o più fogli uniti inſieme non baſterebbe; e una lunghezza tale non ſarebbe ſenza qualche diſturbo, o nojoſo imbarazzo nell'adoperarla. Per la qual coſa a fine di correggere queſto inconveniente, premetto il modo di coſtruir una retta linea, la quale ſia lunga dieci, quindici, venti piedi, e anche più ſe ſi voglia, e ſia nulla meno facile da maneggiarſi, come foſſe lunga poco più di due piedi. La qualità, e la forma della carta imperiale è per ciò molto dicevole, avvegnachè per la qualità ſia conſiſtente, quanto baſta; e per la forma abbia una lunghezza poco maggior di due piedi. Secondo poi tutta queſta ſua lunghezza ſe ne trae da un foglio due ſtriſcie, o liſte larghe circa tre oncie, e da due capi ſi congiungono inſieme con glutine, onde ne riſulti una ſola larga tre oncie, e lunga quattro piedi e mezzo circa, voglio dire, che larghezza a lunghezza ſia in ragion de' numeri 1 : 18, abbenchè ſi poſſa fare ſotto altre proporzioni ad arbitrio. La rappreſenti a cagion d' eſempio (*Fig.* 1) il parallelogrammo rettangolo ATCV, di cui in paragon della larghezza è di molto accorciata la lunghezza, acciò ſia deſcritta con maggior comodità di figura, e ſia reſa più intelligibile, facendo, che l'occhio la comprenda tutta in un guardo ſolo. Si tiri la retta FG equidiſtante dalla CV per l'intervallo d' un quarto d'oncia, a fine che la porzion di carta FV ſerva come di morſa per congiunger fra di ſe li due capi AT FG, e ſi formi della ſtriſcia quaſi una zona, come dirò in appreſſo. Similmente per un quarto d'oncia diſtanti dai punti ATFG ſi ſegnino ſopra la rette AT FG li punti HBLK, e ciaſcuno degl' intervalli di mezzo HB DK deveſi dividere in uguali parti, le quali, ſecondochè ſaranno più, o meno di numero, coſtituiranno la linea, che ſi deſcrive, più o meno lunga; ma però devono eſſere tante, che non facciano ingombro, o non ſiano inutili. In queſto eſempio baſta divider sì l'uno, che l'altro intervallo in parti cinque ne' punti LMNO PQRS. Si congiungano poi queſti punti a due a due con linee rette in maniera, che conſiderati per nulla i punti HK le rette ſieno LD MP NQ OR BS, le quali, come è manifeſto, ſaranno fra di ſe parallele, ma oblique alle rette AF TG. Ciò fatto ſi connettano inſieme così li due capi AT FG, mediante la morſa FV, che il punto F cada ſopra il punto A, e il punto G ſopra il punto T; e gli altri punti caderanno ſopra gli altri punti con tale corriſpondenza, che tutta la ſtriſcia di carta formando una Zona in giro rappreſentata dalla *Fig.* 2, ſi concepirà chiaramente, che tutte le linee BS OR NQ MP LD della *Fig.* 1 coſtituiſcono una linea ſola, che gira attorno la Zona, come ſi avvolge un filo con più giri ſopra un cilindro, la quale comincia dal punto B, e dopo cinque torni finiſce nel punto D (*Fig.* 2). Ecco dunque formata la linea propoſta, che ſecondo le coſe anzidette è lunga piedi 22 circa.

Premeſſa queſta coſtruzione, ſia ſcala del diſegno da calcolarſi la retta AB (*Fig.* 3) di pertiche 100, ſegnate dal punto C ſino al punto A di dieci in dieci ſecondo la pratica ordinaria; e nella linea BD (*Fig.* 2) deſcritta ſopra la Zona ſi traſporti con un compaſſo dal punto B una di queſte decadi di pertiche, continuando il traſporto ſino al punto D, o vicino ad eſſo, quando in lui non cada, e marcando ſottilmente le tracce tutte, che ſopra la BD vengono impreſſe dalle punte del compaſſo medeſimo; che anzi in cambio di tirar la linea BD con inchioſtro, o altra materia colorata, gioverà più tirarla con punta non molto acuta, nè aſpra, ma levigata; e poi ſegnar con inchioſtro, e ſottilmente le ſole tracce impreſſe in eſſa dalle punte del compaſſo, le quali ſaranno così molto opportune al fine inteſo, perchè diſcernevoli all'occhio puntualmente. Si metteranno poi li numeri ad ogni cinque di loro, cioè il 50 alla quinta traccia, alla decima il 100, alla decima quinta il 150, il 200 alla vigeſima, e così ſucceſſivamente; avvegnachè la BD non debba cadere ſotto altra conſiderazione, che della ſcala CA (*Fig.* 3) prolungata per un tratto indeficiente a quel biſogno, che ſi avrà, per conoſcere ſotto le ſue denominazioni la quantità d'una data lunghezza. Sebbene farà meglio ſoſtituir i numeri 5, 10, 15, 20, ec., e poi conſiderarli ſul fatto come numeri accreſciuti d'un zero, dopo di ſe, cioè moltiplicati per dieci, ſtantechè da una traccia all'altra ſua proſſima ſi contano pertiche dieci; anzi avverto, che appunto di queſta ſeconda ſegnatura io mi ſervirò negli eſempi.

E perchè la decade, che ſi traſporta, e ſi continua per tutta la BD ſia legittima, cioè l'intervallo di dieci pertiche ſia tolto dalla ſcala in tutto il ſuo rigor neceſſario: è di meſtieri uſare queſta indiſpenſabile diligenza di prendere con un buon compaſſo, che abbia le gambe ſode, e non vacillanti, la lunghezza CD (*Fig.* 3), e oſſervare, ſe eſſo camminando, e replicandola per dieci volte dal punto C ſopra la retta CA, va a cader giuſtamente con una punta in A; poichè ſe cadeſſe di qua, o di là anche per una particella appena viſibile, convien fare nuovo tentativo, allargando, o ſtringendo l'apertura, finchè ſucceda, che di nuovo replicata dal punto C ſopra la retta CA per dieci volte, giunga preciſamente a terminare ſul punto A; e queſta avvertenza è tanto neceſſaria, quantochè traſcurandola ſarebbe inutile l'operazione fatta, e del tutto fallace ogni calcolo, che ſi faceſſe dipoi.

Finalmente l'operazion manuale con che traſportare le decadi della ſcala del diſegno ſopra la retta BD, dopo che la Zona ritorna in ſe ſteſſa, e non può ſtenderſi tutta per lungo, farà d'inferire dentro il giro di queſta un capo della tavola, ſu cui ſi opera; e quando la tavola aveſſe maggior ampiezza, baſterà anche un'angolo della medeſima, ficchè il punto B cada ſopra eſſa a noi vicino; e preſo con la mano deſtra il compaſſo, aperto a giuſta miſura d'una decade, come ſi è detto, ſi mette una punta in B, e poi ſi fa camminare ſopra la BD cautamente, che non iſdruccioli, per tutto quel tratto di tavola, che è ſottopoſto alla Zona; e quando è per uſcire, ſi chiama a ſe gentilmente con la mano ſiniſtra la Zona per un altro ſimile tratto, non levando mai la punta del compaſſo dalla carta, ove ſi è fermato, nè tenendola compreſſa, per cui ſi laceri; e ſi continui a fare il medeſimo,

finchè

finchè il compasso abbia scorsa tutta la B D, lasciando impresse convenientemente le tracce senza molto profondarle, o allargarle; il che si ottiene quando si operi sopra tavola di legno di noce, e non di abete: avvertimento, che non dovrebbe esser infruttuoso, se si consideri, che siccome in ogni arte havvi i suoi scandali, così ancora tra i Periti v' è quello d'aver la coperta delle loro tavole, su cui disegnano, di legno dolce, cioè di poca resistenza, per cui eglino, dovendo col compasso segnar punti, squarciano bene spesso la carta, o per lo meno contro la loro professione contrastano col fatto il primo principio geometrico, segnando punti un po troppo divisibili. Data esecuzione a queste cose con la diligenza, e cautele ricordate, sarà fatta l'applicazione del Problema Meccanico della Fisica Proporzione alla scala A B del disegno da calcolarsi (*Fig.* 3), come avevo proposto di parlare per prima istruzione.

Ricerca poi la seconda istruzione, come d' una data retta linea si possa conoscere, quanto comprenda in se di pertiche, piedi, e oncie della scala, ed anche di particelle più minute; ma questa operazione è così facile da eseguirsi, che non abbisogna di molte parole per farla capire; e nemmeno ha bisogno di veruna dimostrazione, e figura per darne ad intendere il fondamento, tanto è chiaro per se, e manifesto. Si prenda col compasso la data linea; e inserito nella Zona il capo della tavola, su di cui si è per calcolare, o se non si può, un'angolo della medesima, come si è detto, si metta una punta del compasso in B; poi nella stessa guisa, che si sono formate le tracce, si faccia esso camminare sopra la linea B D per tante volte, finchè una punta giunga precisamente a cadere in una delle tracce segnate, tenendo esatto conto dei due numeri, cioè di quello, da cui è denominata la traccia, ove si è arrestato il compasso; e del numero delle volte, che si è replicata la di lui apertura uguale alla data retta linea. Il primo è numerator d' una frazione, e il secondo è il suo denominatore; cosicchè dividendo il primo per il secondo, il quoziente dinoterà la moltitudine delle pertiche intiere compresse nella linea data. Avanzando dalla divisione un residuo si moltiplicherà per 6; e diviso il prodotto per lo stesso numero secondo, nel quoziente si avranno i piedi appresso le pertiche. Di nuovo avanzando dalla divisione altro residuo si moltiplicherà per 12; e fatta col detto denominatore nuova divisione del prodotto, si avranno le oncie dopo i piedi; e volendo anche i punti, il terzo residuo si moltiplicherà pure per 12, e si farà la quarta divisione; con che restando ancora qualche avanzo, si scriverà dopo i punti in forma di frazione, cioè sopra una linea come numeratore, col suo divisor di sotto come denominatore, quando non si volesse abbandonarlo qual minuzia da non computarsi. La linea dunque proposta abbraccierà tante pertiche, piedi, oncie, e punti della scala, quanto è il complesso dei quozienti, che si sono l'uno all'altro succeduti. Tal sorta di calcolo, siccome è solito accader di frequente per altre specie di rotti, è conosciuto eziandìo da chi non professa che mediocremente l'aritmetica, e però non può incontrare alcuna difficoltà. Dove nelle divisioni fatte non rimanesse alcun residuo, sarà manifesto, che essendo terminata l' operazione, la retta è comunicante con le denominazioni costituenti l'unità della pertica. Gli esempj, che seguono metteranno in chiaro tutta l'istruzione.

Esem-

Esempio I. La lunghezza della data linea retta sia la base d'un triangolo; e l'apertura del compasso, che la racchiude, cada nella traccia denominata dal numero 32 dopo di averla replicata 7 volte dal punto B sopra la B D. Da ciò, che ho detto, il 32 accresciuto d'un zero dopo di se, o moltiplicato per 10, cioè il 320 è un numeratore; e il numero, che denomina le repliche, cioè il 7 è un denominatore, da' quali si costituisce la frazione $\frac{320}{7}$. Secondo l'insegnamento divido per 7 il 320, e trovo 45 pertiche di primo quoziente col residuo 5, che moltiplicato per 6 mi dà 30 di prodotto. Divido il 30 per 7, ed ho piedi 4 di secondo quoziente col residuo 2 da moltiplicarsi per 12. Fatta la moltiplicazione mi comparisce il prodotto 24, il quale diviso per 7 costituisce 3 oncie per terzo quoziente, e 3 di residuo. Per aver anche i punti moltiplico il residuo 3 per 12, e diviso il prodotto 36 per 7 mi offre di quoziente punti 5 col residuo 1, a cui perfine pongo sotto il divisor 7 con una linea tramezzo; e formata la frazione $\frac{1}{7}$, conchiudo, che l'apertura del compasso, cioè tutta la retta linea data comprende pertiche 45 della scala, piedi 4, oncie 3, e punti $5\frac{1}{7}$.

7	320
45 : 4 : 3 : $5\frac{1}{7}$	40
	5
	6
	30
	2
	12
	24
	3
	12
	36
	1

Dal meccanismo di tutte le operazioni fatte traluce in somma chiarezza il fondamento di questo Problema tanto pregevole, quanto utile, e necessario; imperciocchè dal punto B fino alla traccia denominata dal 32 si ha una retta linea uguale a sette linee date; ma la retta linea dal punto B fino alla traccia 32 comprende 320 pertiche della scala: dunque sette linee date comprendono 320 pertiche della scala. E' poi la data retta linea una settima parte di sette linee date: dunque la data linea comprenderà una settima parte di 320 pertiche della scala; ma pertiche 45, piedi 4, oncie 3, e punti $5\frac{1}{7}$ sono una settima parte di 320 pertiche della scala: dunque la retta linea data comprende pertiche della scala 45 : 4 : 3 : $5\frac{1}{7}$.

Esempio II. Ma la lunghezza d'un' altra linea retta data sia la perpendicolare dello stesso triangolo, la qual tolta con l'apertura del compasso, e poi dal punto B replicata per 19 volte sopra la retta B D giunga nella traccia 56. Dunque si avrà la frazione $\frac{560}{19}$; intorno a cui operando con tradurla alle unità delle pertiche, e suo accompagnamento di rotti specifici, mediante le divisioni, moltiplicazioni, e suddivisioni, come si è fatto nell'esempio ante-

19	560
29 : 2 : 10 : $1\frac{5}{19}$	180
	9
	6
	54
	16
	12
	192
	2
	12
	24
	5

antecedente, e come dimoſtra il vicino computo, ſi troverà, che la perpendicolare comprende pertiche 29 della ſcala con appreſſo piedi 2, oncie 10, punti $1\frac{5}{10}$.

Può però, e non di rado accadere, che la data retta linea ſia tanto lunga, che non ſi abbia compaſſo idoneo a riceverla; o pure ſe può riceverla, ſia la di lui apertura male a propoſito per camminare con eſſa ſopra la linea B D; per la qual coſa gioverà in tale contingenza togliere dalla linea data una tale porzione di pertiche giuſte della ſcala, che la porzion rimanente ſia congrua per il compaſſo; la quale poi determinata, giuſta il metodo eſpoſto, ſi aggiungerà alla porzione di prima; e nella ſumma ſi avrà il valore di tutta la linea data; e queſta ſumma ſi potrà fare avanti, o dopo che la porzion rimanente ſia ridotta in pertiche, piedi ec. col mezzo della diviſione; il che s' intenderà dall'

Eſempio III. La retta linea data ſorpaſſi le pertiche 200, e il compaſſo non ſia atto a riceverne congruamente, che 100. Preſe dunque con eſſo pertiche 100 dalla ſcala, ſi portino due volte ſopra la data linea, incominciando da un capo di eſſa; e ſi avrà in queſto modo una porzione della medeſima, la quale comprenderà 200 pertiche. Prenda il compaſſo la porzion rimanente; e replicata dal punto B ſopra la linea B D per 9 volte cada ſopra la traccia 34, per cui ſi abbia la frazione $\frac{140}{9}$. Se opero ſubito in tradurla, trovo, che la porzione è pertiche 37, piedi 4, oncie 8 ſenz' altro rotto ſucceſſivo, onde ſia comunicante con le denominazioni coſtituenti l' unità della pertica, come ho detto. Alle pertiche 200 della prima porzione ſi aggiungano le pertiche 37: 4 : 8 della ſeconda, e tutta la linea ſarà pertiche 237, piedi 4; oncie 8. Se poi prima di tradur la frazione $\frac{140}{9}$ ſi voglia aggiunger il valor conoſciuto di pertiche 200 della prima porzione, e coſtituir una frazione ſola per tradur poi tutto inſieme, e tutto inſieme aver il valor di tutta la retta linea data: ſi moltiplicherà il 200 per il denominator 9, e il prodotto 1800 ſi unirà al numerator 340, e la frazione totale ſarà $\frac{2140}{9}$; traducendo la quale ſi troveranno ugualmente pertiche 237, piedi 4, oncie 8, e niente più per valor di tutta la linea data, come ſi vede nel computo fatto. Non ſi ricuſi queſta ſeconda avvertenza, come ſoverchia, perchè in ſeguito ſi vedrà, che è di molto giovamento.

9	2140
Pert. 237 : 4 : 8	34
	70
	7
	6
	42
	6
	12
	72
	0

Se per l'oppoſto qualche volta accadeſſe che la data retta linea foſſe tanto breve, che bensì il compaſſo valeſſe a riceverla, ma però dubbiamente, ovvero che a cagion della ſua apertura ſtretta non poteſſe la mano acconciatamente condurlo ſopra la linea B D della Zona per determinarla; in queſto caſo ſi prolungherà la data linea tanto, che il prolungamento riceva due, o tre decadi di pertiche della ſcala, ſegnate le quali ſi fà, che l' apertura del compaſſo le prenda unitamente con la linea data; e poi determinato

nato in genere, oppure in ſpezie il ſuo valore, ſi leveranno da eſſo le decadi aggiunte, poichè il reſtante ſarà il valor della data linea breve. Si dilucida queſto meccaniſmo con l'

Eſempio IV. Alla data retta linea breve prolungata ſi aggiungano due decadi di pertiche della ſcala; e queſte preſe dal compaſſo unitamente con la retta, e portata l'apertura dal punto B ſopra la B D, ſi trovi, che replicata 44 volte cada nella traccia 93. Dunque ſi avrà la frazione $\frac{210}{44}$; e comecchè le due decadi aggiunte ſono pertiche 20, ſi moltiplichi il 20 per il denominator 44 della frazione, e levato il prodotto 880 dal numerator 930, reſterà 50; coſicchè il valor generico della data retta linea breve ſia la frazione $\frac{50}{44}$, che ridotta all'eſpreſſione ſpecifica de' rotti della pertica, equivale a pertiche 1, piedi 0, oncie 9, punti $9\frac{5}{11}$. Che ſe in altro modo ſi voglia ridurre alla detta ſpezie di rotti la frazione $\frac{210}{44}$: ſi troveranno pertiche 21, piedi 0, oncie 9, punti $9\frac{5}{11}$; da cui levate le pertiche 20, reſterà lo ſteſſo valor di prima.

Ritrovati i valori delle rette linee, che devono ſervire al calcolo del diſegno in quella eſattezza di parti anche minute, come ſi è veduto: reſta per ultima iſtruzione il far vedere, come queſto calcolo ſi riſolva. Ma forſe a chi profeſſa Agrimenſura, parrà inutile queſto inſegnamento, quando già le miſure trovate, ſono eſpreſſe, e conoſciute ſotto il nome uſato di pertiche, piedi, oncie ec.; nulla di meno io riſpondo, che nell'argomento, di cui ſi tratta, accadendo il poter far un calcolo tutto ſuo proprio, d'una brevità, facilità, ed eſattezza veramente ſingolari, che nè da tutti ſi ſaprebbe, nè da pochi ſarebbe avvertito, che in progreſſo per occaſion d'eſercizio: mi riconoſco in obbligo di deſcriverlo. Ma dopochè i paragoni ſono ſpeſſo prove ſenſibiliſſime, è bene, ch' io parli di ambedue, perchè meſſi al confronto ſi veda, qual meriti la preferenza. Prendo, ſenza introdur nuove coſe, le miſure del primo, e ſecondo eſempio, cioè la baſe del triangolo pertiche 45 : 4 : 3 : $5\frac{1}{7}$ da moltiplicarſi per la ſua perpendicolare pertiche 29 : 2 : 10 : $1\frac{1}{10}$; e per il primo calcolo condiſcendo volentieri, benchè ciò ſia un'operare imperfettamente, che ſiano abbandonati li due rotti $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{10}$, giacchè eſſendo queſti relativi ai punti, non ci faranno perdere del prodotto porzioni tali, che meritino l'impiegarvi una faticoſa attenzione per conſervarle, dopochè in fine ſaranno di poca importanza; e metto ſotto l'occhio il calcolo tutto diſteſo, come viene uſato comunemente, il quale per aver le miſure affette della terza ſpezie di rotti, cioè dei punti, che rade volte in queſti conti vengono introdotti, potrà eſſer eſercizio di ſtu-

45 : 4 : 3 : 5
29 : 2 : 10 : 1

406 :
90
19 : 12
1 : 7 : 6
— : 6 : — : 6
15 : 8 : 6 : 10
6 : 9 :
3 : 4
2 : 6
4 : 2
1 : 10 : 6
4 : 3 : 5

1347 : 12 : 7 : — : 5 : 5

di ſtudio per alcuno, che voleſſe riſcontrarlo col Nomenclatore alla mano. Le due dimenſioni fra di ſe moltiplicate producono tavole 1347, piedi 12, oncie 7, punti 0, atomi 5, minuti 5.

Ma, non può negarſi, per ogni due dimenſioni di queſta ſorte da moltiplicarſi fra di ſe (le quali facendo uſo di queſto nuovo ſiſtema ſaranno frequentiſſime) le laborioſità ſono molte di numero, e per intenſion di mente gravoſe: primieramente in determinarle, e poi in farne il prodotto ſuperficiale; in ſecondo luogo per la moltiplicità delle denominazioni, nelle quali è neceſſario un efficace raccoglimento di ſpirito. Se dunque ſi aveſſe un calcolo, per cui ſi poteſſe evitare l'uno, e l'altro incomodo, e che oltre a ciò foſſe più completo, ſenza abbandonar alcun rotto: crederei certamente, che foſſe per avere tutta l'accoglienza da chicchefſia. Queſto è il calcolo, che ho promeſſo, e che ſi fa nel ſeguente modo.

Si prendono le due frazioni, quali ſono uſcite dal meccaniſmo delle operazioni fatte dal compaſſo ſopra la linea della Zona; e ſi moltiplicano fra di loro li due numeratori, e fra di ſe ancora ſi moltiplicano li due denominatori. Per il prodotto di queſti ſi divide il prodotto di quelli, e il quoziente eſprimerà il numero delle Tavole. Se dopo la diviſione vi è reſiduo, ſi moltiplica per 36, e ſi divide il prodotto per il diviſor di prima; e il quoziente eſprimerà il numero de' piedi. Se accada il ſecondo reſiduo, ſi moltiplica per 12; e facendo nuova diviſione del prodotto, ſi avranno le oncie nel quoziente; e ſi continuerà ancora per tre volte a moltiplicar per 12 li ſucceſſivi reſidui, che vi foſſero, continuando le diviſioni per lo ſteſſo diviſore, cioè per il prodotto delli due denominatori; poichè ne' quozienti, che ſuccederanſi l'un l'altro, compariranno i punti, gli atomi, e i minuti. L'ultimo reſiduo poi ſi ſcriverà, come numeratore ſopra una linea, e ſotto la ſteſſa il diviſor come denominatore, e ſi avrà così la frazione generica, che rende perfetto il prodotto delle due dimenſioni, ſenza un menomiſſimo diſcapito, la quale però d'ordinario s'abbandona, quando ſia minor d'un mezzo; e quando creſce, fa che ſi aggiunga una unità ai minuti.

Venendo al fatto la frazione $\frac{120}{7}$ del primo eſempio eſprime la baſe del triangolo; la frazione $\frac{160}{19}$ del ſecondo eſempio eſprime la ſua perpendicolare; e moltiplicando fra loro li due numeratori, cioè per 320 il 560, ſi ha il prodotto 179200, e moltiplicati fra ſe li due denominatori, cioè per 7 il 19, ſi produce il numero 133. Queſto dividendo quello coſtituiſce nel quoziente le Tavole 1347, e laſcia 49 di reſiduo, che moltiplicato per 36 produce 1764. Diviſo il 1764 dal medeſimo 133 dà piedi 13 con l'avanzo 35, il quale moltiplicandolo per 12, e dividendo come ſopra il prodotto 420, aggiunge 3 oncie, e reſta il 21 da moltiplicarſi per 12, e continuar le operazioni fino al conſeguimento dei minuti, come dimoſtra il calcolo contrappoſto, per cui ſi trova prima 1 punto, poi 10 atomi, indi 8 minuti col reſiduo 112, da cui formandoſi la frazio-

19
7
133

1347 : 13 : 3 : 1 : 10 : 8 $\frac{112}{133}$

560
320
11200
168
179200
462
630
980
49
36
294
147
1764
434
35

frazione $\frac{119}{131}$, ovvero $\frac{15}{16}$, rende completo il prodotto delle due dimensioni in Tavole 1347, piedi 13, oncie 3, punti 1, atomi 10, minuti 8 $\frac{15}{16}$, e che differisce dal primo di oncie 8, punti 1, atomi 5, minuti 3 $\frac{15}{16}$ per aversi in quello negletti li due rotti $\frac{1}{7}$ $\frac{5}{16}$. Siccome poi l'area del triangolo è la metà del prodotto, che nasce dalla moltiplicazione della perpendicolare nella base: il triangolo proposto avrà di area tavole 673, piedi 24, oncie 7, punti 6, atomi 11, minuti 4 $\frac{8}{12}$.

Stimo soverchio il ricordare, che se qualche dimensione si fosse manifestata con due meccanismi, convien conoscere, qual sia la frazione legittima, che devesi prendere per il calcolo, come nel terzo esempio, in cui non si deve prendere la prima frazione $\frac{140}{9}$, ma la seconda $\frac{2140}{9}$, che a bello studio ho voluto avvertire, allor quando ne ho fatto menzione; avvegnachè quella sia una parte, e questa sia l'intiero della dimensione da moltiplicarsi; e nel quarto esempio si deve prendere la seconda frazione $\frac{50}{44}$, e non la prima $\frac{230}{44}$, poichè quella, e non questa è il valor legittimo della data linea breve.

Aggiungo inoltre, che se per caso molto raro il compasso con l'apertura di quella retta, che si vuol conoscere, avesse scorsa tutta la linea B D della Zona senz'aver mai incontrata veruna traccia delle decadi segnate: si faccia l'operazione con doppio meccanismo, come insegna il terzo esempio già detto, cioè staccando prima da tutta la linea una data porzion nota di pertiche della scala, e prendendo in seguito col compasso la rimanente per determinarla sopra la Zona; e in fine ridurre a una sola frazione ambedue le porzioni, come ho detto.

Di più se dal meccanismo del compasso fosse nata una frazione come $\frac{570}{10}$, in cui tanto il numerator, che il denominator finisce col zero: ognun vedrà, che questo si può levare da l'uno, e l'altro; e la frazione $\frac{57}{1}$ sarà più agevole per il calcolo.

Finalmente se in altre provincie le misure sono diverse, o diversamente nominate, e divise: credo, che niuno, quando sappia d'aritmetica, avrà difficoltà di conformar questo calcolo a quelle denominazioni, che gli si presentassero, previa però la necessaria informazione delle medesime. Per altro io penso, e mi pare anche senza lusinga, che per la cosa, di cui si tratta, non si possa trovare un accorciamento di calcolo, che sia più breve di questo, ed insieme più giusto; e che in complesso tutto il sistema ora esposto per calcolare le campagne sopra i disegni sia tale, che niuno possa dispensarsi dal praticarlo alle occorrenze, se non vuol comparire o ignorante, o pigro, o quel ch' più importa, contrario alla rettitudine, e al carattere d'uomo onesto. Ognun sa, che a norma delle estensioni dei terreni, che si vogliono disegnare, convien proporzionare le scale; e però senza formarle sul fatto: che mal sarebbe il prepararne quattro, o sei di grandezze diverse per averle pronte al bisogno; e nello stesso tempo costruir per ognuna la

55
12
420
21
12
252
119
12
1428
98
12
1176
112

na la sua Zona, che debba servir al calcolo? Questo è un consiglio, che per esser buono avrà la sorte di esser anche, siccome accade, disprezzato.

APPENDICE I.

DOpochè si è parlato delle scale, e che una retta costruzion delle medesime contribuisce alla perfezione dei disegni: mi è accaduto una volta di vedere un Perito su due piedi costruire a occhio, armato eziandìo di vetri per la sua età avvanzata, una scala di pertiche assai piccole per un disegno, che si era in procinto di fare d'una possessione, la quale ancora dovea esser calcolata; e questa cosa cagionò in me un sinistro concetto della sua diligenza, del suo sapere, e di quella sperienza, che avea pur debito di avere; perchè l'occhio certamente non può esser buon giudice in conoscere l'uguaglianza di parti così fatte, benchè minute; e basta prenderne col compasso cinque, o sei, o altro numero in una volta, ed applicarle ad altrettante in principio, nel mezzo, e nel fine della divisione, e osservare, se piùttosto siano disuguali, e notabilmente. Siccome però avviene d' aver bisogno di questa costruzione, e che il compasso, abbenchè potesse ricevere tra le sue punte una di queste particelle, non potrebbe assister molto per distenderle in serie una dopo l'altra sopra una linea retta fino al numero di dieci con quella esattezza, con cui siamo persuasi a distendervi con esso parti uguali maggiori: così ho pensato di insegnar una nuova maniera di costruir una scala di pertiche piccole, e che tuttavia il compasso medesimo sia quello, che debba segnarle a suo luogo puntualmente; e perciò ecco un

NUOVO MECCANISMO
Per costruire col compasso una Scala di pertiche minute.

SI prenda tra le punte del compasso quell' intervallo AB (*Fig.* 4), che deve secondo il voler nostro abbracciare la divisione di dieci pertiche, e si replichi undici volte in continuazione sopra una linea retta ne' punti ABCDEFGHIKLM, e poi con pazienza, e diligenza uguali si ristringa un poco l'apertura del compasso in modo, che dal punto A replicata per dieci volte sopra la AM, cada precisamente nel punto K, cioè nella traccia denominata dal nove. Quando abbiasi ciò ottenuto, si dee sapere, che tale apertura di compasso giustamente comprende nove di quelle particelle, delle quali la AB ne contiene dieci. Dunque, messa una punta del compasso in A, con l'altra segneràssi un punto vicino al punto B; e messa una punta in B, segneràssi con l'altra un punto vicino al punto A; e in tal guisa di queste particelle ne saranno segnate due, cioè le estreme. Si ponga in seguito una punta del compasso in I ottava traccia, e replicata

otto volte l'apertura ſopra la retta IA, l'ultimo punto ſegnerà la ottava particella dal punto A. Di nuovo meſſa una punta nella ſettima traccia H, e replicata ſette volte l'apertura, ſi ſegnerà la ſettima particella. Meſſa nella ſeſta G, ſi farà la replica per ſei volte, e ſi conſeguirà la particella ſeſta. Meſſa nella quinta F, con la replica di cinque volte ſi avrà la quinta. La quarta con la replica di quattro volte, incominciando dalla quarta traccia E; e le due particelle terza, e ſeconda ſi avranno, incominciando dalle due traccie D, e C, e replicando l'apertura prima tre, e poi due volte; e così ſarà compiuta la noſtra diviſione dell'intervallo AB in dieci parti uguali, perfetta quanto ogn'altra, che ſi faccia col meccaniſmo aſſai proprio, e ſicuro del compaſſo per ſimili operazioni, come ho fatto vedere nel piccolo trattato della Fiſica Proporzione. Tutta poi la BM ſarà una ſcala di pertiche 100.

Da queſto Meccaniſmo appariſce, che ſe per divider in dieci parti uguali l'intervallo AB, ſi è eſſo replicato col compaſſo ſopra la retta AK nove volte: per dividerlo in altro dato numero di parti uguali converrà replicarlo ſopra una retta per lo ſteſſo dato numero di volte meno una; e ſe l'intervallo ſia breve, per replicarlo ſarà migliore, come più proporzionato, un compaſſo piccolo. Queſto nuovo meccaniſmo ne ſuggeriſce un altro con varietà non inelegante d'accidente, e opportuno per un altro biſogno, ſe mai accadeſſe.

NUOVO MECCANISMO II.

Manca la ſcala a un diſegno, di cui però è nota in ſole pertiche la quantità di un lato: ritrovar una decade di pertiche della ſcala, che manca; divider la decade nelle ſue pertiche dieci; e coſtituire al diſegno la ſcala di pertiche 100.

Il noto lato AB ſia pertiche 17 (*Fig.* 5), il quale ſi replichi col compaſſo dieci volte ſopra una linea retta ne' punti CDE ec. ſino in L. Si riſtringa poi il compaſſo in modo, che replicata la ſua nuova apertura A*b* dal punto A ſopra la retta AL per diciſette volte ne' punti *cde* ec., cada preciſamente con una punta in L: la A*b* comprenderà una decade di pertiche della ſcala, che manca. Imperciocchè eſſendo la retta AL uguale a dieci lati AB, e il lato AB uguale a pertiche 17: ſarà la AL uguale a pertiche 170; ma la AL è anche uguale a diciſette A*b*: dunque diciſette A*b* ſono uguali a pertiche 170; e per conſeguenza una A*b* ſarà uguale a pertiche 10, cioè a una decade di pertiche della ſcala, che manca; il che era il primo.

Dal punto K, cioè dalla nona traccia ſi replichi l'appertura A*b* ſopra la retta KA, finchè una punta del compaſſo giunge a cadere dentro l'intervallo A*b*, e ſegnerà l'intervallo di 3 pertiche dal punto A. Facendo lo ſteſſo, cominciando dall'ottava traccia I, ſegnerà l'intervallo di 6 pertiche dal punto A, poi 9 pertiche incominciando dalla ſettima traccia H. Dalla ſeſta G replicata, finchè giunga nell'intervallo A*b*, ſegnerà la punta l'intervallo

tervallo di 2 pertiche dal punto A; poi 5, incominciando dalla quinta F; indi 8, partendo dalla quarta E. Partendo dalla terza traccia D, segnerà la 1 dal punto A; in seguito la 4, venendo dalla seconda C; e per ultimo la pertica 7, venendo dalla prima traccia B; cosicchè tutta intera sia fatta la divisione in dieci parti uguali dell'intervallo A*b*, cioè della decade nelle sue pertiche dieci; il che era il secondo.

Finalmente in tutta la retta A*m* sarà costituita secondo la consuetudine la scala di pertiche 100, che mancava al disegno; il che era il terzo proposto.

Si poteva risolver questo Problema col primo meccanismo, replicando la AB sopra una retta linea sedici volte, e poi divider col compasso le sedici repliche in diciasette parti uguali, mentre la differenza d'una parte dalla AB sarebbe stata una pertica; onde poi segnate tutte le pertiche 17, si avrebbe tra esse avuta la decade, che si cerca. E di fatto ciò per se solo va bene; ma dopochè si domanda di trovar la decade, forse con intenzione di servirsene per formar nella Zona la linea inserviente al calcolo del disegno: questo secondo meccanismo è migliore, perchè tosto, ch' io l' abbia ritrovata, me ne prevalgo, sapendo di certo, che è legittima; laddove prendendo la decade dalle 17 pertiche segnate, non posso assicurarmene, se prima non la esperimento, replicandola 17 volte sopra la retta, su cui ho replicata 16 volte la AB, per vedere, se con quella coincide.

E' poi osservabile come questo secondo meccanismo tragga, dirò così, dal proprio seno la maniera di segnare nell'intervallo A*b* la divisione delle pertiche 10, senz'aver bisogno della maniera del primo; e da ciò si deve dedurre, che se il noto lato del disegno avrà altra quantità di pertiche, altro scherzo succederà nell'ordine di segnar la divisione.

Se la quantità delle pertiche del noto lato sia un numero divisibile da altri numeri, come 28, 39 ec., il primo de' quali ha per divisori il 4, e il 7; il secondo ha il 3, e il 13: si potrà prender col meccanismo del compasso una parte di esso numero, come la quarta, la terza ec., con la quale più agevolmente si conseguirà la decade. Se il lato dopo le pertiche avesse dei rotti, per esempio pertiche 17, piedi 2; comecchè due piedi è la terza parte di una pertica, e che moltiplicando tutta la quantità per il denominator del rotto, si hanno pertiche 52, le quali sono divisibili dal 4, e dal 13: si prenderà 3 volte il noto lato, e poi della summa si prenderà una quarta parte, la quale conterrà in se pertiche 13; e sopra questa praticato il meccanismo, si conseguirà ugualmente, quanto si ricerca.

Senonchè tutti i rotti non sono di questa facilità; e per alcuni sarà tanto lungo, e nojoso questo caso, quantochè si può dire impossibile ad ogni sofferenza; e così quello ancora, in cui le pertiche del lato fossero di numero grande, e senza divisori. Ma con tutto ciò esso non è caso tanto disperato, che alle occorrenze non si possa conoscere, senza formare la scala, la quantità d'ogni lato della figura, o d' altra linea appartenente al disegno, e niente meno ancora farne il calcolo con la stessa facilità di prima; anzi questo nuovo artifizio, che son per descrivere con le due seguenti

guenti propoſizioni, ci apre, ſe vogliamo, la via di operare con libertà; avvegnachè toglie alle ſcale la proprietà delle Zone, e riduce ad una Zona ſola tutte le ſcale.

PROPOSIZIONE I.

Eſſendo nota la quantità d' un lato d' un Diſegno ritrovare con qualunque Zona la quantità di qualſivoglia altro lato del medeſimo.

SEnza dunque affaticarſi per formare la ſcala, abbiaſi una Zona, la di cui linea B D ſia diviſa in parti uguali d'una grandezza a piacimento, come di mezz'oncia del piede, che io reputo grandezza convenientiſſima, e ognuna delle parti rappreſenti pure, come ho detto, una decade di pertiche. Si prenda poi tra le punte del compaſſo il noto lato del diſegno, che ſia per eſempio pertiche 37, piedi 1, onzie 7; e la ſua apertura replicata per 8 volte dal punto B ſopra la linea B D della Zona, cada nella traccia denominata dal numero 13. Si avrà la frazione $\frac{130}{8}$. Di nuovo tra le punte del compaſſo prendaſi l'altro lato, di cui ſi cerca la quantità; e ſomigliantemente replicata l' apertura per 23 volte ſopra la linea della Zona, incominciando dal punto B, incontri giuſtamente la traccia ſegnata dal numero 95. Si avrà altra frazione $\frac{950}{23}$. Il numerator 130 della prima ſi moltiplichi per il denominator 23 della ſeconda, e il prodotto ſarà 2990. Vicendevolmente il numerator 950 della ſeconda ſi moltiplichi per il denominator 8 della prima, e ſi avrà il prodotto 7600. Con una regola del tre ſi arguiſca: ſe il primo prodotto 2990 deriva da pertiche 37 piedi 1, oncie 7 :: da che deriverà il ſecondo prodotto 7600? Per comodità di computo ſi potrà cancellar l' ultimo zero del primo, e terzo termine (il che ſi può fare in queſta propoſizione tutte le volte, conſiderando come unità tutte le decadi della Zona); e fatta

$$\frac{2990}{94 : 4 : 3\ \frac{195}{299}}$$

760
37 : 1 : 7
5320
2280
126 : 4
63 : 2
10 : 3 : 4
28320 : 3 : 4
1410
214
6
1287
91
12
1092
195

e fatta l'operazione comparirà, che il lato è pertiche 94, piedi 4, oncie 3, ovvero oncie 4, abbandonando il rotto $\frac{105}{288}$.

Se il lato, che si cerca fosse troppo grande per il compasso, si potrà prendere la sua metà, o la sua terza parte ec., e trovata la quantità di detta parte si restituirà al suo intiero, raddoppiandola, se si è presa la metà, o moltiplicandola per 3, se si è presa la terza parte ec. Ma se avendosi da calcolar il Disegno, si dovesse determinar in tal guisa la quantità d'ogni linea, che occorresse: temo, che in molti moverebbe il raccapriccio; e perciò con la proposizione seconda questa difficoltà cangerà d'aspetto, e resa del tutto piana, si potrà dire, come spero, che nulla manca al nuovo sistema di calcolar le campagne sopra i Disegni.

PROPOSIZIONE II.

Con una Zona sola fare il calcolo di qualunque proposto Disegno, sempre che sia conosciuta la quantità d'un lato del medesimo.

ABbiasi una Zona costrutta, e un disegno, ch'abbia un lato di pertiche 37, piedi 1, oncie 7, come nell'antecedente proposizione; e considerate le parti della linea della Zona, come fossero decadi di pertiche del disegno, si faccia il calcolo tutto intiero del medesimo giusta le regole, e i precetti, che ho dati; e pongasi, che il risultato sia Tavole 17628, piedi 29, oncie 11. Si prenda poi tra le punte del compasso il lato noto del disegno, e operando con esso sopra la Zona, si trovi la frazione $\frac{110}{8}$, come nella proposizione antecedente per non introdur nuovi esempj; e ridotta in oncie 2683 tutta la quantità del lato noto, si avrà un'altra frazione $\frac{2683}{72}$. A vicenda il numerator 130 della prima, moltiplicando il denominator 72 della seconda, faccia il prodotto 9360; e il numerator 2683 della seconda moltiplicando il denominator 8 della prima, faccia 21464. Di ambedue questi prodotti si facciano li quadrati 87609600, 460703296; e con una regola del tre si dica: se il numero quadrato del primo 87609600 ha costituito tavole 17628, piedi 29, oncie 11: quante tavole si costituiranno dal quadrato del secondo 460703296? e terminata la regola si avranno tavole 92902, piedi 30, oncie 11 con un rotto tanto prossimo a un'oncia, che li piedi 30 divengono 31; cosicchè la quantità della campagna compresa dal disegno sia campi 128, vanezze 18, tavole 2, piedi 31, come si può veder per esteso dal computo qui descritto, che a bella posta non ho voluto accorciare fin dove si potea, acciocchè sia inteso anche da quelli, che non si sono avanzati con lo studio nelle sottigliezze dell'aritmetica, e dal quale si conosce altresì

altresì, che una decade della ſcala, che ha ſervito al diſegno, è minore anche della metà d'una decade della Zona, poichè ſono fra di ſe in ragione inverſa delle radici dei quadrati, che è ſtato neceſſario di fare.

720 : 30

Camp. 128 : 18 : 2 : 31

87609600

Tav. 92702 : 30 : 11 $\frac{518750}{971780}$

2070
6302
542
242
2

460703296

17628 : 29 : 11

3685626368
921406592
2764219776
3224923072
460703296
230351648
115175824
25594627 : 20
8531542 : 18 : 8
3199328 : 16

812166055485 8 : 18 : 8

236796554
615773548
250634858
75415658
36

452493966
226246974

2714963706
86675706
12

1040108480
164012480
76402880

NOn voglio qui tralaſciar di ricordare, quanto ſia comodo, e di felice riuſcita l'uſo d'una ſcala ben diviſa in parti minute per dar eſecuzione a certe operazioni geometriche, alle quali ſi poſſa applicare il calcolo de' numeri; e però affinchè ſi faccia conto di queſto ricordo, ne dimoſtro l'utilità con due eſempj.

Eſempio I. Ho una bocca rettangolare d'acqua, larga oncie 17, e alta oncie 13, e voglio ridurla circolare ſenz'alterazione di ſua capacità: ricerco il raggio per deſcriverne la circonferenza.

Prendo una ſcala diviſa in parti minute, e l'applico al piede, oſſervando quante eſſo ne comprenda. Si faccia ſuppoſizione, che ſiano 576: dunque con due regole del tre la larghezza della bocca ſarà parti 816, e l'altezza 624, che fra di ſe moltiplicate danno 509184 di prodotto. Siccome poi il cerchio al quadrato, che lo circoſcrive, ha ſecondo Archimede la ragion di 11 a 14; con la terza regola del tre ſi dirà: ſe 11 diventa 14, che diverrà

verrà 509184? e nel quarto termine si troverà 648052 $\frac{5}{11}$, dal quale cavando la radice prossima quadrata, si conseguisce, che il diametro del cerchio ricercato è parti 805 della scala; e però tolta una lunghezza uguale alla metà, cioè parti 402 $\frac{1}{2}$, si avrà il raggio per descriverlo; e in tal modo non si affatica la mente intorno alle divisioni, e suddivisioni del piede per avere lo stesso raggio espresso in oncie, e punti, i quali sono parti del piede alquanto sensibili, ovvero troppo insensibili, se si volessero anche gli atomi. Con la regola del tre per la quarta volta, si può sapere, che il detto raggio è oncie 8, punti 4, atomi 7 $\frac{1}{2}$.

Esempio II. Ho la misura del piede Veronese, e mi occorre la misura del piede del Re: dimando la maniera di conseguirla, dopochè mi è noto, che la proporzione di quel piede a questo è come il numero 21 al numero 20.

Senza prendermi la briga in divider col compasso il piede Veronese in parti 21, e poi segnarne 20 per il piede di Parigi, o sia del Re (meccanismo, che esige qualche tempo) stante la supposizione dell'esempio antecedente, cioè che il piede Veronese si uguagli a 576 particelle d'una scala minuta, formo la regola del tre: se particelle 21 vogliono particelle 576, che vorranno parti 20? Opero, e trovo particelle 548 $\frac{4}{7}$; e però tolte dalla scala particelle 548 $\frac{1}{2}$, con queste più speditamente, e con aggiustatezza niente minore costituisco la lunghezza, che mi abbisogna, del piede del Re; mentre è affatto insensibile il mezzo settimo di particella, che ho preso di meno.

In Verona la proporzione del piede al braccio, con cui si misurano i drappi di lana, è come il numero 29 al numero 55. Il braccio per il drappo di lana, al braccio per il drappo di seta è come il numero 100 al numero 99, conseguentemente il piede al braccio per il drappo di seta è come il numero 580 al numero 1089; e però con pari facilità mediante il meccanismo d'una scala divisa in parti minute, data una misura delle sopraddette, si può trovar l'altra vicendevolmente. Oltre a ciò in Italia per per consuetudine si dice, che 60 miglia fanno un grado, e che per conseguenza un miglio, cioè mille passi equivalgono ad un minuto primo del grado terrestre. Si dice ancora, che il passo, con cui si misura il miglio è formato di cinque piedi geometrici. Il grado terrestre misurato ultimamente, cioè l'anno 1736, è stato ritrovato esser lungo 958 tese di Parigi, e una tesa è formata da sei piedi del Re. Il piede poi Veronese al piede del Re è come il numero 21 al numero 20: dunque se facciasi il composto di 1000 passi a 958 tese; di 5 piedi a 6 piedi; e del numero 21 al numero 20, si avrà la proporzione del piede Veronese al piede Geografico per l'Italia, la quale sarà come il numero 875 al numero 958; e chi la bramasse in numeri molto bassi, può averla così vicina al vero nel numero 21 al numero 23, che sarebbe inutile cercarne una migliore. Senza dunque fantasticar col cervello per indagare, qual fosse l'antico piede Geometrico, da cui si dice, che era formato una volta il passo per misurar le miglia: dal piede esatto Veronese può trarre ognuno la misura del piede Geografico con la facilità d'una scala divisa diligentemente in parti minute, facendo uso

della proporzione de' numeri 875 : 958, ovvero 21 : 23; e potrà poi conoscere in pratica, che 912 pertiche Veronesi, piedi 2, oncie $3\frac{1}{7}$ costituiscono il miglio d'Italia, e non pertiche $833\frac{1}{7}$, come per inganno vien creduto in Verona; avvegnachè la proporzione della pertica Veronese di sei piedi al passo Geografico di cinque piedi sia come il numero 525 al numero 479.

APPENDICE II.

DOpochè questo piccolo trattato riguarda particolarmente il calcolo delle campagne sopra i disegni; e che in esse molte volte s' incontra, che qualche lato della loro figura è una linea curva: non sarà fuori di proposito, ch'io qui per incidenza suggerisca una nuova pratica facile, pronta, e ragionevolmente più vicina al vero, di calcolare uno spazio chiuso da due linee, una delle quali sia retta, e l'altra curva, com'è per esempio la figura A C B (*Fig. 6*), la quale è contenuta dalla retta linea A B, e dalla curva A C B.

Per prima operazione si divide la A B in parti fra di se uguali A D D E E F F G G H H B di tale grandezza, che dai punti D E F G H della divisione inalzate sopra la A B ad angoli retti le D I E K F C G L H M, li segamenti A I I K K C C L L M M B della curva si possino computare senza sensibile discapito, come fossero linee rette; onde le porzioni A D I B H M dello spazio A B C siano considerate come triangoli rettilinei, e le rimanenti D K E C F L G M siano considerate come trapezj di due lati paralleli. Ora è da sapere, che misurate le D I E K F C G L H M, e fatta la summa di tutte; e poi misurata una delle parti uguali, come la A D: se facciasi la moltiplicazione della summa di quelle per la A D, il prodotto è l'area dello spazio A C B. Ma perchè il misurar una per volta la rette D I E K F C G L H M, e poi summar la quantità delle medesime sarebbe un'operazione lunga, e nojosa:

Per seconda operazione si tira una retta linea indefinita N Z; e prèsa diligentemente col compasso la retta D I, si porta sopra la retta N Z dal punto N al punto O. Si prende similmente la retta E K, e si porta sopra la stessa N Z dal punto O al punto P. Dal punto P al punto Q si porta la retta F C; dal punto Q al punto R si porta la retta G L; e l'H M dal punto R al punto S. Si vede chiaramente, che essendo la retta N S uguale a tutte le rette D I E K F C G L H M: con una sola operazione si misura la quantità delle medesime unite in summa, e qui pure potendo le parti uguali essere si piccole, che non sia tanto comodo il misurarne una con certezza:

Per terza operazione si misura la retta N S, e tutta la retta A B; e fatta la moltiplicazione delle loro quantità, si divide il prodotto per il numero, ch'esprime la moltitudine delle parti uguali della A B; poichè nel quoziente si avrà l' area dello spazio A C B.

Ma

Ma affinchè l'insegnamento di questa pratica proceda con tutti li vantaggi, che seco porta la Zona, lo applicherò alla medesima con un esempio, in cui si vedrà, come la division ora detta si faccia tutta ad un tempo con la division della Zona.

Esempio. Pongasi dunque, che la retta AB sia stata divisa in sei parti uguali, come dimostra la figura; e con un meccanismo della Zona, o anche due, se la necessità così voglia, si trovi la sua quantità, la quale facciam'conto, che sia espressa dalla frazione $\frac{1710}{44}$; e similmente ritrovata la quantità della retta NS, sia questa la frazione $\frac{12}{17}$. Fatta la moltiplicazione dei due numeratori, il loro prodotto sarà 674700; e fatto parimente il prodotto 748 delli due denominatori, esso si moltiplichi per il numero 6, cioè per quello, che esprime la moltitudine delle parti uguali, in cui è stata divisa tutta la retta AB; e il prodotto ultimo 4488 sarà il divisor continuo, cioè non solo del prodotto primo 674700, ma ancora dei successivi residui dopo le divisioni, fino alla frazion de' punti; e nel quoziente si avranno tavole 150, piedi 12, oncie 0, e punti 5 poco meno, come si può vedere dal calcolo, per area della figura contenuta dalla linea retta AB, e della curva ACB.

4488	674700
150 : 12 : — : 4	22590
	1500
	36
	54000
	9120
	144
	12
	1728
	12
	20736
	2784

In questa pratica però s'ingiunge un carico, il quale se non a tutti certamente alla maggior parte non piacerà, ed è la briga di dover divider la AB in parti uguali: operazione, che importa tempo, e che d'ordinario genera tedio; ma stiano di buon animo tutti coloro, che così la intendono, mentre ho procurato di sollevarneli con la pratica seguente, se pur vorranno giudicarla più agevole.

(*Fig.* 7) Supposta da calcolarsi la figura medesima ACB, si prende una tale apertura di compasso, la quale replicata alcune volte dal punto A sopra la retta AB, faccia le parti AD DE EF FG GH uguali fra loro, e in fine rimanga qualunque porzione HB con la condizione, che dai punti DEFGH inalzate ad angoli retti alla AB le DI EK FC GL HM, facciano i segamenti AI IK KC CL LM MB della curva, come fossero linee rette, e come fossero altrettanti rettilinei li segamenti tutti dello spazio ACB. Tirata poi la retta linea indefinita NZ, si trasportino dal punto N sopra di essa le rette DI EK FC GL tutte intere ne' punti OPQR, e solamente per metà l'ultima HM dal punto R al punto S; e nel primo modo trovate le quantità di tutta la NS, e d'una delle parti uguali, come di AD, si moltiplicheranno fra loro, e il prodotto sarà l'area del trilineo AMH; ovvero nel secondo modo trovate le quantità della NS, e della retta AH, e poi moltiplicato il prodotto delli denominatori delle due frazioni per 5, giacchè sono cinque le parti uguali AD DE EF FG GH, e continuata l'operazione fino al fine secondo

l'insegnamento, si conseguirà l'area del trilineo AMH; dopo di che si farà il calcolo del triangolo MHB, il quale unito al trilineo AMH costituirà l'area dello spazio ACB.

Se con questo metodo si volesse calcolar il quadrilineo ABCD (*Fig.* 8. 9), che avesse retti li tre lati AB BC CD, e curvo il quarto AD; e li tre fossero fra di se congiunti ad angoli retti: diviso il lato BC in parti uguali (*Fig.* 8), e con tutte le condizioni già dette senza ripeterle, sopra la retta NZ si trasporterebbono tutte intere le rette di mezzo EH FI GK, e per metà le due estreme BA CD; e il resto si farebbe, come prescrive la regola. Se poi del lato BC (*Fig.* 9) fossero uguali solamente le BE EF FG, e disuguale la GC si farebbe nella stessa guisa il calcolo del quadrilineo ABGK; ma dopo converrebbe fare da per se il calcolo del quadrilineo KC, considerato come un trapezio di due lati paralleli; e poi unirlo in summa con quello per aver l'area di tutto il quadrilineo ABCD.

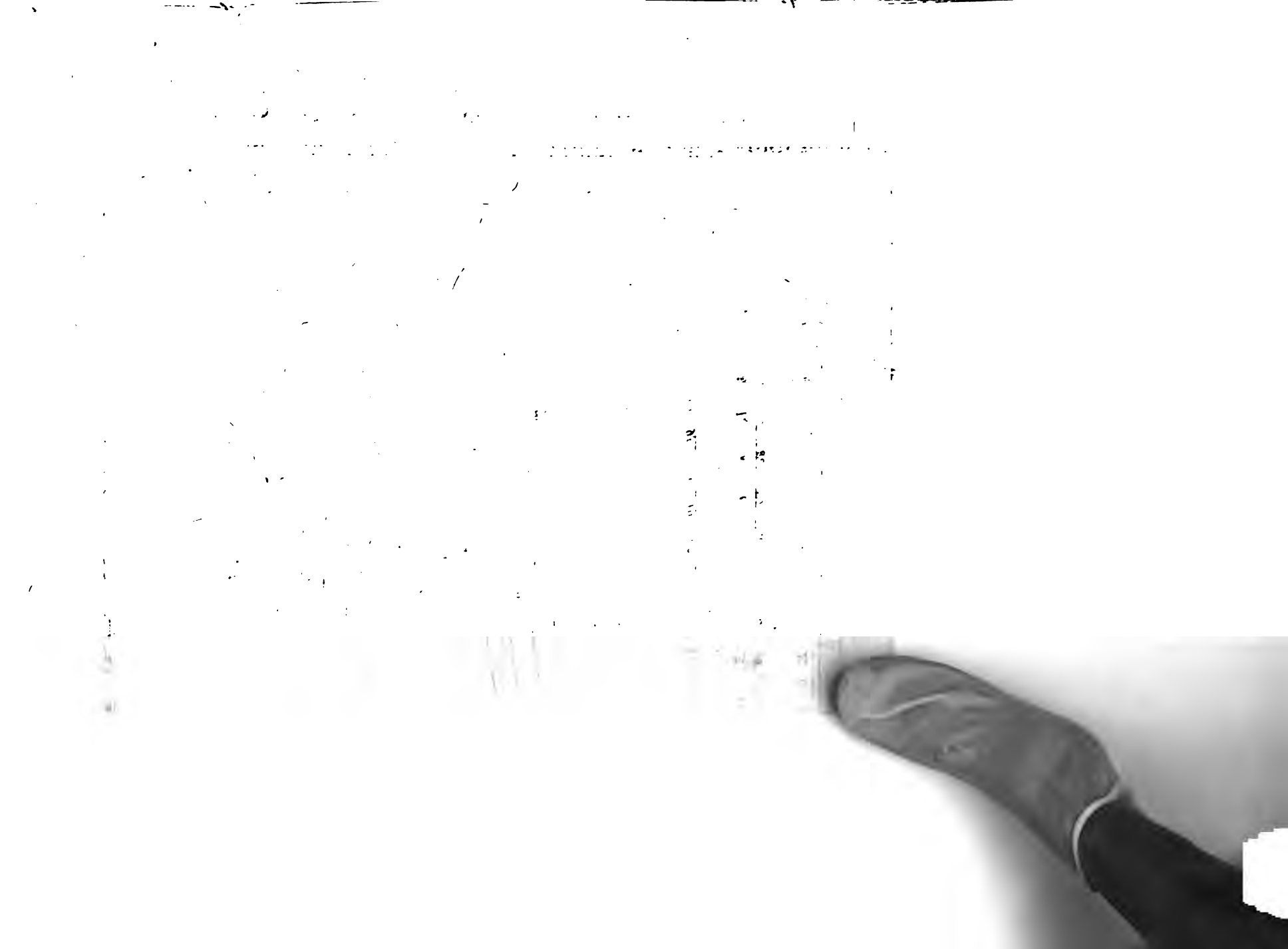
APENDICE III.

PRima di chiudere quest'Opuscolo non sarà discaro, a chi professa Agrimensura, ch'io parli ancora di due cose; una delle quali è di liberare da una imputazione il modo pratico, accennato in principio, di rilevare in disegno le figure de'terreni, alternando con la tavoletta le stazioni; e l'altra di far vedere la differenza, che passa fra li due traguardi, che si usano per tale operazione; uno de'quali ha le diottre situate in modo sopra la sua riga, che costituiscono la linea visuale sopra un lato della medesima, e nell'altro la linea visuale cade nel mezzo di essa.

Riguardo alla prima viene opposto, che la pratica di alternar le stazioni non sia geometrica, e che per conseguenza è necessariamente imperfetta; avvegnachè se la prima stazione si deve fare sul punto preciso, che è vertice dell'angolo della figura: tutte le altre, che dipoi si fanno sopra gli altri angoli, sono false; e la ragione è manifesta, perchè sul foglio della tavoletta non per anche si ha quella retta linea, all'estremità della quale deve essere costituito l'angolo della stazione, su di cui si opera; quando anzi dopo di averla tirata, la sua estremità si allontana dal vertice dell'angolo, per quanto importa tutta la sua lunghezza.

Di fatto una tale opposizione è ragionevolissima; imperciocchè la figura ABCD (*Fig.* 10) rappresenti un corpo di terra da rilevarsi in disegno; e sia posta la tavoletta FG sopra il punto A vertice dell'angolo DAB. Se giusta la pratica sia costituito sul foglio l'angolo *dab*; e misurato il lato AD, sia fatto proporzionale ad esso con la scala il lato *ad*, e misurato parimente il lato AB, gli sia proporzionale il lato *ab*: tutte queste operazioni sono senza dubbio geometriche. Lasciando poi addietro l'angolo B, si porti la tavoletta sopra l'angolo alterno BCE: è manifesto,

che il



che il punto *b*, a cui deve essere applicato l'angolo B, non ha da esser posto sopra il punto C vertice dell'angolo BCE. Imperciocchè se fia possibile, si metta il punto *b* sopra il punto C; e orientata la tavoletta, dal punto *b* si traguardi il punto B, e si tiri sul foglio la retta *bc*; indi misurata la retta BC, con la scala sia fatta la *bc* proporzionale alla BC. Si vede apertamente, che il punto *c* nel foglio, cioè l'estremità della linea *bc*, a cui deve esser applicato l'angolo BCE, si scosta dal punto C vertice dell'angolo medesimo, per quanto è lunga la retta *bc*, in guisa tale che dal punto *c* traguardato il punto E, e tirata la *ce*, questa nè cada sopra il lato CE della figura del terreno, e nè meno sia parallela ad esso, anzi prolungata concorra con esso nel punto E; e insieme con la *cb*, che è in direzione con l'altro lato CB, costituisca il triangolo E*bc*, il quale avendo un lato *cb* prolungato in B, ha per conseguenza (per la proposizion 16 del primo libro di Euclide) l'angolo esteriore BCE, cioè quello del terreno, maggior dell'angolo interiore *bce* del disegno: dunque evidentemente la operazione in complesso non è geometrica.

Niente di meno però questa opposizione fatta chiara, e palese in cotal modo con la figura sotto l'occhio, non solo ci fa conoscere la falsità dell'operazione, ma ci mostra ad un tempo, qual conto si debba fare del suo errore; anzi dobbiam dire, che c'insegna anche la via di correggerlo, onde poi operare geometricamente. Imperciocchè osservando la figura, siccome in essa a bello studio si è fatto, che ogni linea rispetto al suo lato omologo, che rappresenta del terreno, sia una parte alquanto sensibile, mentre qui è la settima: così l'angolo falso *bce* è notabilmente diverso dall'angolo vero BCE; ma considerando l'operazione sul fatto in campagna per formar un disegno con una scala, le di cui parti rispetto alle pertiche reali sono d'ordinario come l'unità a duemille: l'errore svanisce, e rendesi come nullo affatto per non doverne fare alcun caso. Tuttavia dopochè dalla figura si concepisce, che il punto *c* tanto si scosta dal punto C, quanto è lunga la linea *bc*; e che la linea *bc* è lunga, quante sono le parti della scala segnate in essa secondo il numero delle pertichè ritrovate sul lato BC del terreno: per ridurre geometrica l'operazione, prima di fissar la tavoletta, si farà misurar il lato BC; e tolte dalla scala tante parti, quante sono le pertiche ritrovate, si porteranno sul lato del terreno (si notino bene queste parole) dal punto C vertice dell'angolo fino in H (*Fig.* 11); e posto in seguito il punto *b* della tavoletta sopra il punto H del terreno: dopo averla orientata si traguarderà dal punto *b* il punto B; e tirata sul foglio la retta *bc*, e proporzionata con le parti della scala, cioè con le medesime della CH, evidentemente il punto *c* verrà a cadere sopra il punto C; e finalmente dal punto *c* traguardando il punto E, e tirando la retta *ce*: questa caderà sopra la CE; e dopochè la *cb* cade eziandio sopra la CB, sarà costituito in tutto il rigor geometrico l'angolo *bce* uguale all'angolo BCE; cosicchè poi proporzionata la *ce* al lato CE, l'angolo *bce* sarà compreso altresì da' lati *bc ce* proporzionali ai lati BC CE; il che doveasi far noto, e palese per liberar dall'imputazione, che non sia geometrico, e che per conseguenza sia imperfetto il modo pratico di rilevar in disegno le figure de' terreni, alternando le stazioni con la tavoletta.

Ora

ORa passando a far vedere la differenza dei due traguardi (secondo assunto di questa terza appendice), non crederei, che alcuno della professione avesse neppur la menoma eccezione contro il traguardo, in cui le diottre stabiliscono la linea visuale sopra un lato della sua riga; poichè tutta la ragione geometrica vuole, che un tal traguardo per l'uso qui inteso non debba esser costrutto diversamente; cosicchè il traguardo formato con le diottre, che stabiliscono la linea visuale nel mezzo della sua riga, non debba dirsi che un fallo di mente poco istrutta nell'arte, o almeno poco o niente sollecita per l'esattezza; e però con queste sole parole, senza ch'io m'affaticassi ulteriormente a dimostrarne la verità intrinseca, pare, che dovrebbe essere sciolta la difficoltà. Ma perchè ad ogni cervello non sarà nota la differenza: io mi farò a descriver sensibilmente con la figura l'errore, da cui è sempre accompagnato il secondo traguardo.

Abbia dunque il traguardo ABCD (*Fig.* 12) costituite le sue diottre sopra la riga ABCD in maniera, che la linea visuale EF cada nel mezzo di essa: dico, che il traguardo ABCD è fallace.

Imperciocchè sia proposto di rilevare in disegno l'angolo GHI d'un terreno; e messa la tavoletta sopra il detto angolo, sia preso in essa il punto *h* in maniera, che cada sopra il punto H vertice dell'angolo GHI del terreno. E' cosa già conosciuta, che per tirare i lati dell'angolo da costruirsi fa d'uopo applicare il traguardo al punto *h*, e che non può farsi l'applicazione, che appoggiando un lato della sua riga al punto medesimo: dunque siccome è vero, che il primo traguardo non sarebbe indifferente per questa operazione, come il secondo, perchè quello esige, che si appoggi al punto *h* quel lato della riga, su di cui casca la linea visuale delle diottre, onde poi traguardando il punto G, e tirando la retta, si conosca evidentemente, che essa ha da cadere sopra la GH: così il secondo traguardo, che indistintamente usa dell'uno, e l'altro lato della sua riga, perchè è cadauno ugualmente distante dalla linea visuale, che giace tramezzo d'ambedue; se appoggiando al punto *h* alcuno de' suoi lati, come il lato AB, e traguardando per le diottre il punto G, si tiri la retta *gh*, fa, che essa non cada sopra la GH, ma sia parallela alla FE. Alla stessa maniera operando per l'altro lato HI, e tirata la retta *hi*, non caderà sopra di esso, ma sarà parallela alla linea visuale diretta in I; cosicchè le due visuali dovendo concorrer fra di se nel punto K, e costituir un angolo uguale all'angolo GHI del terreno, costituiscano l'angolo GKI uguale all'angolo *ghi* per la proposizione 10 del libro XI d'Euclide; ma per la proposizione 21 del lib. I, se concepiscasi tirata la GI, l'angolo GHI è maggior dell'angolo GKI: dunque l'angolo *ghi* formato dal secondo traguardo è minor dell'angolo GHI del terreno; e però è fallace il traguardo, che ha costituite le diottre sopra la riga in maniera, che la linea visuale cade nel mezzo di essa.

Osservando materialmente con l'occhio la figura, si vede, che dalla parte G la fallacia consiste nell'angolo GH*g*; e dalla parte I consiste nell'angolo IH*i*; e che essendo il lato GH minore del lato HI, reciprocamente l'errore dell'angolo GH*g* è maggior dell'errore dell'angolo IH*i*. Dunque si diminuisce l'errore, quanto più sono lunghi i lati della

figura

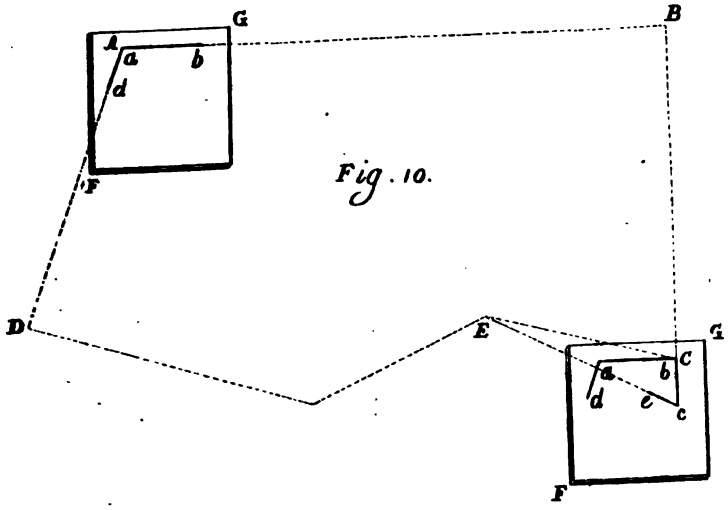


Fig. 10.

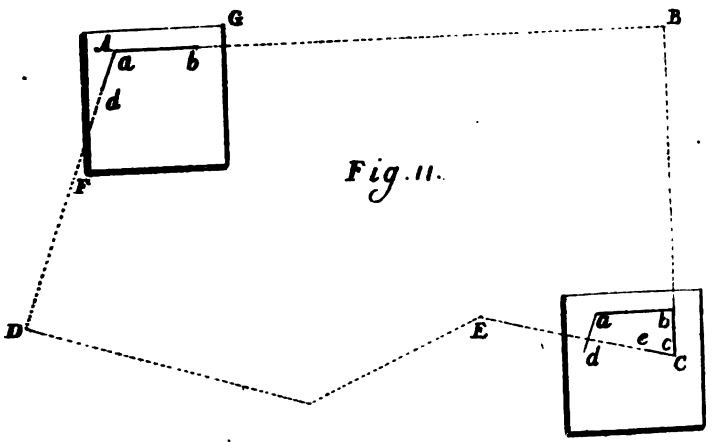


Fig. 11.

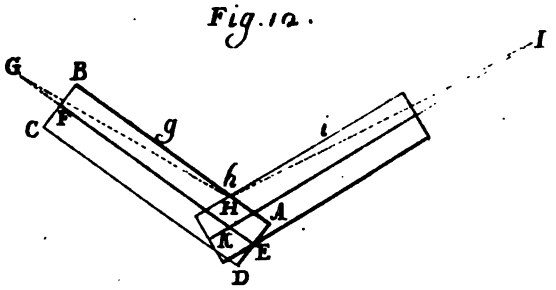


Fig. 12.

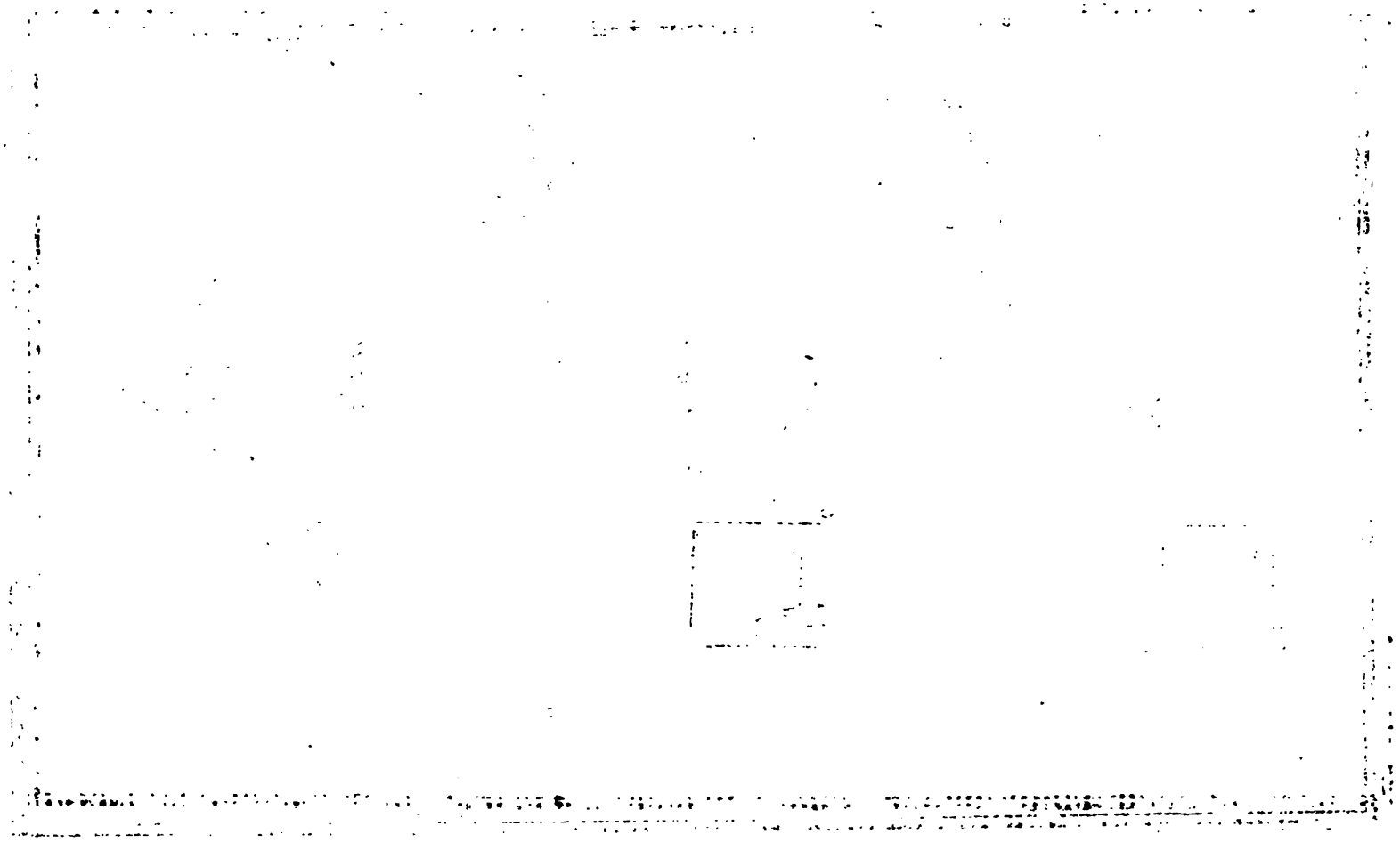


figura del terreno; ma oltre a ciò l'errore ſi diminuirà ancora di più, quanto meno i lati della riga ſaranno diſtanti dalla retta linea viſuale delle diottre; e quindi ſi raccolga, che ſe per rilevare la figura d'un terreno facendo uſo del ſecondo traguardo, d'ordinario ſi fa l' errore inſenſibile per la lunghezza de' lati: convien poi dire, che ſe per eſercizio di ſtudio ſi voleſſe adoperarlo per moſtrare la pratica di rilevare la figura d' un terreno, che foſſe rappreſentato da una figura deſcritta dentro il ricinto d' una tavola, riuſcirebbe l'operazione ſenza dubbio fallace per la brevità de' lati medeſimi; quando col primo traguardo ſi conſeguirebbe nella ſua perfezione.

Altro ſuo diſordine potrei addure, e più ſtravagante; ma baſti queſto, che ho detto, il quale è già ſufficiente per conciliarli la comune diſapprovazione, e diſcredito.

LO ANALEMMA.

DI chi fa il ſervigio pubblico, ſi può dire, che non abbia ſoggiorno ſtabile, perchè deve ſempre da un dì all'altro eſſer pronto a paſſare da una in altra provincia, dove lo chiama l'eſigenza del ſuo uffizio, e dove alle volte, ſenzachè ei lo ſappia, dovrà fermarſi aſpettando lungamente il ſuo richiamo. Intanto nel tempo di ſua dimora, s'egli è perſona di qualche diſcernimento, acquiſta cognizione del modo di vivere, e de' coſtumi del luogo; ma ſe abbia anche fatto un ſufficiente ſtudio della ſfera, non può non aver un egual piacere in conoſcere del luogo ſteſſo la poſitura; la lunghezza, e la brevità de' giorni in ogni ſtagione; ed altri fenomeni di queſto ordine convenienti a quel clima. Con la Sfera, e col Globo terreſtre coſtrutti come oggi ſi pratica, molti problemi ſi riſolvono di queſto genere; ma tali ſtrumenti non ſi hanno da tutti, e per tutti non è comodo il traſportarli da un luogo all'altro: dunque converrebbe averne altri, che foſſero più alla mano di queſti; e certamente per il biſogno, di cui parlo, dopochè li problemi non ſono molti, io non ſaprei trovar di meglio che il compaſſo, la riga, ed il ſemicerchio de' gradi; tre coſe che poſſono baſtare, e ſono tutte portatili, comunque il viaggio ſi faccia. Queſti problemi poſſono riſolverſi ſopra la figura dell'Analemma, la quale è facile, è breve da coſtruirſi in ogni ſtante; e l'uſo della medeſima nel conſeguir le miſure de' gradi è molto più eſatto di quello della ſfera, e del globo. Una tal figura ſarà da me ora deſcritta con quei pochi problemi, che occorrono per il fine, che ho detto; ma per maggior intelligenza della medeſima premetto le definizioni della ſfera, concepite ſecondo il linguaggio geometrico, cioè in termini ſtretti, e non diffuſi, e con tal ordine, che una parrà dipender dall'altra; onde non ſi dica parola, che ſia definita dipoi: difetto che ho veduto in molti Autori, e che ho notato ſingolarmente in Proclo nel ſuo Trattato della Sfera.

Defini-

Definizioni per la Sfera Armillare.

1. LA Sfera è una figura ſolida contenuta da una ſola ſuperficie, alla quale quante linee rette pervengono tirate da un punto, che è dentro la figura, tutte ſono uguali fra loro.
2. E queſto tal punto ſi chiama centro della sfera.
3. Il diametro della sfera è quella linea retta, che paſſa per il centro della sfera, ed è terminata da l' una, e l' altra parte dalla ſuperficie sferica.
4. L'aſſe della sfera è quel diametro, d' intorno al quale ſi muove la sfera.
5. Gli eſtremi punti dell' aſſe ſi chiamano poli.
6. Cerchio maggiore, o cerchio maſſimo nella sfera è quello, che paſſa per il centro della medeſima; il quale eziandio la divide per mezzo.
7. Cerchio minore è qualunque altro cerchio, che non paſſa per il centro di eſſa.
8. Poli d' un cerchio nella sfera ſono li punti eſtremi di quel diametro di eſſa, il quale è perpendicolare al cerchio; e ſi dice aſſe del medeſimo.
9. L' Equatore della sfera è quel cerchio maſſimo, al quale è perpendicolare l'aſſe della sfera.
10. L'Ecclittica è quel cerchio maſſimo, che ſega l' Equatore ſotto un' angolo di gradi $23\frac{1}{2}$; ovvero gradi 23, e minuti 28, come ſi riſcontra preſentemente.
11. Li punti eſtremi del comune ſegamento dell' Equatore, e dell' Ecclittica ſi chiamano punti equinoziali.
12. L'aſſe dell' Ecclittica è quel diametro della sfera che è perpendicolare al piano dell' Ecclittica.
13. Li poli dell' Ecclittica ſono gli eſtremi punti del ſuo aſſe.
14. Li Tropici ſono due cerchj nella sfera, che toccano l' Ecclittica, e ſono paralleli all' Equatore.
15. Li due punti in cui li Tropici toccano l' Ecclittica, ſi dicono punti ſoltiziali.
16. Li cerchj polari nella sfera ſono quelli, che paſſano per li poli dell'Ecclittica, e ſono paralleli all' Equatore.
17. Li Coluri ſono due cerchj maſſimi, uno de' quali paſſa per li due punti equinoziali, l' altro per li due punti ſoltiziali, ed entrambi per i poli della sfera.
18. Segno è la dodiceſima parte dell' Ecclittica.
19. Zodiaco è una porzione di ſuperficie della sfera rinchiuſa frà due cerchj paralleli all' Ecclittica, l' uno e l'altro per dieci gradi lontano da eſſa.
20. Zona torrida è la porzione di ſuperficie sferica rinchiuſa fra li due Tropici.

21. Zona temperata è la porzione di ſuperficie sferica rinchiuſa fra un Tropico, e il cerchio polare a lui vicino.
22. Zona frigida è la porzione minore della ſuperficie di sfera, che ha per baſe la circonferenza d'un cerchio polare.
23. Zenit è quel punto nella ſuperficie della sfera, che giace preciſamente ſopra il capo d'un abitatore terreſtre.
24. Nadir è il punto nella ſuperficie della sfera diametralmente oppoſto al Zenit.
25. L'Orizzonte è il cerchio maſſimo, che ha per poli li due punti Zenit, e Nadir.
26. Il diametro della sfera, che congiunge i punti Zenit, e Nadir, è aſſe dell'Orizzonte.
27. Il Meridiano è il cerchio maſſimo, che paſſa per li poli della sfera, e per il punto Zenit.
28. Si dice eſſer coſtituito nella sfera retta un abitatore, quando ha i poli di eſſa nell'Orizzonte.
29. Ma quando avrà un polo nel Zenit, ſi dirà eſſer coſtituito nella sfera parallela.
30. In tutte le altre coſtituzioni ſi dice eſſer lui nella sfera obliqua.
31. Cerchj di longitudine ſono tutti li cerchj maſſimi, che hanno un ſegamento comune.
32. Cerchj di latitudine ſono tutti li cerchj paralleli ad un cerchio maſſimo.
33. Li cerchj di longitudine celeſte han per comun ſegamento l'aſſe dell' Ecclittica.
34. Li cerchj di latitudine celeſte ſono paralleli all' Ecclitica.
35. Li cerchj di longitudine terreſtre han per comun ſegamento l'aſſe della sfera.
36. Li cerchj di latitudine terreſtre ſono paralleli all'Equatore.
37. Li cerchj di longitudine orizzontale han per comun ſegamento l'aſſe dell'Orizzonte; e queſti con altri nomi ſi dicono azzimutti, cerchj verticali, cerchj di ampiezza orizzontale.
38. Li cerchj di latitudine orizzontale ſono paralleli all'Orizzonte; e con altro nome ſi chiamano almucantaratti, ovvero cerchj delle altezze.
39. La figura dell'Analemma è un cerchio, che rappreſenta il Meridiano con l'aſſe del Mondo, e con tutte le linee, che ſono il comun ſegamento del Meridiano medeſimo con gli altri cerchj della sfera.
40. Ma quando fra le rette linee di comun ſegamento col Meridiano quella dell' Orizzonte faccia con l'aſſe del Mondo un'angolo dato: l'Analemma ſi dice determinato a quel luogo, che ha l'angolo medeſimo per elevazione del Polo.

Eſpo-

Eſpoſizione dell' Analemma determinato.

PErchè tutta ſi vegga in un colpo la figura dell' Analemma determinato: ſopra l'orizzonte della ſfera armillare s'innalzi il polo alla data elevazione d'un luogo col coluro dei ſolſtizj ſotto il meridiano; e poſta la ſfera vicina ad una bianca parete, e col meridiano alla ſteſſa parallelo, ſi metta un lume lontano, per quanto è lunga la camera, e ſituato in maniera, che il ſuo raggio cadendo nel centro del meridiano ſia ad un tempo al medeſimo perpendicolare; e l'ombra della ſfera, che ſi vedrà nel muro, ſarà la figura dell' Analemma determinato. Con queſta idea, che è tutta materiale, e con cui (derivando la definizione dalla proſpettiva) ſi può dire che l'Analemma ſia la ſfera veduta in profilo: s'intenderà meglio la ſeguente

Coſtruzione geometrica dell' Analemma determinato (Fig. 1.)

DAL centro A con qualunque intervallo AB ſi deſcriva il cerchio BCDE, che rappreſenti il meridiano, in cui la ſezione orizzontale ſia BD, la quale paſſerà per il centro A, avvegnachè l'orizzonte ſia un cerchio maſſimo (*Defin.* 25). Al centro A ſia coſtituito l'angolo BAP d' una data elevazione di polo; e prolungata la PA ſino alla circonferenza nel punto Q, la PQ ſarà l'aſſe del mondo, e gli eſtremi punti P Q ſaranno i poli (*Def.* 5). Per il centro A ſia tirata la CE, che ſeghi ad angoli retti l'aſſe PQ, la quale indicherà la ſezione dell' equatore col meridiano (*Def.* 9). Allo ſteſſo centro A ſia coſtituito l'angolo CAF di gradi $23\frac{1}{2}$, e prolungata la FA ſino alla circonferenza nel punto G, la FG dinoterà la ſezione dell' ecclittica (*Def.* 10). Dunque per li punti F G tirate le due FH GI parallele alla ſezione CE dell'equatore, ſono manifeſtamente le ſezioni delli due tropici (*Def.* 14). Se poi ſi concepiſca una retta linea, che paſſando per il centro A, e ſegando la ſezione FG dell' ecclittica ad angoli retti, ſeghi ancora la circonferenza ne' punti K L; comecchè ſi conoſce chiaramente, che la retta linea ſarebbe l'aſſe dell' ecclitica (*Def.* 12): così li punti K L ſono per conſeguenza li poli della medeſima (*Def.* 13). Dunque le due KM, LN tirate per li punti K L parallele alla ſezione dell' equatore ſono manifeſtamente le ſezioni delli due cerchi polari col meridiano (*Def.* 16); laonde il cerchio BCDE, che rappreſenta il meridiano con l'aſſe del mondo PQ, e con le ſezioni BD dell' orizzonte, CE dell' equatore, FG dell' ecclitica, FH GI delli due

tropici, e K M L N delli due cerchj polari; e con l'angolo dato B A P compreso dall'asse, e dalla sezione dell'orizzonte: è la figura dell'Analemma descritta determinatamente per un luogo, che ha per elevazione del polo l'angolo B A P (*Deff.* 39. 40).

Si consideri, che nella descrizione dell'Analemma il coluro de' solstizj si confonde col meridiano; e la sezione col medesimo del coluro degli equinozj si confonde con l'asse del mondo. Segnando poi nella circonferenza B C D E di qua e di là dal punto F un'arco di 10 gradi, e tirando per le estremità di essi due linee rette parallele alla sezione dell'ecclittica F G: sarebbe descritto anche il zodiaco; ma comecchè nell'Analemma nè questo, nè quelli fanno alcuna funzione: uno si tralascia, e degli altri non si fa parola.

Descriver nell'Analemma le sezioni degli altri paralleli, ne' quali ritrovandosi il Sole, si dice, che fa ingresso ne' segni del zodiaco (Fig. 2.)

Poste le cose medesime, si tiri la retta F I, la quale sarà divisa per mezzo dalla E C nel punto O; e fatto centro in O con l'intervallo O F descritto sopra la F I il semicerchio F T I, si divida in sei parti eguali ne' punti R S T V X; per li quali si tirino poi parallele all'equatore C D le rette *a b c d e f g h* terminate da l'una, e l'altra parte dalla circonferenza del cerchio B C D E; e queste saranno le sezioni degli altri paralleli, in cui fa ingresso il Sole ne' segni del zodiaco; in ognun de' quali si può considerare senza nota di error sensibile, ch'egli entri il giorno 21 del suo mese assegnato.

Se del semicerchio F T I si compia il cerchio F T I Y F, questo communemente si considera, che sia l'ecclittica fra li due tropici, perchè tutte le operazioni, che sopra di lui si fanno, convengono adeguatamente con quelle, che fossero fatte sopra la medesima; e però di esso dividendo in sei parti eguali anche l'altra metà F Y I: tutta l'ecclittica sarà divisa ne' suoi dodici segni, li quali hanno il loro principio nel punto *u*, dove si suppone il segamento, che essa fa con l'equatore nell'equinozio di primavera; e si contano un dopo l'altro procedendo dalla parte Y, e scorrendo tutta la circonferenza F T I, finchè si ritorna in *u*, dove termina la divisione di parti dodici. Dunque ad ogni segno appartiene un arco di gradi 30; e quindi se ciascun degli archi F R R S S T T V V X X F si concepisca diviso in 30 parti uguali; e per cadaun punto della divisione si concepiscano tirate linee rette parallele all'equatore, e terminate alla circonferenza come le altre, si avranno tante sezioni di paralleli, quante potranno bastare per tutti i giorni dell'anno, cioè dal dì 21. Giugno, a cui appartiene la sezion F H del tropico estivo, fino al dì 21 Dicembre, di cui è la sezione I G del tro-

del tropico d'inverno; e poi dal dì 21 Dicembre fino al dì 21 Giugno, cosicchè eccettuati li due tropici, ogni sezione appartenga a due giorni dell'anno.

E' Dunque manifesto, che dato un punto nell'ecclittica si può sapere, quanti gradi egli sia distante dall'equatore, la qual distanza si dice declinazione; imperciocchè se del primo segno fosse dato il grado 27 dell'ecclittica per determinar la sua declinazione dall'equatore, si segni l'arco γY di gradi 27; e per il punto Y si tiri la YZ parallela alla sezione EC dell'equatore, la qual seghi il meridiano nel punto Z; poichè misurato l'arco CZ del meridiano, si troverà, che la declinazione del grado 27 del primo segno nell'ecclittica declina dall'equatore poco meno di gradi $10\frac{1}{2}$. Se nell'ecclittica fosse dato il fine dell'ottavo segno, che ad un tempo è il principio del nono; comecchè questo punto è nel parallelo *gh*, e che appartiene al giorno 21 Novembre: la declinazione sarebbe l'arco C*g*, il quale misurato si troverebbe di gradi $20\frac{1}{4}$ poco meno. Ma siccome il parallo *gh* appartiene, come ho detto, anche al giorno 21 Gennajo, cioè al fine del decimo segno, ovvero al principio dell'undecimo: così ancor questo punto avrà la stessa declinazione; e oltre a questo siccome la declinazione de' punti dell'ecclittica or è da una parte, or dall'altra dell'equatore: così quella di gradi $20\frac{1}{4}$ poco meno, appartiene altresì al punto, che è fine del secondo, e quarto, ovvero principio del terzo, e quinto segno, e che appartiene ai giorni 21 Maggio, e 21 Luglio; per la qual cosa avendosi tutte le declinazioni, che appartengono ai punti d'un quadrante γF dell'ecclittica, si avranno eziandìo le altre, che appartengono ai tre quadranti FT TI Iγ.

Perchè il meridiano sega l'equatore ad angoli retti, segherà allo stesso modo ancora li paralleli: dunque la sezione d'un parallelo col meridiano è diametro del parallelo. Perchè li paralleli, e l'orizzonte segano ad angoli retti il meridiano, le sezioni de' paralleli con l'orizzonte saranno ad angoli retti al meridiano; e perciò la sezione dell'orizzonte con un parallelo è ad angoli retti alla sezione del parallelo col meridiano, cioè al diametro del parallelo medesimo. Inoltre perchè l'asse del mondo sega per mezzo la sezione dell'equatore, segherà per mezzo ogni altra sezione de' paralleli, e però a cagion d'esempio la sezione *ab* sarà divisa per mezzo nel punto *l*, dove la sega l'asse PQ; e se d'intorno alla *ab* (*Fig.* 3) come diametro sia descritto il cerchio *anbi*, sarà egli il parallelo della sezione *ab*; e per il punto *m*, dove la sezione BD dell'orizzonte sega la *ab*, tirata la corda *nmi* ad angoli retti alla medesima *ab*: l'arco *nai* sarà sopra l'orizzonte, e si dirà arco diurno; e l'arco *nbi* sarà di sotto, e si chiamerà arco notturno; onde sia facile il conoscere da quello, quanto sia lunga la luce del giorno, e quanto sia lunga la notte da questo.

Tutta la circonferenza d'un cerchio è divisa in 360 gradi, e in 24 ore è diviso il giorno; e tanto il grado che l'ora sono divisi in 60 minuti: dunque ad ogni arco di 15 gradi scorsi dal Sole nel parallelo, in cui si trova, corrisponde un'ora. Un grado importa 4 minuti di tempo; e un minuto di tempo importa 15 minuti di grado. In Italia mezz'ora dopo il

tramon-

tramontar del Sole termina il giorno, e ſi contano ore 24; oltramonti diviſe in due metà le 24 ore del giorno, hanno voluta la briga non piccola di aggiugner alle ore le voci *mattina*, e *ſera* per diſtinguer una metà dall' altra; mentre contando ore 12 dalla mezza notte ſino al mezzo giorno, le chiamano ore della mattina; e le altre 12 dal mezzo giorno ſino alla mezza notte, in cui termina il giorno, le chiamano ore della ſera, quando potevano contar più ſpeditamente ore 24 alla mezza notte.

PROBLEMA I.

Convertir in ore, e minuti un dato numero di gradi, e minuti di cerchio.

IL dato numero ſia gradi 207, e minuti 37; e comecchè ſi è detto, che un grado del cerchio equivale a 4 minuti di tempo: moltiplicando per 4 li gradi 207, ſi hanno 828 minuti di tempo; e moltiplicando per 4 li minuti 37, ſi hanno 148 ſeſſageſſimi di minuto di tempo, cioè 2 minuti primi, e 28 ſecondi, giacchè un minuto primo ſi coſtituiſce da 60 ſecondi. Dunque l'intero prodotto, che naſce dalla moltiplicazione è minuti primi 830 con 28 ſecondi. Si è poi detto, che 60 minuti fanno un' ora: è però dividendo per 60 li minuti primi 830, ſi troverà che gradi 207, e minuti 37 di cerchio fanno di tempo ore 13 minuti primi 50, e 28 ſecondi.

PROBLEMA II.

Convertir in gradi, e minuti del cerchio un dato numero di ore, minuti primi, e ſecondi.

IL dato numero ſia ore 11 minuti primi 41, e 19 ſecondi; e ſi moltiplichino le ore 11 per 60, e al prodotto 660 ſi aggiungano li minuti primi 41: la ſumma ſarà minuti primi 701 da dividerſi per 4, perchè 4 minuti di tempo fanno un grado; coſicchè fatta la diviſione, il quoziente ſia 175 con 1 di reſiduo. Si moltiplichi per 60 il reſiduo, e ſi aggiungono al prodotto li 19 ſecondi; e la ſumma 79 ſi divida per 4; poichè ritrovato il quoziente 19, avanzerà il 3. Moltiplicando il 3 per 60, e di nuovo per 4 diviſo il prodotto 180, ſi manifeſta il quoziente 45 ſenza altro reſiduo. Dunque raccogliendo un dopo l'altro per ordine, ſecondochè ſono uſciti, li quozienti, ſi conchiuderà, che ore 11, minuti primi 41, e 19 ſecondi equivalgono a gradi 175, minuti primi 19, e 45 ſecondi.

Con

Con due regole del tre si può risolver l'uno e l'altro problema; poichè per il primo se 360 gradi equivalgono a 24 ore: 207 gradi, e minuti 37 si troverà, che equivalgono a ore 13 minuti primi 50, e 28 secondi; e per il secondo che è il converso del primo, se 24 ore equivalgono a 360 gradi: ore 11, minuti primi 41, e 19 secondi saranno equivalenti a gradi 175, minuti primi 19, e 45 secondi, come si potrà conoscere col fare le operazioni. Ho voluto accennar queste due regole, perchè ognuno possa prevalersene al caso, che non si ricordasse quelle, che ho praticate; giacchè un metodo generale, com'è la regola del tre, si conserva in mente con più di agevolezza che un particolare.

PROBLEMA III. (Fig. 4)

Data la elevazione del polo di un luogo: trovar di esso la quantità del giorno massimo.

LA elevazione del polo sia gradi 45, e minuti 30; e descritto l'Analemma indeterminato PCQE, dal punto P fino al punto B si segni col semicerchio l'arco PB di gradi 45, e minuti 30; e dal punto B per il centro A dell'Analemma si tiri la retta BD, che sarà la sezione dell'orizzonte: dunque per essa l'Analemma sarà determinato al luogo, che ha la data elevazione di polo (*Def.* 40). Siccome poi il giorno massimo cade nel tropico estivo d'ogni luogo: si osservi, dove la sezione dell'orizzonte BD sega la sezione FH del tropico estivo, e sia nel punto *m*; e dal punto *l*, dove l'asse del mondo PQ sega per mezzo la FH, e con l'intervallo *l*F si descriva il cerchio *n*F*i*H; e per il punto *m* si tiri ad angoli retti alla FH la retta linea *n m i*, la quale sarà la sezione dell'orizzonte col tropico. Dunque l'arco *n*F*i* è l'arco diurno, da cui si può conoscere quanta sia la luce del giorno. Si misuri col semicerchio de' gradi l'arco *n*F, e si vedrà, ch'egli è gradi $116\frac{1}{4}$; ma l'arco *n*F è uguale all'arco F*i*: dunque tutto l'arco diurno *n*F*i* è gradi $232\frac{1}{2}$. Per il Problema 1 si convertano in ore li gradi 232, e minuti 30, e si troverà, che la luce del giorno massimo è di ore 15, e minuti 30.

Se il dato luogo sia in Italia, alle ore 15.30 si aggiungano minuti 30, come ho avvertito anteriormente, e il giorno massimo sarà di ore 16: dunque ad ogni luogo d'Italia, che ha l'altezza del polo gradi 45.30, nel massimo giorno sorge il Sole dall'orizzonte alle 8. Perchè poi la luce del giorno è ore 15.30, le tenebre della notte saranno ore 8.30; ma oltramonti alla metà di queste, incominciando a contarle dalla mezzanotte, nasce il Sole; e alla metà di quelle, incominciando a contarle dal mezzogiorno, il Sole tramonta: dunque ad ogni luogo oltramonti, a cui s' innalzi il polo per

gradi

gradi 45. 30, naſce il Sole alle ore 4, e minuti 15 della mattina, e tramonta alle ore 7, e minuti 45 della ſera.

PROBLEMA IV. (Fig. 5)

Dato il giorno minimo d'un luogo: trovar di eſſo l'altezza del polo.

IL giorno minimo d'un luogo in Italia ſia di ore 9, che levati li minuti 30, la luce del giorno ſarà di ore 8, e minuti 30 per il giorno minimo d'un luogo ſimile oltramonti. Per il Problema 2 ridotte in gradi le ore 8, e minuti 30, coſtituiranno la quantità dell'arco diurno in gradi 127, e minuti 30, la metà de' quali è gradi 63, e minuti 45. E perchè nel tropico iemale d'ogni luogo cade il giorno minimo: nell'analemma indeterminato PCQE dal punto *e*, dove l'aſſe del mondo PQ ſega per mezzo la ſezione IG del tropico iemale, con l'intervallo *e*I ſi deſcriva il cerchio *r*I*t*G, cioè il parallelo del tropico d'inverno; e dal punto I ſino al punto *r* ſegnato l'arco di 63 gradi, e minuti 45, ſi ſegni egualmente dal punto I ſino al punto *t*, e tutto l'arco *r*I*t* ſarà di gradi 137, e minuti 30. Si tiri la retta *rt*, che ſeghi la ſezione IG nel punto *f*, e la retta *rft* ſarà la ſezione dell'orizzonte col tropico iemale; e l'arco *r*I*t* ſarà il diurno di ore 8, e minuti 30. Dal centro A dell'analemma ſi tiri la retta A*f*, la quale ſi prolunghi, e ſeghi il meridiano ne' punti BD; e la retta BA*f*D ſarà la ſezione dell'orizzonte col meridiano medeſimo. Dunque l'analemma PCQE è determinato al luogo, in cui la luce del giorno minimo è di ore 8. 30; e l'arco BP è la ſua altezza del polo ſopra l'orizzonte. Col ſemicerchio de' gradi ſi miſuri l'arco BP, e ſi vedrà, ch'egli è di gradi 45, e minuti 30; e però dato il giorno minimo di ore 9 di un luogo in Italia, o di ore 8, e minuti 30 oltramonti, ſi è trovato, che la ſua altezza di polo è gradi 45, e minuti 30.

PRO-

PROBLEMA V. (Fig. 6.)

Data la elevazione del polo d'un luogo: trovar nell' orizzonte i punti, ove naſce, e tramonta il Sole, quando è nel tropico eſtivo.

LA data elevazione del polo ſia gradi $45\frac{1}{2}$; e ſia deſcritto l'analemma determinato PCQE, in cui l'altezza del polo P ſopra la ſezione dell' orizzonte BD ſia l'arco PB di gradi 45, e minuti 30; e la ſezione del tropico eſtivo FH ſeghi la BD nel punto *m*. Sicome poi l'orizzonte è un cerchio maſſimo, e BD un ſuo diametro; e d'intorno al diametro BD è deſcritto il cerchio BCDE: queſto rappreſenterà ad un tempo l'orizzonte, come rappreſenta il meridiano, quando ſi conſidera deſcritto intorno all'aſſe del mondo PQ; e però per il punto *m* tirata ad angoli retti al diametro BD la retta linea *nmi*, ſarà eſſa la comune ſezione del tropico eſtivo con l'orizzonte; e conſeguentemente ciaſcun de' punti *ni* nella circonferenza dell'orizzonte ſaranno quelli, ove naſce, e tramonta il Sole, allorquando egli è nel tropico già detto; coſicchè concepita un'altra linea retta, la quale paſſando per il centro A ad angoli retti con la BD, ſeghi la circonferenza ne' punti k *q*, chiaramente ſi comprenda, che li due punti k *q* ſono li due punti cardinali del naſcer, e tramontar del Sole in tempo degli equinozj; e perciò miſurato l'arco *n*k, o l'arco *i q* uguale ad eſſo, ſi troverà, che è gradi $34\frac{2}{3}$ la quantità dell'ampiezza ortiva, ovvero occidua dell'orizzonte, cioè delli due punti, ove naſce, e tramonta il Sole, allorchè è nel tropico eſtivo, in quel luogo, ove l'altezza del polo è di gradi $45\frac{1}{2}$.

PROBLEMA VI. (Fig 7.)

Dato nell' orizzonte il punto, ove naſce, o tramonta il Sole, quando è nel tropico eſtivo: trovare l' altezza del Polo.

IL cerchio BCDE, il di cui centro è il punto A, rappreſenti l'orizzonte, e il ſuo diametro BD ſia la ſezione di eſſo col meridiano; e concepito un'altro diametro, che ſeghi il diametro BD ad angoli retti, ſeghi ancora la circonferenza BCDE ne' punti k *q*. Queſti dunque ſono li due punti cardinali del naſcer, e tramontar del Sole in tempo degli equinozj. Il punto poi, dove naſce il Sole, quando è nel tropico eſtivo, ſia *n*, cioè lontano dal punto k gradi $34\frac{2}{3}$; e fatto l'arco *q i* uguale all'arco k*n*, ſi tiri la retta *ni*, che ſegherà ad angoli retti la BD nel punto *m*; e perciò la *ni* ſarà la ſezione del tropico eſtivo con l'orizzonte. Inoltre nella circonferenza del meridiano BCDE preſo dovunque un arco FI di gradi 47, cioè doppio della declinazion dell'ecclittica dall'equatore, ſi tiri la corda FI, e ſi divida per mezzo nel punto O; e la OF ſarà uguale alla diſtanza del tropico eſtivo dall'equatore, la quale mai non ſarà maggiore della A*m*. Fatto dunque centro in A, e col raggio uguale alla OF deſcritto un cerchio, ſi tiri dal punto *m* ſuperiormente alla ſezione BD la retta *ml*, che lo tocchi nel punto *l*; poichè giunta A*l*, e prolungata da l'una e l'altra parte, finchè ſega il meridiano BCDE ne' punti PQ: la PQ ſarà l'aſſe del mondo, e il punto P ſarà il polo ſopra la ſezione BD dell'orizzonte col meridiano. Si miſuri pertanto l'arco PB; e ſi troverà, che data la diſtanza di gradi $34\frac{2}{3}$ del naſcer, o tramontar del Sole nel tropico eſtivo dai punti cardinali k*q* nell'orizzonte: l'altezza del polo è di gradi $45\frac{1}{2}$.

Se ne' due problemi quinto, e ſeſto è dato il parallelo, perchè è nominato eſplicitamente, cioè il tropico: è dato ancora nel terzo, e quarto implicitamente, poichè l'eſpreſſione di giorno maſſimo, e minimo non appartiene ad altri paralleli, ch'ai tropici; ma è chiaro nulla meno, come ognuno può vedere, che li problemi ſteſſi ponno riſolverſi ſopra qualunque altro parallelo che foſſe propoſto, ſenza che ſia biſogno produrne qui gli eſempj; quando però ſi cerchi prima la declinazione di eſſo dall'equatore, e ſoſtituiſcaſi invece della maſſima di gradi $23\frac{1}{2}$.

PRO-

PROBLEMA VII. (Fig. 8.)

Data l'altezza del polo, e la lunghezza del giorno: trovar la ſezione del parallelo.

L'altezza del polo ſia di gradi $45\frac{1}{2}$, come le antecedenti; e la data lunghezza d'un giorno in Italia ſia di ore $14\frac{1}{4}$ cioè oltramonti ore $13\frac{1}{4}$, le quali convertite in gradi coſtituiſcono al parallelo per l'arco diurno, cioè di luce, gradi $206\frac{1}{4}$, la di cui metà è gradi $103\frac{1}{8}$. Dal centro A ſia deſcritto l'Analemma BPDQ determinato alla data altezza di polo BP $45\frac{1}{2}$; e diviſo per mezzo il ſemicerchio BPD nel punto k ſi faccia l'arco km di gradi $103\frac{1}{8}$, e ſi tiri la retta mr parallela alla ſezione BD dell'orizzonte, e l'arco mkr ſarà l'arco diurno di gradi $206\frac{1}{4}$, cioè di ore $13\frac{1}{4}$ di luce. Dal punto poi f, ove la retta mr ſega l'aſſe del mondo PQ (anche prolungato ſe occorra), ſi tiri ad angoli retti alla BD la retta ft; e dal punto C, ove la ſezione CE dell'equatore ſega il meridiano, ſi tiri la retta Cy ad angoli retti alla ſteſſa CE, e ſi faccia la Cy uguale alla tA, e ſi giunga yA, che ſeghi la circonferenza del meridiano nel punto x; poichè tirata la xz parallela alla ſezione CE dell'equatore, ſarà la xz la ſezione richieſta del parallelo, di modo che ſe d'intorno alla xz come diametro ſia deſcritto un cerchio; e per il punto, ove l'orizzonte BD la ſega, ſia tirata una corda ad angoli retti alla ſteſſa: l'arco ſuperiore ſarà di gradi $206\frac{1}{4}$, nel quale ritrovandoſi il Sole, ſarà in Italia il giorno di ore $14\frac{1}{4}$, ovvero di luce $13\frac{1}{4}$ in que' luoghi, ove il polo s'innalza con gradi $45\frac{1}{2}$.

Miſurato l'arco Cx, ſi conoſcerà eziandìo la declinazione del parallelo dall'equatore. Ma queſto problema, quando ſia data l'altezza del polo, e la lunghezza del giorno inconſideratamente può divenir iperbolico, voglio dir eccedente la latitudine de' tropici, aſſegnando un parallelo, dove non può mai giugner il ſole; con tutto ciò io trovo, che queſto caſo ben lungi dall'eſſer un diſordine, è anzi utile, e molto comodo per coſtruir gli orologj da Sole Italiani ſecondo un mio metodo, che qui non è mia intenzione di deſcrivere.

Quando l'arco diurno è maggiore del ſemicerchio, la retta ft cade oltre il centro A, e per l'oppoſto di qua dal punto C ſi dee tirare la tangente Cy, affinchè la ſezione del parallelo abbia il ſuo luogo: dunque viceverſa, quando l'arco diurno ſarà minore del ſemicerchio, la retta ft caderà di qua dal centro A, e la tangente Cy ſi dovrà tirar di là dal punto C.

PROBLEMA VIII. (Fig. 9)

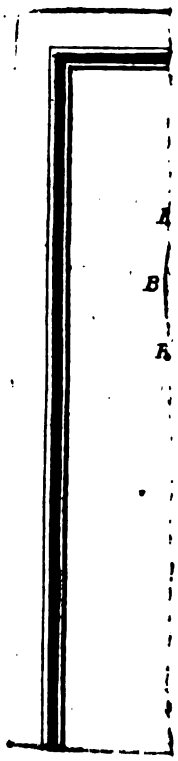
Sopra la circonferenza del meridiano dell' Analemma ſegnare le altezze del polo, che appartengono alla diviſione de' climi, ciaſcun de' quali un dopo l' altro procede con un ſucceſſivo aumento, che ſi fa di mezz' ora al giorno maſſimo, incominciando dall' equatore.

D'Intorno alla ſezione FH del tropico eſtivo ſi deſcriva il parallelo F*b*H*c*; e tirato il diametro *bc* ad angoli retti alla FH, ſi divida in parti 24 l'arco *b*H ne' punti *n n n* ec.; dai quali tirate le rette linee *nm nm nm* ec. parallele al diametro *bc*, ſeghino la ſezione FH ne' punti *m m m* ec.; poichè tirando per queſti al centro A dell' analemma linee rette B*m*A B*m*A B*m*A ec., che ſeghino la circonferenza del meridiano ne' punti BBB ec.: tutti gli archi PB PB PB ec. PH ſaranno le altezze del polo per ogni clima, che procede con l'aumento di mezz'ora nel giorno maſſimo, come ſi è detto nella propoſizione; e quando l'altezza del polo ſia l'arco PH, il giorno maſſimo ſarà di ore 24.

PROBLEMA IX. (Fig. 10.)

Ulteriormente all' antecedente propoſizione ſegnare le altezze del polo per i climi, che procedono con l'aumento d' un meſe.

DAL punto H al punto G ſi tiri la HG, la quale ſarà diviſa per mezzo dalla ſezione CE dell' equatore nel punto O; e prolungata la CE in T, ſi faccia la OT uguale alla OH; e fatto centro in O con l'intervallo OH, ovvero OT ſi deſcriva il quadrante di cerchio H*r*T, il di cui arco HT ſia diviſo in ſei parti uguali ne' punti *r r r* ec., dai quali tirate linee rette perpendicolari alla HG, ovvero parallele alla EC, ſeghino il meridiano dell' analemma ne' punti B B B ec.; poichè gli archi PB PB PB ec. PE ſaranno le altezze del polo per li climi, che procedono con l'aumen-


A
B
K





l'aumento d'un meſe; coſicchè quando l'altezza del polo ſia l'arco PE, il giorno ſia lungo ſei meſi, e ſia la sfera di poſizione parallela.

Con la figura dell' analemma ſi poſſono riſolvere alcuni altri problemi, come ſarebbe il trovar in ogn' ora del giorno le altezze del Sole, e le ſue ampiezze orizzontali, con le quali ſi ottiene poi facilmente la coſtruzione degli Orologj Solari; ma tali problemi appartengono piuttoſto alla Gnomonica, che è ſcienza da molti trattata; e però è meglio leggere gli Autori, che exprofeſſo la inſegnano, e particolarmente Muzio Odi, che molto bene eziandìo la dimoſtra in quell' opera, che ſu queſta materia compoſe, mentre era in prigione, e ſtampata in Milano nel 1614, avvegnachè ſia migliore della ſeconda, che ricompoſe, quando riebbe la ſua libertà.

APPENDICE I.

E' Una ſcienza pratica la Trigonometria; e perciò può eſſere eſercitata anche da coloro, ai quali manca la cognizione de' ſuoi principj teorici, e forſe chi ha fatto con qualche piacere un poco di ſtudio delle ſue regole, non potrà a meno di aver preſſo di ſe il picciolo libretto, che di queſta ſcienza contiene le tavole. Dunque poichè il modo pratico di riſolvere col calcolo, e particolarmente per la via de' logaritmi tutti li problemi riſolti finora col ſolo uſo meccanico dei pochi ſtrumenti, che ho nominati da principio, è molto facile, e breve: non ſarà fuori di propoſito, anzi penſo, che ognuno, il quale abbia, e ſappia maneggiare il canone trigonometrico, aggradirà, ſe io lo deſcrivo in queſt' appendice. Per la qual coſa riſpetto al determinare la declinazione d'ogni punto dell' ecclittica dall' equatore, di cui prima di tutto ho parlato nelle pratiche paſſate: conviene ricordarſi, come allora ho accennato, che ogni punto di eſſa non ſi riferiſce mai ad un arco maggiore d'un quadrante; e però ſoggiungo adeſſo, che il luogo del punto dato ſi ha da calcolare, incominciando a contar i gradi dai punti equinoziali. Ma perchè nell'ecclittica ſi coſtuma di contar tutti continuati li 360 gradi dall' equinozio di primavera, procedendo verſo il tropico eſtivo, finchè ſi ritorna all'equinozio medeſimo: ſi dovranno fare queſte oſſervazioni, cioè che ſe un luogo del punto dato oltrepaſſa un quadrante, o ſia gradi 90, e non eccede il ſemicerchio, o ſia gradi 180: ſi dovrà fare una ſottrazione dei gradi del punto dato da gradi 180. Se eccede il ſemicerchio, e non ſupera i gradi 270: la ſottrazione ſi farà di gradi 180 dai gradi del punto dato. Ma ſe il luogo del dato punto avvanza di 270 gradi, ſi fa la ſottrazione da gradi 360; e le differenze in tutti i caſi ſaranno il luogo relativo del punto dato per trarne poi la ſua declinazione. Per eſempio ſia ricercata la declinazione di gradi 117. minuti 13: fatta la ſottrazione di queſti da gradi 180, ſi dirà, che il luogo del punto dato è gradi 62 minuti 47. Se per il ſecondo caſo il punto dato ſia nel grado 201, minuti 29: ſottratti da queſti li gradi 180, il luogo del dato

punto

ſarà ne' gradi 21 minuti 29. Finalmente ſe ſi voglia ſapere il luogo relativo del grado 336, minuti 3 dell'ecclittica, ſi troverà per il terzo caſo, che ſottraendo queſto numero da gradi 360, egli è gradi 23, minuti 57. Praticati queſti riguardi ſi conoſce chiaramente, che ogni punto propoſto dell' ecclittica avrà ſempre il ſuo luogo in un quadrante della medeſima, il quale avrà il ſuo principio da uno de' due punti equinoziali; il che è quanto abbiſogna per poter di eſſo determinar la declinazione.

Volendoſi pertanto la declinazione di un dato punto nell' ecclittica, ſi trova il grado, a cui ſi riferiſce il luogo del punto dato; e dalle tavole trigonometriche ſi prende il logaritmo del ſuo ſeno. Si prende ancora il logaritmo del ſeno della maſſima declinazion dell' Ecclittica, cioè di gradi $23\frac{1}{2}$; e queſti due logaritmi ſi uniſcono inſieme. Sottraendo poi dalla ſumma il logaritmo del ſeno maſſimo, o ſia del raggio: la differenza è il logaritmo del ſeno della declinazion richieſta.

Eſempio. Si voglia ſapere la declinazione del Sole nel giorno 13 di Agoſto. Dal giorno 21 di Luglio fino li 13 Agoſto ſono ſcorſi giorni 23: dunque il Sole è nel grado 23 del quinto ſegno; e perchè quattro ſegni ſono già ſcorſi, a 30 gradi per ſegno importano gradi 120: dunque il Sole è nel grado 143 dell' ecclitica; e queſto grado oltrepaſſa il quadrante, e non giugne al ſemicerchio; laonde ſottraendo gradi 143, da gradi 180, ſi trova, che il luogo relativo del Sole è in gradi 37. Il ſeno di queſti gradi ha il logaritmo 97794630; il ſeno di gradi $23\frac{1}{2}$ ha il logaritmo 96006997, che inſieme uniti fanno 193801627; da cui levato il logaritmo 100000000 del ſeno maſſimo, reſta il logaritmo 93801627, il quale cercato nelle tavole già dette, ſi oſſerva, che a lui corriſpondono gradi 13, minuti primi 53, e ſecondi 6 per la declinazione del Sole, quando ſi trova nel grado 143 dell'ecclittica, cioè nel propoſto giorno 13 d'Agoſto, ovvero per le coſe dette ſuperiormente, anche quando egli è in gradi 37 della medeſima, cioè in gradi 7 del ſecondo ſegno nel dì 28 Aprile; in gradi 217, cioè in gradi 7 del ſegno ottavo il giorno 28 Ottobre; e finalmente in gradi 323, cioè nel grado 23 dell'undecimo ſegno li 13 Febbrajo.

Per riſolvere il problema terzo, in cui ſi dimanda, come data la elevazione del polo di un luogo, ſi trovi di eſſo la quantità del giorno maſſimo: ſi farà uſo del ſeguente canone logaritmico.

Si giungono inſieme i logaritmi di tre ſeni, cioè della maſſima declinazione dell'ecclittica, della elevazion del polo, e del raggio; dipoi ſi uniſcono i logaritmi di due coſeni, cioè della maſſima declinazion dell' ecclittica, e della elevazion del polo; e dalla prima ſomma ſi ſottrae la ſeconda; poichè la differenza è il logaritmo del ſeno d' un arco, di cui trovato il valore, e raddoppiato ſi accreſce di gradi 180; e convertita la ſomma in ore, ſi avrà il giorno maſſimo richieſto.

Eſempio. La elevazion del polo ſia gradi $45\frac{1}{2}$, il di cui ſeno ha per logaritmo 98532421. Il logaritmo del ſeno di gradi $23\frac{1}{2}$ maſſima declinazion dell' ecclittica è 96006997; 100000000 è il logaritmo del ſeno del raggio; e tutti tre giunti inſieme fanno la ſumma 294539418. Il logaritmo del coſeno della data elevazione del polo è 94456618, e del coſeno della

maſſima

massima declinazione già detta è 99623978; e ambedue formano la summa 198080596, la quale sottratta da quella lascia la differenza 96458822, cioè il logaritmo d'un seno, a cui nelle tavole corrispondono gradi 26, minuti 15, secondi 41. Questi raddoppiati, e accresciuti di gradi 180 costituiscono la summa di gradi 232, minuti 31, secondi 22, e corrispondono a ore 15, minuti 30, secondi 5½ per la luce del giorno massimo d'ogni paese, che ha il polo innalzato a gradi 45½.

98456618
99623978

98532421
96006997
100000000
294539418
198080596
96458822

Il converso dell' antecedente è il quarto problema, e si propone di trovar l'altezza del polo di un luogo, di cui è data la luce del giorno minimo.

Da ore 12 si sottrae la quantità del dato giorno minimo (ovvero si sottraggono ore 12 dalla quantità del giorno, se fosse il massimo); e di metà della differenza convertita in gradi si prende il logaritmo del seno, il quale si unisce al logaritmo del coseno di gradi 23½ declinazion massima dell'ecclittica; e il logaritmo del seno di questa levato dalla summa lascia un logaritmo, che appartiene alla tangente dell'arco, ch'è misura dell'altezza richiesta del polo.

Esempio. La luce del giorno minimo sia di ore 8½, che sottratte da ore 12, restano ore 3½; e poi dimezzate fanno 1¼. Convertite in gradi equivalgono a gradi 26, minuti 15, il seno de' quali ha per logaritmo 96457058. I logaritmi del seno, e coseno de' gradi 23½ sono come nell'antecedente problema 96006997, 99623978. Il terzo si summa col primo; e dall'aggregato 196081036 levato il secondo, resterà 100074039, che riscontrato tra i logaritmi delle tangenti corrisponde a gradi 45, minuti 29, secondi 18 per l'altezza ricercata del polo.

96457058
99623978
196081036
96006997
100074039

Ordina il quinto problema di trovar nell'orizzonte d' un luogo di cui è nota l'altezza del polo, li due punti, ove nasce, e tramonta il Sole, quando è nel tropico estivo.

Si uniscono in summa il logaritmo del seno massimo, e quello del seno della declinazion 23½; e quindi levato il logaritmo del coseno dell'altezza del polo: in ciò che rimane si ha il logaritmo del seno dell'ampiezza dell'orizzonte, la quale si computa, incominciando a contar i gradi dai punti di levante, e ponente, cioè da quelli che segna il Sole, quando si trova negli equinozj.

Esempio. Sia la stessa di gradi 45½ la elevazione del polo, il coseno della quale ha per logaritmo 98456618. Il logaritmo 100000000 del seno massimo, ed il logaritmo 96006997 di gradi 23½ fanno la summa di 196006997, dalla quale fatta la sottrazione del coseno anzidetto 98456618 lascia

lascia il logaritmo 97550379 per il seno della voluta ampiezza orizzontale, corrispondente nelle tavole a gradi 34, minuti 40, secondi 25, i quali si contano dai punti d'oriente, e occidente verso tramontana, perchè si suppone il soggiorno del Sole nel tropico estivo.

100000000
96006997
196006997
98456618
97550379

Si converte il sesto Problema col quinto; poichè dato essendo nell'orizzonte il punto, ove nasce, o tramonta il Sole, quando è nel tropico estivo, si cerca l'altezza del polo.

Si fa la summa del senilogaritmo del raggio col senilogaritmo della declinazion del tropico, e si toglie da essa il senilogaritmo della data ampiezza ortiva, ovvero occidua; e la differenza è il logaritmo del coseno attinente all'altezza del polo.

Il primo senilogaritmo è 100000000; 96006997 è il secondo; e posto l'ampiezza dell'orizzonte esser gradi 34, minuti 40, il suo senilogaritmo è 97549604. La summa de' primi è 196006997, da cui fatta la sottrazione del terzo, si trova la differenza 98457393 per logaritmo del coseno dell'altezza del polo, la quale perciò è 45 gradi, 29 minuti, e 24 secondi.

100000000
96006997
196006997
97549604
98457393

Vuole il problema settimo, che data l'altezza del polo, e la lunghezza del giorno, si trovi la declinazione del parallelo, o sia la sua latitudine dall'equatore.

Suggerisce il canone, che le ore della luce si levino da ore 12, o per l'opposto queste da quelle, secondochè il giorno dato è minore, o maggior di dodici ore; e dimezzata la differenza, si traduce in gradi, de' quali tolto dalle tavole il senilogaritmo, si unisce al logaritmo, che appartiene al coseno della data elevazion del polo; e di questa poi tolto anche il senilogaritmo si leva dalla summa, onde rimanga un logaritmo, che cercato fra i logaritmi delle tangenti, mostrerà i gradi della declinazione del parallelo dall'equatore, cioè di quello, che ha l'arco diurno della proposta quantità.

Esempio. Sia di ore $13\frac{1}{4}$ la data luce del giorno, e sottratte da essa ore 12, rimane un'ora, e $\frac{1}{4}$, la di cui metà è minuti $52\frac{1}{2}$ di tempo. Questi equivalgono a gradi 13, minuti 7, secondi 30, ed hanno 93561717 per logaritmo del loro seno. Dati inoltre gradi $45\frac{1}{2}$ per l'altezza del polo, il logaritmo del suo coseno è 98456618, che con quello fa la summa di 192018335, dalla quale sottratto il senilogaritmo 98532421 di essa altezza, lascia il logaritmo 93485914 d'una tangente, che cercata nelle tavole determina l'arco di gradi 12, minuti 34, secondi 45 per latitudine dall'equatore del parallelo, che

93561717
98456618
192018335
98532421
93485914

che ha l'arco diurno d'ore $13\frac{1}{4}$ per tutti i luoghi, che hanno il polo inalzato a gradi $45\frac{1}{2}$.

Abbenchè nell'ottavo problema ad una ad una le operazioni meccaniche per aver le altezze del polo d'ogni clima, che procede con l'aumento di mezz'ora al giorno maſſimo, punto non foſſero differenti da quella, che ſi ricerca dal problema quarto: la particolarità però di farle tutte in compleſſo eſigeva, che foſſe fatto un problema per ſe, e una tale particolarità era quella di ſegar attualmente in 24 porzioni uguali l'arco del quadrante del tropico eſtivo; ma dopochè per aver le medeſime altezze per via del calcolo convien fare una operazion per volta: non è neceſſario inſtituir un nuovo problema, quando il quarto è ſufficiente, anzi il medeſimo. Il nono poi ſi riſolverà col calcolo faciliſſimamente, ritrovando del primo quadrante dell'ecclittica tutte le declinazioni, che appartengono ad ogni 15 gradi, poichè ad una ad una ſottratte da gradi 90 laſcieranno le altezze del polo, che appartengono ai climi, i quali procedono con l'aumento d'un meſe nel giorno. La ſottrazione della declinazion maſſima di gradi $23\frac{1}{2}$, come dà il fine dei climi, ne' quali creſce il giorno di mezz'ora, così dà il principio degli altri, in cui l'accreſcimento è d'un meſe. Le ſottrazioni poi delle declinazioni, che ſono ſucceſſivamente minori, accreſceranno ſucceſſivamente le altezze del polo, coſicchè egli alla ſottrazione della declinazion zero ſia alto gradi 90; e la ſfera in tal caſo è parallela.

APPENDICE II.

DOpochè la trigonometria dovea eſſer per ſua natura quell'inſtituto, che non potea procedere altrimenti che per tavole compoſte di numeri: merita certamente grande applauſo, e molta lode quell'autore, che ha ſaputo migliorarla da quel, ch'era una volta, e renderla incomparabilmente men laborioſa, e più breve con l'introduzione d'altri numeri aſſai diverſi dai primi. Le tavole trigonometriche fin dal ſuo principio ſono coſtituite da numeri, il di cui maneggio è per il più ſoggetto alle due ultime operazioni dell'aritmetica, cioè del moltiplicare, e dividere; le quali ognuno ben ſa, con qual fatica, e intenſione di ſpirito ſi aſſolvano, ſe i numeri ſono aſſai grandi come quelli, di cui parlo; ma oggi queſta ſcienza ha fatti felici progreſſi, mercè che le medeſime ſono ulteriormente corredate di altri numeri tali, che non eſigono più delle due operazioni aritmetiche prime, cioè della ſumma, e della ſottrazione, che ſono tanto più agevoli, e pronte di quelle. E' ben vero però, che queſti numeri ſecondi non ſi poſſono qualche volta adoperare ſenza l'intervento de' primi; ma è ſempre vantaggio, quando poſſono fare la funzione loro; e ſenza dubbio il vantaggio è maſſimo quella volta, ch'eſſi ſoli agiſcono. Chi dunque ha cognizione di queſto ſtudio, ſi avvede, che io ragiono de' logaritmi; cioè di que'

numeri, de' quali mi ſono ſervito nelle pratiche dell'appendice antecedente; e venendo ora a quel particolare, per cui mi ſon prefiſſo di fare queſta ſeconda appendice: nella riſoluzione de' triangoli piani è oſſervabile, come di quel triangolo, di cui ſi cercano gli angoli con la ſola notizia dei tre lati (quaſichè in paſſato non foſſe ſtata conoſciuta altra via), da coloro, che della trigonometria oggi danno i precetti, niun altro modo ſi additi, che quello di ridurlo in due triangoli rettangoli; il che importa non poche operazioni, ed anche proliſſe per le frazioni, che le più volte s'incontrano, e ſpezialmente per li numeri alti, che a ſorte aveſſe mai per lati il triangolo; e pure eſpreſſamente ſenza una tale riduzione, da un ſecolo, e mezzo in quà, il Cavalieri nella ſua Trigonometria alla pagina 22 inſegna un altro metodo meno compoſto, e per conſeguenza più ſpedito. Egli ordina che ſi faccia una regola di proporzione, cioè come il doppio del prodotto fatto dai lati, che comprendono l'angolo, di cui ſi cerca il valore, alla differenza tra la ſumma dei loro quadrati, e il quadrato del terzo lato: così il raggio al coſeno dell'angolo medeſimo; e il fondamento di queſto canone è tutto ripoſto nelle due propoſizioni 12, e 13 del ſecondo degli elementi; per le quali anche nell'atto, che ſi opera, ſi ha il vantaggio di conoſcere, ſe il dato angolo ſia acuto, ovvero ottuſo. Ma ſe per alcune operazioni ſi potrebbe ai numeri ſoſtituir i logaritmi, non ſono poi valevoli per aver la differenza tra un quadrato, e la ſumma degli altri due, di modo che ſe per conſeguir queſta differenza ſono niente alti i numeri dati, la fatica delle operazioni ſi moltiplica, ma però ſenza confronto ſarà minore che nel metodo ordinario. Senonchè dimandetà tal uno, a qual fine io abbia dette queſte coſe; ed io riſpondo averle dette per introdurmi a far paleſe, che tutta ſi può fare per logaritmi la riſoluzione di queſto problema, ſotto fondamenti però affatto diverſi. Se dunque per occaſione di riſolver in via di calcolo i problemi dell'analemma ho adoperati i logaritmi: voglio credere che in propoſito de' medeſimi non ſi giudicherà come giunta inconveniente alla derrata, ſe fo queſta ſeconda appendice, nella quale non intendo altro che dar una nuova pratica di trovar ſolo per logaritmi qualſivoglia angolo d'un triangolo, di cui non altro è conoſciuto che i tre lati; e una tal pratica è appoggiata al teorema ſeguente.

Se i logaritmi della ſomma dei tre lati d'un triangolo, e delle tre differenze, che naſcono dal ſottrarre un lato dalla ſumma degli altri due, ſi uniſcano inſieme col logaritmo 19397900 *; e dalla metà dell'aggregato ſi tragga la ſomma de' logaritmi delli due lati, che del triangolo un angolo dato comprendono: il rimanente ſarà ſenilogaritmo dell'angolo medeſimo.*

ESEMPIO.

Li tre lati del triangolo ſiano 3776, 3825, 4081; la ſomma de' quali è 11682, e le tre differenze di ciaſcun lato dalla ſumma degli altri due ſono 3520, 4032, 4130, e ſia propoſto di trovar il valor dell'angolo compreſo

preso dai lati 3776, 3825. Si prendano i logaritmi A B C D della detta summa, e differenze, e si uniscano col logaritmo invariabile 193979400; e sia E la metà della summa. Si prendano poi i logaritmi F G de' lati 3776, 3825, che contengono l'angolo dato, e facciano la summa H, la quale sottratta dal numero E lasci il numero K. Questo riscontrato fra i logaritmi dei seni si trova, che corrisponde a gradi 64, minuti 56, secondi 33 per valore dell'angolo compreso dai lati 3776, 3825.

3776	3776	3776	3825
3825	3825	4081	4081
4081	7601	7857	7906
11682	4081	3825	3776
	3520	4032	4130
40675171	35465427	36055205	36159501
A	B	C	D

A 40675171
B 35465427
C 36055205
D 36159501
193979400
342334704
E 171167352

F 35770320
G 35826314
E 171167352
H 71596634
K 99570718

F 35770320
L 36107666
E 171167352
M 71877986
N 99289366

G 35826314
L 36107666
E 171167352
P 71933980
Q 99233372

R
64° . 56′ . 33″
58 . 6 . 33
56 . 56 . 54
180 . 0 . 0

In questo metodo si ha il vantaggio, che volendo proseguire per aver il valore degli altri due angoli, non si ha bisogno di replicare tutte le operazioni fatte per aver il numero E, mentre come si raccoglie dal teorema, egli sussiste il medesimo per tutti gli angoli; e però basta prender il primo logaritmo L del terzo lato 4081, e unirlo col logaritmo F del primo 3776; e si avrà la summa M, che levata dal numero E lascia il numero N. Questo poi riscontrato fra i senilogaritmi, assegna gradi 58, minuti 6, secondi 33 per valore dell'angolo contenuto dai lati 3776, 4081; e similmente togliendo la summa P de' logaritmi G L del secondo, e terzo lato dal numero E, resta il senilogaritmo Q, da cui si fa manifesto, che il terzo angolo chiuso fra i due lati 3825, 4081 è di 56 gradi, 56 minuti, 54 secondi. La prova delle operazioni è già la consueta, poichè raccolti insieme li tre

valori costituiscono 180 gradi, cioè la summa R di due retti in punto, com' esige la proposizione 32 del primo degli elementi.

Perchè poi a fine di poter dire, che un metodo è miglior d'un altro, conviene aver presente ogni caso, a cui sia possibile applicargli ambedue; essendo anzi cosa ordinaria, e particolarmente in aritmetica, il far uso a solo riguardo di maggior facilità ora d'una regola, ora d'un' altra per la risoluzione d'un conto, il quale, perchè non diversifica da un altro, che nella sola quantità delle cose date, si può dire, che sia il medesimo: così non dirò, che questo mio metodo per logaritmi sia miglior di quello del Cavalieri per seni; ma dirò invece, che non sarà inutile averlo fatto palese, onde ognuno facendone esperimento, possa servirsene, quando gli sembrasse più comodo.



LA GENESI.

SEmbra veramente un fatto iperbolico ciò, che si scrive di Pitagora, cioè ch' egli sagrificasse cento buoi per la scoperta da esso fatta di quella proprietà del triangolo rettangolo, di cui si dice, che il quadrato dell' ipotenusa uguaglia li due quadrati, che si fanno dagli altri due lati; ma se il racconto fosse anche falso, mostra nulladimeno lo straordinario piacere, che avrà provato quel filosofo per un ritrovato sì bello, ed anche (diciamolo pure con tutta ragione, perchè è ciò, che più importa) d'una utilità fecondissima in tutta la Geometria. Se poi posteriormente avess' egli veduto il modo, e l' ordine, con cui tutti nascono l' un dall' altro in serie tali triangoli, che hanno i lati espressi da numeri; comecchè senza dubbio il piacer secondo non sarebbe stato in lui niente meno inferior al primo: probabilmente si avrebbe ancora scritto, che avesse replicato il sagrifizio, giacchè appunto de' numeri egli era, quanto mai si può dire, amantissimo.

Questo modo, e ordine mi si presentò alla mente venticinque anni fa, e uscì dalle stampe l'anno 1752 col titolo di *Genesi de' triangoli rettangoli numerici*, accompagnato con una mia lettera indirizzata al Signor Abbate D. Gaetano Marzagaglia soggetto di mérito grande, e conosciuto già per le opere sue divulgate; e un tale nascimento di triangoli per la natural eleganza, che per entro vi si scorge, è piaciuto universalmente, a quanti l' hanno veduto; che anzi il Signor Abbate medesimo ha avuto la compiacenza di applicarsi a dimostrarlo analiticamente in ogni sua proposizione, avendo poi anche avuto la bontà di comunicarmi questa sua fatica. Per verità basta leggerla per conoscere, quanto sia ingegnosa; ma io vi osservo qualche cosa di più, perchè inoltrandosi il pensiero a considerarla, si ravvisa così conveniente, e proporzionata per istruire la gioventù applicata allo studio dell'algebra, che quando fosse resa pubblica, a mio giudizio sarebbe il primo esemplare, che si avesse di prima instituzione, facile, e copioso per far apprendere l' artifizio di dimostrare con l' analisi non una, ma un complesso di molte proposizioni fra di se connesse, e legate sopra un solo argomento. Io su ciò non temo punto ingannarmi; e perciò con questa mira fo la-

ſo la riſtampa della Geneſi de' triangoli rettangoli numerici, cioè per accompagnarla con queſto sì utile opuſcolo; ben lontano dal credere, che il Signor Abbate ſia per averne diſpiacere, quando anzi io ſono perſuaſo, ch' egli abbia a conſeguirne la comune approvazione. Aggiungo nel fine un mio problema, nella riſoluzion del quale compariranno altre nuove proprietà ſu tal propoſito, che faran vedere ſempre più mirabile il neſſo, che ſi oſſerva fra i teoremi aritmetici.

GENESI
DI TUTTI LI TRIANGOLI RETTANGOLI NUMERICI.

LETTERA

DEL SIGNOR

FRANCESCO VENTRETTI

AL SIGNOR ABBATE

D. GAETANO MARZAGAGLIA.

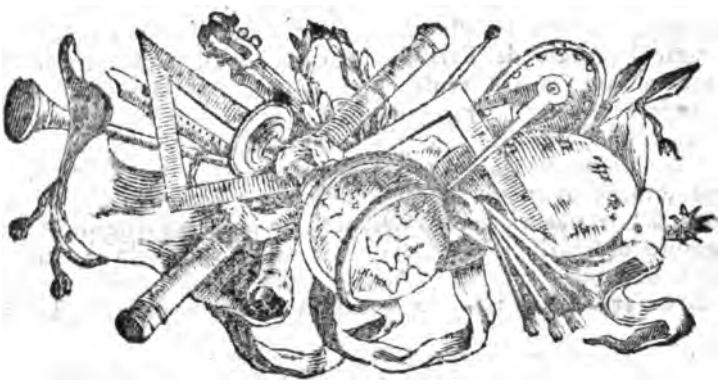
Eccovi risolto il Problema, che tiene il secondo luogo fra quelli da voi pubblicati nel fine del vostro Trattato intorno all'antica misura delle forze motrici (*a*). Io penso di aver ciò fatto con soprabbondanza, avvegnachè non solo io vi presento in interi la serie di tutti que' numeri, de' quali voi solamente chiedevate quattro paja (*b*) (voglio dire di quelli, che fra loro differenti d' un' unità hanno per somma de' loro quadrati un numero quadrato); ma vi espongo la generazione di tutti, quanti sono, li Triangoli rettangoli numerici. Voi ben sapete la varietà de' metodi, che sono stati ritrovati per aver numeri di tal natura presi a tre a tre, che i quadrati di due sommati insieme fossero uguali al quadrato del rimanente: a cagion d'esempio fra gli antichi quelli di Pitagora, e di Platone riferiti da Proclo, ed il metodo di Teone in Euclide; e fra i moderni quelli del Bacheti in Diofanto, e di alcuni Algebristi posteriormente; ma avrete offervato altresì, che alcuni di questi metodi non danno tutte le spezie de' Triangoli; con alcuni altri la varietà di spezie s' incontra a caso; ed in molti non possono schifarsi le frazioni. Restavi ora da vedere anche il mio, con cui do la Genesi di tutti questi Triangoli, de' quali vi parlo; e letto che lo avrete, mi atterrò sempre di buon grado al giudizio dell' acuto vostro intendimento. Intanto per dirvi qualche cosa intorno al modo da me tenuto in estenderlo, siccome ho voluto esentarmi dal trattarlo scientificamente con matematiche dimostrazioni, così mi è paruto ordinarlo in maniera, che riesca intelligibile eziandìo a coloro, che hanno poco più de' primi rudimenti di Aritmetica. Un Problema solo è la chiave del giuoco; ed a riguardo di non dividerlo in molti per

(*a*) Trovar per via d' una formola razionale due numeri di tal natura, che essendo essi differenti di un dato numero (per esempio di una unità), la somma de' loro quadrati sia numero quadrato.

(*b*) *Di questi numeri differenti d' una unità se ne ricercano quattro pari, che siano interi.* ivi.

la variazione de' caſi, alle opportunità, come vedrete, ho introdotto il zero, ed il ſegno negativo: due note che in genere di calcolo ſi uſano comunemente. Con queſte (poichè non tratto di figure in linee, ma ſolamente di proprietà di numeri) non intendo altro che di ſervirmi del vantaggio, che apportano, allora quando favoriſcono l'univerſalità d'un'eſpreſſione, che per li caſi particolari abbraccia ora addizione, ora ſottrazione di quantità, ed ora non ammette nè l'una nè l'altra; e in tal maniera con una o due regole al più do quanto baſta, ſenza generar confuſione con la moltiplicità de' precetti. Col zero particolarmente voi vedrete, che unisco due qualunque numeri uguali, con cui formo certe figure, che io chiamo Triangoli rettangoli numerici d'origine, non perchè ſiano veramente Triangoli, ma perchè ſono principio de' Triangoli tutti, che da eſſi poi l'un dall'altro ſi generano, la di cui coſtituzione, ovvia per ſe medeſima, pare a me, che debba ſalvarmi dalla petizion di principio, giacchè in ſoſtanza non ſono altro che tutti li numeri naturali, da ognuno de' quali deriva una ſerie infinita di Triangoli rettangoli numerici. Crederei così di aver adempito al mio ſcopo, perchè fra le matematiche diſcipline, quando ſia ſalva la verità, non penſo, che abbian luogo le controverſie de' nomi. La pratica è ſicura; e può eſſer anche giovevole; onde voi troverete ſempre con che difendermi, e molto più ſaprete con che ſcuſarmi. Se incontro l'approvazion voſtra, mi varrà per molte: vi prego dunque aggradire un contraſſegno della ſtima, che io fo di voi, e ſono con tutto l'animo.

Verona 16. Maggio 1752.



DEFI-

DEFINIZIONE I.

§. 1. CHiamo *Triangolo rettangolo numerico* tre numeri, quando i quadrati di due di eſſi ſommati inſieme ſono uguali al quadrato del rimanente.

DEFINIZIONE II.

§. 2. Ciaſcuno delli due primi numeri ſi chiami *Lato*, ed il terzo *Ipotenuſa*.

DEFINIZIONE III.

§. 3. La ſomma di tutti tre i numeri ſi dica *Perimetro*.

DEFINIZIONE IV.

§. 4. Nomino Triangolo rettangolo numerico *d'origine* il zero con due numeri uguali qualſivoglia, uno de' quali è ſempre Ipotenuſa.

Figure.

0 : 1 0 : 2 0 : 3 0 : 4 0 : 5 &c.
1 2 3 4 5

DEFINIZIONE V.

§. 5. Ogni numero è *radice* d'un Triangolo d'origine.

PROBLEMA I.

§. 6. Dato qualſivoglia Triangolo rettangolo numerico: trovarne un altro.

Regola 1. *Aſcendendo.*

1. Il doppio perimetro del dato triangolo più l'Ipotenuſa coſtituiſce l'Ipotenuſa del triangolo, che ſi cerca.

2. Il doppio perimetro del dato triangolo meno un lato coſtituiſce un lato del triangolo, che ſi cerca.
3. Il doppio perimetro del dato triangolo meno l'altro lato coſtituiſce l'altro lato del triangolo, che ſi cerca.

COROLLARIO I.

§. 7. Dalla ſeconda e terza parte di queſta Regola ſi rende manifeſto, che i lati del dato triangolo, e del triangolo ritrovato ſono equidifferenti.

DEFINIZIONE VI.

§. 8. Ogni triangolo generato con queſta regola ſi chiami *Intermedio*.

Eſtenſione della Regola.

§. 9. Ora un lato ora l'altro del dato triangolo può anche aſſumerſi negativamente.

COROLLARIO II.

§. 10. Dunque ogni triangolo rettangolo numerico ne genera tre.

DEFINIZIONE VII.

§. 11. Tutti li triangoli, che ſi generano con l'eſtenſione della regola, ſi dicano *Laterali*.

Regola 2. Diſcendendo.

§. 12 Dalla ſomma delli due lati del dato triangolo ſi ſottragga l'ipotenuſa, e ſi raddoppj il reſiduo: le differenze delli detti due lati, e dell'ipotenuſa da queſto duplicato reſiduo daranno i lati, e l'ipotenuſa del triangolo, che ſi cerca.

SEGNI CARATTERISTICI.

§. 13. Se il duplicato reſiduo ſarà maggiore di ciaſcuno delli due lati, il dato triangolo ſarà *Intermedio*.
§. 14. Se il duplicato reſiduo ſarà maggiore d'un lato, e minore dell'altro, il dato triangolo ſarà *Laterale*.

PROBLEMA II.

§. 15. Formar le ſerie di tutti li Triangoli rettangoli numerici.

1. Sia la ſerie infinita de' numeri naturali 1 : 2 : 3 : &c, co' quali ſi formino altrettanti triangoli d' origine (§. 4.); e ſopra ognuno di queſti operando con la regola prima (§. 6.) ſi troverà con l' unità il triangolo $\begin{matrix}4 : 3\\5\end{matrix}$

Col numero 2 ſi troverà $\begin{matrix}8 : 6\\10\end{matrix}$

Col numero 3 ſi troverà $\begin{matrix}12 : 9\\15\end{matrix}$

&c.

2. Indi inſiſtendo con la ſteſſa regola, e nella ſua eſtenſione (§. 6. §. 9.): dal primo triangolo $\begin{matrix}4 : 3\\5\end{matrix}$ generato dall'unità, ſe ne formeranno tre, cioè:

Con tutti due i lati poſitivi l'intermedio $\begin{matrix}20 : 21\\29\end{matrix}$

Col primo lato negativo il laterale $\begin{matrix}12 : 5\\13\end{matrix}$

Col ſecondo lato negativo l'altro laterale $\begin{matrix}8 : 15\\17\end{matrix}$

3. Dal ſecondo triangolo $\begin{matrix}8 : 6\\10\end{matrix}$ generato dal numero 2 ſe ne formano tre altri,

$\begin{matrix}24 : 10\\26\end{matrix}$ $\begin{matrix}40 : 42\\58\end{matrix}$ $\begin{matrix}16 : 30\\34\end{matrix}$

4. Dal terzo triangolo $\begin{matrix}12 : 9\\15\end{matrix}$ generato dal numero 3 ſe ne formano tre altri,

$\begin{matrix}36 : 15\\39\end{matrix}$ $\begin{matrix}60 : 63\\87\end{matrix}$ $\begin{matrix}24 : 45\\51\end{matrix}$ &c.

5. Allo ſteſſo modo da ciaſcuno di queſti ſe ne produrranno tre altri; e così continuando in infinito ſi avranno le ſerie tutte, ovvero la Geneſi di tutti li triangoli rettangoli numerici.

Co-

Corollario I.

§. 16. L'unità è radice della ſerie di tutti li triangoli, i lati di ciaſcuno de' quali, e la ipotenuſa ſono fra loro numeri primi; e gli altri numeri ſono radici delle ſerie di triangoli, i lati de' quali, e le ipotenuſe ſono multipli delli lati, e ipotenuſe delli triangoli, che ſono nella ſerie, di cui è radice la unità.

Corollario II.

§. 17. Perchè ogni triangolo ne genera tre (§. 10.), tre triangoli ne produrranno nove, e queſti ne produrranno ventiſette, e li ventiſette ottantuno &c: dunque ciaſcuna delle ſerie de' triangoli rettangoli numerici potrà ordinarſi in tante linee, le quali nel contener triangoli procederanno ſecondo i numeri componenti la ſerie delle potenze del numero 3.

Corollario III.

§. 18. Il primo triangolo della ſerie, che deriva dall'unità, avendo li due lati differenti fra loro d'una unità: tutti i triangoli intermedi, che da queſto l'un l'altro ſi generano aſcendendo, avranno i lati differenti fra loro d'una unità (§. 7.).

TEOREMI.

§. 19. 1. Il quadrato dell' ipotenuſa di ciaſcuno di queſti triangoli (§. 18.) diminuito dell' unità, e diviſo per 4 dà il quoto *numero triangolare*, che ha la metà pur numero triangolare.

2. Queſti numeri triangolari ſono numeri *Pronici*, le radici de' quali ſono le dette ipotenuſe diminuite dell'unità e diviſe per 2.

3. In ogni triangolo, che deriva dall' unità, un lato differiſce dall' ipotenuſa d' un numero quadrato,

drato, e l'altro lato differiſce dalla ſteſſa del doppio d' un numero quadrato.

4. Se queſte due differenze di ciaſcun de' triangoli intermedj, che derivano dal primo della ſerie dall' unità, ſi moltiplicano fra loro: i prodotti coſtituiſcono la ſerie di tutti li numeri Pronici, che hanno la loro metà numero quadrato.

5. Le ipotenuſe di tutti li triangoli numerici ſono ſempre diviſibili in due numeri interi, il prodotto de' quali è uguale alla metà del prodotto dei loro lati.

SCOLIO I.

§. 20. *Il metodo di Pitagora per li triangoli rettangoli numerici non trova che quelli, i quali hanno ſempre un lato, e l'ipotenuſa fra loro differenti d'una unità. Queſti nel metodo noſtro (quando li triangoli ſi ſcrivano con l'ordine già detto (§. 17.)) ſi trovano nel principio di ciaſcuna linea delli triangoli, che derivano dall'unità. Il metodo poi di Platone dà un lato, e l'ipotenuſa ſempre differenti di due unità; e ſono alternativamente numeri primi, e numeri compoſti: quelli derivano dall'unità (e nel noſtro metodo ſi trovano in fine di ciaſcuna linea); e queſti dal numero 2, che ſono anche dupli de' triangoli Pitagorici.*

SCOLIO II.

§. 21. *Degli eſempj diſcendendo ognuno potrà formarſene a piacere con la Regola ſeconda, la quale non ammette eſtenſione come la prima: ſolamente ſi avverte, che ſe aſcendendo un triangolo ne produce tre (§. 10.), per l'oppoſto diſcendendo ſi trova un triangolo, che ſempre ne ha tre, che lo generano.*

SCOLIO III.

§. 22. *Si dà per ultimo una prova materiale di queſto breve trattato con alcune linee di triangoli, che derivano dall' unità, laſciando il farne le matematiche dimoſtrazioni a chi aveſſe vaghezza di aſſumerne l' impegno.*



DIMO-

DIMOSTRAZIONI ALGEBRAICHE

DEL SIGNOR ABBATE

DON GAETANO MARZAGAGLIA

SOPRA L'OPUSCOLO DELLA GENESI DE' TRIANGOLI RETTANGOLI NUMERICI.

PROBLEMA.

1. TRovar tre numeri di tal natura, che la ſomma de' quadrati delli due primi ſia uguale al quadrato del terzo.

Riſoluzione.

Sieno li primi numeri cercati x, y, il terzo $\frac{py}{q} - x$: ſarà $x^2 + y^2 = \frac{p^2y^2}{q^2} - \frac{2pxy}{q} + x^2$; $\frac{2pqx}{p^2-q^2} = y$; e perciò li numeri ricercati ſaranno x, $\frac{2pqx}{p^2-q^2}$, $\frac{2p^2x}{p^2-q^2} - x$; o ſia $\left(\frac{p^2-q^2}{p^2-q^2}\right)x$, $\frac{2pqx}{p^2-q^2}$, $\frac{p^2x+q^2x}{p^2-q^2}$; e per iſchifar le frazioni, poſto $x = (p^2-q^2)m$, diverranno p^2m-q^2m, $2pqm$, p^2m+q^2m.

SCOLIO I.

2. Eſſendo che li tre numeri $2pqm$, p^2m-q^2m, p^2m+q^2m poſſono rappreſentare i lati, e l'ipotenuſa di un triangolo rettangolo: li chiamerò tutti tre inſieme *triangolo rettangolo*, o *triàngolo pitagorico*; e in iſpezie il numero $2pqm$ *ſeno*; il numero p^2m-q^2m *coſeno*; e il numero p^2m+q^2m *ipotenuſa*, o *ſeno intero*. Il ſeno, ed il coſeno inſieme ſi diranno *cateti*, o *lati*.

O CO-

COROLLARIO I.

3. Poichè $p^2m = pm.p$; $q^2m = qm.q$, e $2pqm = 2pm.q$; ed inoltre $pm : p = qm : q$, è manifesto, che se ci saranno quattro numeri proporzionali, il prodotto del primo, e del quarto raddoppiato darà il seno; la differenza del prodotto de' due primi, e del prodotto delli due secondi il coseno; e la somma del prodotto delli due primi, e del prodotto de' due secondi l'ipotenusa.

SCOLIO II.

4. Quindi è manifesto che la nostra formula, e il metodo di Euclide (*libro decimo, lemma primo propositione* 30) sono una medesima cosa, eccetto che Euclide ordina, che i termini omologhi sieno numeri insieme pari, o insieme dispari per pigliar la metà della somma, e della differenza de' prodotti; il che da noi non si esige, siccome non è necessario.

COROLLARIO II.

5. Se $m = 1$ il triangolo diviene $2pq$, p^2-q^2 , p^2+q^2 ; e deriva da' numeri proporzionali $p : p = q : q$.

COROLLARIO III.

6. Se $m = \frac{1}{2}$, il triangolo è pq, $\frac{p^2-q^2}{2}$, $\frac{p^2+q^2}{2}$; e deriva secondo il metodo di Euclide da' numeri proporzionali $p : p = q : q$ supposti insieme pari, o insieme dispari.

COROLLARIO IV.

7. Se $p = q$, il triangolo è $2p^2m$, o, $2p^2m$; ma se $q = o$, il triangolo diviene o, p^2m, p^2m; e posto $p = 1$, o, m, m; ma posto $m = 1$, o, p^2, p^2.

SCOLIO III.

8. Ciascuno di questi triangoli, o, p^2, p^2; o, m, m; chiamerassi *fondamentale*, o *radicale*.

CO-

COROLLARIO V.

9. Sia $m = 1$, $q = 1$: sarà il triangolo $2p$, p^2-1, p^2+1; onde per aver un triangolo rettangolo basta pigliar per seno qualunque numero raddoppiato, e per coseno la differenza del quadrato del numero stesso sopra l'unità, e per seno intero la somma del quadrato del numero medesimo, e dell'unità; il che dicesi insegnato da Platone ancora (*Clavio Element. Eucl. lib. 1. prop.* 47).

COROLLARIO VI.

10. Sia $m = \frac{1}{2}$, $q = 1$; sarà il triangolo p, $\frac{p^2-1}{2}$, $\frac{p^2+1}{2}$; onde pigliando per seno qualunque numero dispari, e per coseno la differenza dimidiata del quadrato del numero stesso sopra l'unità, e per seno intero la somma dimidiata del quadrato medesimo, e dell'unità: si avrà un triangolo pitagorico, come insegnò Pitagora. (*Clavio ibid.*).

COROLLARIO VII.

11. Sommando insieme il seno con l'ipotenusa, la somma è $2pqm+p^2m+q^2m$; e sommando la medesima ipotenusa col seno, la somma è $2p^2m$; e però posto $m = 1$, nel primo caso quadrato, e nel secondo doppio di un quadrato; ma se sarà $m = \frac{1}{2}$, la prima somma sarà la metà d'un quadrato, e la seconda un quadrato.

COROLLARIO VIII.

12. Se le due somme dette nel corollario precedente si moltiplicheranno insieme, il prodotto sarà $2p^2m(p^2m+2pqm+q^2m)$ doppio di un quadrato.

COROLLARIO IX.

13. Se dal seno intero si sottrarrà il seno, la differenza sarà $p^2m-2pqm+q^2m$; e se si sottrarrà il coseno dalla stessa, la differenza sarà $2q^2m$; e perciò posto $m = 1$, quella quadrato, e questa doppia di quadrato; ma posto $m = \frac{1}{2}$, quella metà di un quadrato, e questa quadrato.

COROLLARIO X.

14. Che se le due differenze dette nel collorario precedente si moltiplicheranno insieme, il prodotto $2q^2m(p^2m-2pqm+q^2m)$ sarà doppio di un numero quadrato.

COROLLARIO XI.

15. Ma se la somma $p^2m+2pqm+q^2m$ si moltiplicherà per la differenza $p^2m-2pqm+q^2m$, il prodotto sarà quadrato; e se si moltiplicherà la somma $2p^2m$ per la differenza $2q^2m$, tanto e tanto il prodotto sarà quadrato.

COROLLARIO XII.

16. Ma se la prima somma $p^2m+2pqm+q^2m$ si moltiplicherà per la seconda differenza $2q^2m$; e la seconda somma $2p^2m$ per la prima differenza $p^2m-2pqm+q^2m$, il prodotto in ogni caso sarà doppio di un numero quadrato.

COROLLARIO XIII.

17. La Ipotenusa p^2m+q^2m è il multiplo della somma di due quadrati p^2, q^2; ed il coseno p^2m-q^2m il multiplo della differenza de' quadrati medesimi. Dal che si fa manifesto, che qualunque multiplo della somma di due quadrati può servire d'Ipotenusa; e qualunque multiplo della differenza di due quadrati può esser coseno.

COROLLARIO XIV.

18. Ma se $m=1$, la ipotenusa p^2+q^2 è la somma di due numeri quadrati; e il coseno p^2-q^2 la differenza di due quadrati, ovvero la differenza delle radici $p-q$ de' quadrati stessi moltiplicata nella somma delle medesime $p+q$. Ond'è manifesto, che la ipotenusa o è la summa di due quadrati, o il multiplo; e così il coseno o è la differenza di due quadrati, o il multiplo. Così essendo $m=1$, il seno $2pq=\frac{(p+q)^2-(p-q)^2}{2}$ = alla differenza de' quadrati de' due numeri $p+q$, $p-q$ dimidiata.

CO-

COROLLARIO XV.

19. E perchè può eſſere $m = p^2 + q^2$, ovvero $= (p^2+q^2)^2$, o univerſalmente $(p^2+q^2)^n$, è chiaro, che tutte le podeſtà della ipotenuſa poſſono eſſere ipotenuſe.

SCOLIO IV.

20. Anche ſe $m = \frac{1}{2}$, il ſeno intero $\frac{p^2+q^2}{2}$ è la ſomma di due quadrati, perchè ciò ſegue dal ſeguente

TEOREMA.

21. La ſomma di due quadrati dimezzata, o raddoppiata ſi può riſolvere in due quadrati.

Dimoſtrazione.

Sieno li due quadrati x^2, y^2: dico primieramente, che $\frac{x^2+y^2}{2}$ è uguale a due quadrati. Imperciocchè ſia $2a$ la differenza de' due numeri x, y, ſarà $x = y + 2a$; $x^2 = y^2 + 4ay + 4a^2$; $\frac{x^2+y^2}{2} = \frac{y^2+y^2+4ay+4a^2}{2} = a^2 + (y+a)^2$, che doveaſi dimoſtrare.

Dico ſecondo, che $2x^2+2y^2 =$ a due quadrati; imperciocchè poſto come ſopra $x = y + 2a$, ſarà $2x^2+2y^2 = 2y^2+2y^2+8ay+8a^2 = 4y^2+8ay+4a^2+4a^2 = (2y+2a)^2+4a^2$ che doveaſi dimoſtrare.

Altra dimoſtrazione.

Primo. $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}-\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{2}$, che doveaſi dimoſtrare.

Secondo. $(x+y)^2 + (x-y)^2 = 2x^2+2y^2$, che doveaſi dimoſtrare.

COROLLARIO XVI.

22. Tutte le podeſtà dell'ipotenuſa, che hanno eſponente pari, ſono diviſibili in due quadrati; e ſe $m = 1$, anche tutte le podeſtà di eſponente diſpari. Perchè nel primo caſo $(p^2m+q^2m)^{2n} = (p^2m+q^2m)^{2n-2}(p^2m-q^2m)^2 + 4p^2q^2m^2(p^2m+q^2m)^{2n-2}$; e nel ſecondo $(p^2+q^2)^{2n+1} = (p^2+q^2)^{2n}p^2 + (p^2+q^2)^{2n}q^2$.

SCO-

SCOLIO V.

23. Quindi è manifesto, che se un numero è risolubile in due quadrati, lo saranno anche tutte le sue dignità: perchè posto $m=1$, nel corollario precedente abbiamo per le podestà pari $(p^2+q^2)^{2n}=(p^2+q^2)^{2n-2}(p^2-q^2)^2+4p^2q^2(p^2+q^2)^{2n-2}$; e per le dispari $(p^2+q^2)^{2n+1}=(p^2+q^2)^{2n}p^2+(p^2+q^2)^{2n}q^2$.

COROLLARIO XVII.

24. Poichè la somma di tutto il triangolo rettangolo $=2pqm+2p^2m$; posto $m=1$, ed anche $q=1$, è evidente, che la metà di essa somma è p^2+p, cioè numero pronico, o sia il doppio d'un numero triangolare.

COROLLARIO XVIII.

25. Dunque ogni numero pronico raddoppiato, ed ogni numero triangolare quadruplicato si potrà risolvere in un triangolo rettangolo.

COROLLARIO XIX.

26. Che se essendo $q=1$, sarà $m=\frac{1}{2}$, la somma del triangolo sarà p^2+p numero pronico, la cui radice p dispari.

COROLLARIO XX.

27. Dunque ogni numero pronico, la cui radice è dispari, può risolversi in un triangolo pitagorico.

COROLLARIO XXI.

28. Poichè il prodotto del seno, e del coseno $=2p^2qm^2-2pq^2m^2$; e $2p^2qm^2-2pq^2m^2=2(p^2m-pqm)(pqm+q^2m)$; essendo inoltre $p^2m-pqm+pqm+q^2m=p^2m+q^2m$, è evidente, che il seno intero si può sempre risolvere in due numeri, il prodotto de' quali uguaglia la metà del prodotto dei lati.

CO-

COROLLARIO XXII.

29. Uno de' numeri detti nel corollario precedente $pqm+q^2m = \frac{p^2m+q^2m+2pqm-p^2m^2+q^2m}{2}$, cioè uguale alla differenza de' cateti sottratta dall' ipotenusa, e divisa per 2.

COROLLARIO XXIII.

30. Quindi se l'ipotenusa sarà la somma di due quadrati, si potranno trovare li due quadrati medesimi. Perchè se dalla metà del triangolo p^2m+pqm si sottrarrà il numero $pqm+q^2m$ del corollario precedente, si avrà il coseno p^2m-q^2m, il quale sottratto dall' ipotenusa p^2m+q^2m, darà la differenza $2q^2m$; e sommato con quella, darà la somma $2p^2m$; e però dividendo per metà l'una, o l'altra, si avrà uno de' quadrati cercati; perchè in questo caso $m=1$.

SCOLIO VI.

31. Il problema di questo corollario, si può anche risolvere in questo modo. Dall' ipotenusa si sottri ciascuno de' cateti, e si osservi qual delle due differenze è doppia di un quadrato. Trovata questa, si divida per metà, e si avrà uno de' cercati quadrati.

SCOLIO VII.

32. Se fosse data la sola ipotenusa, e non i lati, li due quadrati componenti la ipotenusa si troverebbero sottraendo da essa successivamente li quadrati 1, 4, 9, 16, 25, 36 &c., ed osservando in qual caso la differenza sia quadrato. Col qual metodo si potrà anche conoscere, se la ipotenusa è la somma di due quadrati, e se non lo è.

COROLLARIO XXIV.

33. Essendo data l'ipotenusa, si potranno ritrovare i cateti; perchè

Primo. Se l'ipotenusa è la somma di due quadrati, trovati questi, come nello scolio precedente, e sottraendo dal maggiore il minore, si avrà il coseno; e moltiplicando le radici, e raddoppiando il prodotto, si otterrà il seno.

Secondo. Se l' ipotenusa non è la somma di due quadrati, almeno uno de' suoi divisori sarà divisibile in due quadrati. Si trovi questo divisore, e consideratolo come ipotenusa, si trovino i lati come nel primo caso; e poi si moltiplichino per il numero, il quale moltiplicando il suddetto

suddetto divisore, restituisce la data ipotenusa. V. G. se l'ipotenusa sarà 39 essendo $\frac{39}{3} = 13 = 9 + 4$: sarà il coseno $= 9 - 4 = 5$; il seno $2.2.3 = 12$; e quindi i cateti cercati $3.5 = 15$; $3.12 = 36$.

COROLLARIO XXV.

34. Sia la differenza del coseno dalla ipotenusa $= a$, e la differenza del seno dalla ipotenusa medesima $= b$, e la ipotenusa $= x$ supposta incognita. Sarà il seno $x-b$; il coseno $x-a$; e perciò $(x-b)^2+(x-a)^2 = x^2$; ed x sarà uguale ad $a+b \pm \sqrt{2ab}$. Supponiamo ora $x = a+b+\sqrt{2ab}$; e sia $a = 2q^2m$, $b = p^2m - 2pqm + q^2m$: sarà $x = 2q^2m + p^2m - 2pqm + q^2m + 2pqm - 2q^2m = p^2m + q^2m$; $x-a = p^2m - 2pqm + q^2m + 2pqm - 2q^2m = p^2m - q^2m$; $x-b = 2q^2m + 2pqm - 2q^2m = 2pqm$, come nella formula del Problema.

COROLLARIO XXVI.

35. Sia $x = a+b-\sqrt{2ab}$; posto come sopra $a = 2q^2m$, $b = p^2m - 2pqm + q^2m$: sarà $x = 2q^2m + p^2m - 2pqm + q^2m - 2pqm + 2q^2m = 5q^2m - 4pqm + p^2m$; $x-b = 2q^2m - 2pqm + 2q^2m = 4q^2m - 2pqm$; $x-a = p^2m - 2pqm + q^2m - 2pqm + 2q^2m = 3q^2m - 4pqm + p^2m$, i quali numeri è manifesto formano un triangolo minore del triangolo $2pqm$, $p^2m - q^2m$, $p^2m + q^2m$; e perciò servono per la risoluzione del problema: *essendo dato un triangolo, trovarne un altro minore.*

COROLLARIO XXVII.

36. Quindi $x = 5q^2m - 4pqm + p^2m = 2(p^2m + q^2m - 2pqm - p^2m + q^2m) + p^2m + q^2m$ = alla differenza raddoppiata della somma de' cateti dall' ipotenusa più l' ipotenusa stessa. $x-a = 3q^2m - 4pqm + p^2m = 2(p^2m + q^2m - 2pqm - p^2m + q^2m) + p^2m - q^2m$ = alla differenza medesima più il coseno. $x-b = 4q^2m - 2pqm = 2(p^2m + q^2m - 2pqm - p^2m + q^2m) + 2pqm$ = alla differenza stessa più il seno.

SCOLIO VIII.

37. Ma perchè la differenza, che rimane sottraendo la somma de' cateti dalla ipotenusa, è negativa: per schivar il negativo, si potrà sottrarre la ipotenusa dalla somma de' cateti; e raddoppiato il residuo, sottrar da quello poi separatamente l'ipotenusa, il seno, ed il coseno; e quello da questi, caso che fosse minore.

COROLLARIO XXVIII.

38. Dunque se un triangolo sarà a, b, c, sarà l'ipotenusa del minore $= 2(a+b-c)-c = 2a+2b-3c$; un lato $= 2(a+b-c)-a = a+2b-2c$; l'altro lato $= 2(a+b-c)-b = 2a+b-2c$. V. G. sia $a = 20$, $b = 21$, $c = 29$: sarà la ipotenusa $= 40+42-87 = -5$, o sia $= 5$; un lato $= 20+42-58 = 4$; l'altro lato $= 40+21-58 = 3$.

COROLLARIO XXIX.

39. Sia la somma del seno, e della ipotenusa $= a$; la somma del coseno, e della ipotenusa $= b$, e la ipotenusa $= x$: sarà il seno $= a-x$, il coseno $= b-x$; e quindi $(a-x)^2+(b-x)^2 = x^2$; $x = a+b \pm \sqrt{2ab}$. Prendiamo $x = a+b-\sqrt{2ab}$; e sia $a = p^2m+2pqm+q^2m$; $b = 2p^2m$: sarà $x = p^2m+2pqm+q^2m+2p^2m-2pqm-2p^2m = p^2m+q^2m$; $a-x = -2p^2m+2pqm+2p^2m = 2pqm$; $b-x = -p^2m-2pqm-q^2m+2pqm+2p^2m = p^2m-q^2m$; come nel problema.

COROLLARIO XXX.

40. Prendiamo ora $x = a+b+\sqrt{2ab}$: sarà, fatta la stessa suppozizione di sopra, $x = p^2m+2pqm+q^2m+2p^2m+2pqm+2p^2m = 5p^2m+4pqm+q^2m$; $a-x = -p^2m-2pqm-q^2m-2pqm-2p^2m = -3p^2m-4pqm-q^2m$; o sia $= 3p^2m+4pqm+q^2m$ (giacchè nel nostro caso tanto serve il negativo, come il positivo); $b-x = -2p^2m-2pqm-2p^2m = -4p^2m-2pqm$, o sia $= 4p^2m+2pqm$, i quali numeri è manifesto formar un triangolo pitagorico maggiore di quello del problema.

COROLLARIO XXXI.

41. Quindi $x = 5p^2m+4pqm+q^2m = 2(p^2m+q^2m+2pqm+p^2m-q^2m)+p^2m+q^2m =$ alla somma raddoppiata di tutto il triangolo più la ipotenusa. Un lato $= 3p^2m+4pqm+q^2m = 2(p^2m+q^2m+2pqm+p^2m-q^2m)-p^2m+q^2m =$ alla medesima somma raddoppiata meno il coseno. L'altro lato $= 4p^2m+2pqm = 2(p^2m+q^2m+2pqm+p^2m-q^2m)-2pqm =$ alla medesima somma raddoppiata meno il seno.

COROLLARIO XXXII.

42 Conseguentemente se li numeri a, b, c rappresenteranno un triangolo pitagorico, sarà l' ipotenusa del maggiore $= 2(a+b+c)+c = 2a+2b+3c = C$; un lato $= 2(a+b+c)-a = a+2b+2c = A$; l' altro lato $= 2(a+b+c)-b = 2a+b+2c = B$.

SCOLIO IX.

43. Sia $a=3$, $b=4$, $c=5$: sarà la ipotenusa del triangolo superiore $= 6+8+15 = 29$; un lato $= 3+8+10 = 21$; l'altro lato $= 6+4+10 = 20$.

SCOLIO X.

44. Sia $a = m$, $b = o$, $c = m$: sarà la ipotenusa $2m+o+3m = 5m$; un lato $= m+o+2m = 3m$; l' altro lato $= 2m+o+2m = 4m$. Sia $a = 3m$, $b = 4m$, $c = 5m$: sarà la ipotenusa $= 6m+8m+15m = 29m$; un lato $= 3m+8m+10m = 21m$; l'altro lato $= 6m+4m+10m = 20m$. Dal che è manifesta la continuazione fino all' infinito ponendo di nuovo $a = 20m$, $b = 21m$, $c = 29m$.

SCOLIO XI.

45. E di qua siegue la ragione, per cui il triangolo o, m, m sia stato chiamato fondamentale.

SCOLIO XII.

46. Il triangolo $3m, 4m, 5m$ è il canone, da cui si possono derivare infiniti triangoli, i cateti de' quali, e la ipotenusa sieno equidifferenti. Però v. g. sia $m = 1$: sarà il triangolo 3, 4, 5. Sia $m = 2$: sarà il triangolo 6, 8, 10; sia $m = 3$: sarà il triangolo 9, 12, 15 &c, nel qual canone però si contiene la risoluzione del problema determinato: *trovar tre numeri equidifferenti, che formino un triangolo pitagorico, essendo data la differenza.*

CO-

COROLLARIO XXXIII.

47. Li cateti de' triangoli trovati col metodo del corollario precedente, sono differenti del numero m; onde se m sarà dato, i triangoli avranno i cateti differenti d'un numero dato, il quale essendo $=1$, i cateti saranno differenti d'una unità.

COROLLARIO XXXIV.

48. Nel triangolo A, B, C (*corollario* 32) le differenze de' cateti dalla ipotenusa sono $c+a$, $c+b$; onde posto $b=a+1$, diventano $c+a$, $c+a+1$, il prodotto delle quali $=(c+a)^2+c+a$; onde siegue, che ne' triangoli derivati dal radicale o, 1, 1 col metodo superiore, il prodotto delle differenze de' cateti dalla ipotenusa è numero pronico.

SCOLIO XIII.

49. Questo corollario si deduce anche dal triangolo a, b, c; perchè posto $b=a+1$, le differenze de' cateti dalla ipotenusa saranno $c+a-1$, $c-a$, il prodotto delle quali è $c^2-2ac+a^2-c+a$, il qual prodotto è numero pronico, perchè è la differenza della radice $c-a$ dal quadrato $(c-a)^2$.

COROLLARIO XXXV.

50. Ma il numero pronico, detto nel corollario è doppio di un numero quadrato, come abbiamo sopra dimostrato (*Corol.* 10): dunque ne' triangoli derivati col metodo superiore dal fondamentale o, 1, 1, le differenze de' cateti dalla ipotenusa, moltiplicate fra di se costituiscono numeri pronici, la metà de' quali è numero quadrato.

COROLLARIO XXXVI.

51. Quindi si possono risolvere due problemi. Primo. *Trovar i quadrati* a^2, x^2 *di tal natura, che* $2x^2+a^2$ *sia quadrato.*

Poniamo $2x^2+a^2=(y+a)^2$: sarà

$$2x^2+a^2=y^2+2ay+a^2$$
$$y^2+2ay=2x^2$$
$$1 \quad 2a \quad 4a^2$$
$$z^2+z=\frac{2x^2}{4a^2}$$
$$4a^2\left(\frac{z^2+z}{2}\right)=x^2$$

conseguentemente ciascuno de' quadrati, che sono la metà de' numeri pronici detti nel corollario precedente, moltiplicato per $4a^2$ fa l'effetto, che si cerca. Che se sarà $a^2=1$, basterà moltiplicare ciascuno de' quadrati stessi per 4; ovvero (ciò che torna lo stesso) raddoppiare i suddetti numeri pronici.

Secondo. *Trovar li numeri triangolari, che sono anche numeri quadrati.* Perchè essendo $\frac{z^2+z}{2}$ numero triangolare, è manifesto, che i numeri triangolari sono metà di numeri pronici. Ma nel Corollario precedente abbiamo i numeri pronici, metà de' quali è quadrato: dunque &c.

COROLLARIO XXXVII.

52. Se la differenza de' cateti sarà m, il quadrato dell'ipotenusa diminuito del quadrato di m, e diviso per $4m^2$ è numero triangolare; perchè supposto un cateto x, l'altro per conseguenza $x+m$, sarà il quadrato della ipotenusa $=2x^2+2xm+m^2$; e perciò posto $2x^2+2xm+m^2=z^2$, sarà

$$x^2+xm+\frac{m^2-z^2}{2}=0$$
$$1 \quad m \quad m^2$$
$$y^2+y+\frac{m^2-z^2}{2m^2}=0$$
$$y^2+y=\frac{z^2-m^2}{2m^2}$$
$$2m^2(y^2+y)=z^2-m^2$$
$$2m^2(y^2+y)+m^2=z^2=2x^2+2mx+m^2$$
$$2m^2(y^2+y)=2x^2+2mx$$
$$\frac{y^2+y}{2}=\frac{2x^2+2mx}{4m^2}$$

ma $\frac{y^2+y}{2}$ è numero triangolare: dunque anche $\frac{2x^2+2mx}{4m^2}$ è numero triangolare, che dovea dimostrarsi.

CO-

COROLLARIO XXXVIII.

53. Quindi se $m = 1$, il quadrato della ipotenusa diminuito d'una unità, e diviso per 4 è numero triangolare.

COROLLARIO XXXIX.

54. Che se un numero triangolare si raddoppierà, e poi si moltiplicherà per $4a^2$, ed al prodotto si aggiungerà a^2, si avrà un quadrato. Imperciocchè abbiamo dimostrato, che $2m^2(y^2+y) = 2x^2+2mx$; e perciò $4m^2(y^2+y)+m^2 = 4x^2+4mx+m^2$; ma y^2+y è il doppio d'un numero triangolare: dunque &c.

SCOLIO XIV.

55. Quindi però è manifesta la risoluzione del problema: *trovare un numero non quadrato, il quale moltiplicato per* $4a^2$, *ed al prodotto aggiunto* a^2 *sia quadrato.*

COROLLARIO XL.

56. Nel triangolo a, b, c le somme de' cateti, e della ipotenusa sono $c+a$, $c+b$ (*corol.* 32.), e nel triangolo A, B, C le differenze de' cateti dalla ipotenusa sono $c+a$, $c+b$: conseguentemente le differenze de' cateti dalla ipotenusa nel triangolo superiore sono le somme respettive de' cateti, e della ipotenusa nell'inferiore.

COROLLARIO XLI.

57. La somma delle differenze $c+a$, $c+b$ è $= 2c+a+b$; ma è minore tanto del cateto $2a+2c+b$, quanto del cateto $a+2b+2c$ (*corol.* 32).

COROLLARIO XLII.

58. Poniamo, che la somma del seno, e della ipotenusa sia $= a$, e la differenza del coseno dalla medesima ipotenusa $= b$, e la ipotenusa supposta incognita $= x$: sarà $a-x$ il seno, $x-b$ il coseno; e perciò $(a-x)^2+(x-b)^2 = x^2$; $x = a+b \pm \sqrt{2ab}$. Prendiamo $x = a+b-\sqrt{2ab}$, e sia $b = 2q^2m$, $a = p^2m+2pqm+q^2m$: sarà $x = 2q^2m+p^2m+2pqm+q^2m-2pqm-2q^2m = p^2m+q^2m$; $a-x = -2q^2m+2pqm+2q^2m = 2pqm$; $x-b = p^2m+2pqm+q^2m-2pqm-2q^2m = p^2m-q^2m$, come nel problema.

COROLLARIO XLIII.

59. Ma perchè è anche $x = a + b + \sqrt{2ab}$, è evidente, che con la medesima supposizione del Corollario precedente si potrà trovare un altro triangolo superiore al triangolo $2pqm$, $p^2m - q^2m$, $p^2m + q^2m$, nel quale sarà $x = 2q^2m + p^2m + 2pqm + q^2m + 2pqm + 2q^2m = 5q^2m + 4pqm + p^2m$; $a - x$, o sia $x - a = 2q^2m + 2pqm + 2q^2m = 4q^2m + 2pqm$; $x - b = p^2m + 2pqm + q^2m + 2pqm + 2q^2m = 3q^2m + 4pqm + p^2m$. Quindi la ipotenusa $x = 5q^2m + 4pqm + p^2m = 2(p^2m + q^2m + 2pqm - p^2m - q^2m) + p^2m + q^2m$ = alla doppia differenza del coseno dalla somma della ipotenusa, e del seno più la ipotenusa; $x - a = 4q^2m + 2pqm = 2(2q^2m + 2pqm) - 2pqm$ = alla suddetta differenza meno il seno; $x - b = 3q^2m + 4pqm + p^2m = 2(2q^2m + 2pqm) + p^2m - q^2m$ = alla differenza stessa più il coseno.

COROLLARIO XLIV.

60. Che se sarà $a = 2p^2m$, $b = p^2m - 2pqm + q^2m$: si troverà $x = 5p^2m - 4pqm + q^2m = 2(p^2m + q^2m + p^2m - q^2m - 2pqm) + p^2m - q^2m$ = alla doppia differenza del seno dalla somma della ipotenusa, e del coseno più la ipotenusa; $x - a = 2(2p^2m - 2pqm) - p^2m + q^2m$ = alla differenza medesima meno il coseno; $x - b = 2(p^2m - 2pqm) + 2pqm$ = alla stessa differenza più il seno.

COROLLARIO XLV.

61. Dunque se a, b, c sarà un triangolo pitagorico, sarà l'ipotenusa del superiore $= 2(a + c - b) + c = 2a + 3c - 2b = D$; un lato $= 2(a + c - b) - a = a + 2c - 2b = E$; l'altro lato $= 2(a + c - b) + b = 2a + 2c - b = F$.

Ovvero

La ipotenusa $= 2(b + c - a) + c = 2b + 3c - 2a = M$. Un lato $= 2(b + c - a) - b = b + 2c - 2a = N$. L'altro lato $= 2(b + c - a) + a = 2b + 2c - a = P$.

SCOLIO XV.

62. V. G. Sia $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$: sarà $D = 6 + 15 - 8 = 13$ $E = 3 + 10 - 8 = 5$; $F = 6 + 10 - 4 = 12$; e perciò il triangolo D, E, F sarà 13, 5, 12. Di più $M = 8 + 15 - 6 = 17$; $N = 4 + 10 - 6 = 8$; $P = 8 + 10 - 3 = 15$; onde il triangolo M, N, P sarà 17, 8, 15.

COROLLARIO XLVI.

63. Perchè col metodo del Corollario 32 dal medeſimo triangolo a, b, c, ſi produce il triangolo A, B, C; e col metodo del Corollario precedente li due triangoli D, E, F; M, N, P: è manifeſto, che da un triangolo pitagorico ſe ne poſſono derivar tre ſuperiori.

SCOLIO XVI.

64. Biſogna però, che il triangolo a, b, c, non ſia radicale.

COROLLARIO XLVII.

65. Conſeguentemente da' tre ſuperiori A, B, C; D, E, F; M, N, P col metodo del Corollario 28 ſe ne deriverà un ſolo a, b, c,

COROLLARIO XLVIII.

66. Nel triangolo D, E, F; $D-E \simeq a+c$; $D-F \simeq c-b$: conſeguentemente ne' triangoli ſuperiori derivati col metodo del Corollario 44, la differenza d'un lato dalla ipotenuſa è la ſumma dell'ipotenuſa, e del cateto non ſottratto dell'inferiore; ma l'altro lato differiſce dalla ipotenuſa nell'inferiore.

COROLLARIO XLIX.

67. Anzi nel triangolo D, E, F la differenza ne' lati uguaglia la ſomma de' lati dell'inferiore a, b, c.

SCOLIO XVII.

68. Il Ventretti chiama i triangoli generati col metodo del Corollario 32 *Intermedj*; ed i triangoli generati col metodo del Corollario 45 *Laterali*.

COROLLARIO L.

69. Ne' triangoli Laterali la ſomma delle differenze de' cateti dalla ipotenuſa è $2c+a-b$ (*Corollario* 44); conſeguentemente maggiore di un cateto $a+2c-2b$, e minore dell'altro $2a+2c-b$.

CO-

COROLLARIO LI.

70. Ma ne' triangoli Intermedj la ſomma delle ſuddette differenze è ſempre minore di ciaſcun cateto (*Corollario* 41); e perciò ſi potrà diſtinguere un triangolo Intermedio da un laterale.

SCOLIO XVIII.

71. Ma biſogna avvertire, che nel triangolo $3m$, $4m$, $5m$ derivato dal radicale o, m, m (*Scolio* 10), la ſomma delle ſuddette differenze uguaglia il cateto minore, perchè in tal caſo $b = o$; la qual oſſervazione ſerve per diſtinguere tal triangolo, che può giuſtamente denominarſi il *primo* per antonomaſia, e non ha alcun triangolo laterale.

Riſcontro delle Propoſizioni della Geneſi con le dimoſtrazioni Algebraiche.

Geneſi	Dimoſtrazioni
§. 6.	Corollario 32.
7.	Corollario 33.
9.	Corollario 43. 44.
10.	Corollario 46.
12.	Corollario 27.
13. 14.	Corollario 50. 51.
15.	Scolio 10.
16.	Scolio 10.
18.	Corollario 33.
19.	Corollario 10. 17. fino al 20; e 34 fino al 39.
21.	Corollario 47.

PRO-

PROBLEMA.

TRovar di denominazione diverſa due frazioni comunque, cioè proprie, ovvero ſpurie, li quadrati delle quali uniti inſieme facciano una frazione quadrata.

Siano queſte $\frac{a}{c}$ $\frac{m}{n}$; e li ſuoi quadrati ſaranno $\frac{a^2}{c^2}$ $\frac{m^2}{n^2}$, che ridotti ſotto un medeſimo denominatore, e uniti inſieme fanno la ſomma $\frac{a^2n^2+c^2m^2}{c^2n^2}$; la quale dovendo eſſere una frazione quadrata, ſi uguagli a $\frac{x^2}{c^2n^2}$; e ſi avrà $\sqrt{\frac{a^2n^2+c^2m^2}{c^2n^2}} = \frac{x}{cn}$. Ma an, cm ſono numeri per ſe compoſti: dunque ſe due numeri per ſe compoſti ſiano cateti di un triangolo rettangolo numerico, $\sqrt{(a^2n^2+c^2m^2)}$ ſarà un numero razionale; e li due fattori d'un cateto con li due fattori dell'altro, preſi a due a due reciprocamente, cioè $\frac{a}{c}$ $\frac{m}{n}$, ovvero permutando $\frac{a}{m}$ $\frac{c}{n}$, oppure invertendo $\frac{c}{a}$ $\frac{n}{m}$; ed $\frac{m}{a}$ $\frac{n}{c}$, coſtituiranno le due frazioni comunque, cioè proprie, ovvero ſpurie, li quadrati delle quali uniti inſieme faranno una frazione quadrata.

COROLLARIO I.

Dunque trovata una coppia di frazioni della condizione richieſta, permutando, e invertendo li fattori, che la coſtituiſcono, ſi avranno tre altre coppie di frazioni della condizione medeſima.

COROLLARIO II.

Se uno de' fattori ſia numero per ſe compoſto, come $a = pq$, le coppie di frazioni, che potranno averſi, ſaranno dodici. Imperciocchè, eſſendo $an = pqn$, invece de' due fattori $pq.n$, ſi potranno ſoſtituire $p.qn$; $q.pn$. E comecchè ſi è veduto, che li due primi $pq.n$ con gli altri due $c.m$ coſtituiſcono le quattro coppie di frazioni $(\frac{pq}{c}\ \frac{m}{n})$ $(\frac{pq}{m}\ \frac{c}{n})$ $(\frac{c}{pq}\ \frac{n}{m})$ $(\frac{m}{pq}\ \frac{n}{c})$: ancora li

ra li secondi $p.qn$ con li medesimi $c.m$ ne costituiranno quattro altre coppie $\left(\frac{p}{c}\,\frac{m}{qn}\right)\left(\frac{p}{m}\,\frac{c}{qn}\right)\left(\frac{c}{p}\,\frac{qn}{m}\right)\left(\frac{m}{p}\,\frac{qn}{c}\right)$; e li terzi fattori parimente $q.pn$, con li $c.m$ costituiranno altre quattro coppie di frazioni $\left(\frac{q}{c}\,\frac{m}{pn}\right)\left(\frac{q}{m}\,\frac{c}{pn}\right)\left(\frac{c}{q}\,\frac{pn}{m}\right)\left(\frac{m}{q}\,\frac{pn}{c}\right)$. Dunque in tutte sono copie dodici; ed è inoltre manifesto, che quando sia $a=pp$, le coppie di frazioni saranno otto.

COROLLARIO III.

Da ciò apparisce, come dati due cateti, e risolti ne' suoi fattori a due per due, si possa con le regole delle combinazioni determinare la moltitudine delle coppie di frazioni, proprie, o spurie qualunque, che possono costituire; i quadrati delle quali sommati insieme facciano frazione quadrata.

COROLLARIO IV.

Essendosi veduto, che li quadrati della prima coppia di frazioni $\frac{a}{c}\,\frac{m}{n}$ sommati insieme fanno $\frac{a^2n^2+c^2m^2}{c^2n^2}$: si facciano ancora li quadrati della seconda coppia $\frac{a}{m}\,\frac{c}{n}$, e si raccolgano in summa; e si troverà, che fanno $\frac{a^2n^2+c^2m^2}{m^2n^2}$, cioè che il numerator della prima summa è lo stesso che il numerator della seconda. Si faccia il medesimo delle altre due coppie, cioè della terza $\frac{c}{a}\,\frac{n}{m}$, e della quarta $\frac{m}{a}\,\frac{n}{c}$, e si troverà, che le summe de' loro quadrati sono $\frac{a^2n^2+c^2m^2}{a^2m^2}\;\frac{a^2n^2+c^2m^2}{a^2c^2}$, cioè che il numerator è sempre lo stesso. Dunque sarà sempre la stessa ancora la radice del medesimo. Accade poi ciò nulla meno, in quante altre coppie derivino da due cateti d'un solo triangolo rettangolo numerico, i quali abbiano moltiplicità di fattori: dunque la summa de' quadrati d'ogni coppia di frazioni, che deriva da un solo triangolo rettangolo numerico, avrà lo stesso numeratore, di cui per conseguenza sarà la stessa la radice.

COROLLARIO V.

Perchè $an\ cm$ sono due cateti d'un triangolo rettangolo numerico, la loro ipotenusa sarà $\sqrt{(a^2n^2+c^2m^2)}$; ma $\sqrt{(a^2n^2+c^2m^2)}$ è la radice del numera-

meratore, che naſce dalla ſumma di due frazioni quadrate, d'ogni coppia delle medeſime, derivate da un ſolo triangolo rettangolo numerico: dunque la radice del numerator nato dalla ſumma di due frazioni quadrate, d'ogni coppia delle medeſime, derivate da un ſolo triangolo rettangolo numerico, ſarà ſempre l'ipotenuſa del triangolo medeſimo.

SCOLIO.

Nella Geneſi de' triangoli rettangoli numerici la maſſima parte di eſſi, ed anche tutti, quando di alcuno ſi voglia per fattor l'unità (la qual forſe occorrerà talvolta per numeratore), hanno li due cateti numeri per ſe compoſti; e perciò da eſſa potranno deſumerſi infinite paja di frazioni della natura propoſta.

ESEMPIO I.

Si tolga dalla Geneſi il triangolo $\overset{20}{29} : \overset{21}{\ }$, che è il ſecondo della ſeconda linea; e comecchè gli elementi del cateto 20 ſono 2.2.5, ſe ſi faccia $5 = n$, ſarà $2.2 = 4 = pp$. Li fattori poi del cateto 21 ſono 3.7: dunque fatto $3 = c$, $7 = m$, ſi avranno per ciò, che ho detto (*Coroll.* 2.), otto coppie di frazioni di denominatore differente; e il 29 ipotenuſa del triangolo ſarà ſempre il numerator d'ogni frazione, che ſia radice della ſumma de' quadrati d'ogni coppia delle otto frazioni. Le prime quattro coppie $\left(\frac{2}{3} : \frac{7}{10}\right)^{29}_{30}$ $\left(\frac{2}{7} : \frac{3}{10}\right)^{29}_{70}$ $\left(\frac{3}{2} : \frac{10}{7}\right)^{29}_{14}$ $\left(\frac{7}{2} : \frac{10}{3}\right)^{29}_{6}$ dipendono dal cateto 20 riſolto ne' due fattori 2.10; e le quattro coppie ſeconde $\left(\frac{4}{3} : \frac{7}{5}\right)^{29}_{15}$ $\left(\frac{4}{7} : \frac{3}{5}\right)^{29}_{35}$ $\left(\frac{3}{4} : \frac{5}{7}\right)^{29}_{28}$ $\left(\frac{7}{4} : \frac{5}{3}\right)^{29}_{12}$ provengono dal cateto medeſimo 20 riſolto ne' due fattori 4.5.

ESEMPIO II.

Nel terzo triangolo $\overset{28}{53} : \overset{45}{\ }$ della terza linea della Geneſi il cateto 28 ſi riſolve in due paja di fattori, i quali ſono 2.14, 4.7; e ſimilmente il cateto 45 in altre due paja 3.15, 5.9. E perchè un pajo di fattori d' un cateto con un pajo dell' altro coſtituiſce quattro coppie di frazioni di denominator differente (*Corollar. I.*), è manifeſto, che da queſto triangolo ſi avranno ſedici coppie di frazioni della condizione richieſta; e

il 53 ipotenusa del triangolo, sarà sempre il numerator d'ogni frazione, che sia radice della summa de' quadrati d'ogni coppia di frazioni.

$$\left(\frac{2}{3}:\frac{15}{14}\right)_{\frac{53}{42}} \quad \left(\frac{2}{15}:\frac{3}{14}\right)_{\frac{53}{210}} \quad \left(\frac{3}{2}:\frac{14}{15}\right)_{\frac{53}{30}} \quad \left(\frac{15}{2}:\frac{14}{3}\right)_{\frac{53}{6}}$$

$$\left(\frac{2}{1}:\frac{9}{14}\right)_{\frac{53}{70}} \quad \left(\frac{2}{9}:\frac{5}{14}\right)_{\frac{53}{126}} \quad \left(\frac{5}{2}:\frac{14}{9}\right)_{\frac{53}{18}} \quad \left(\frac{9}{2}:\frac{14}{5}\right)_{\frac{53}{10}}$$

$$\left(\frac{4}{3}:\frac{15}{7}\right)_{\frac{53}{21}} \quad \left(\frac{4}{15}:\frac{3}{7}\right)_{\frac{53}{105}} \quad \left(\frac{3}{4}:\frac{7}{15}\right)_{\frac{53}{60}} \quad \left(\frac{15}{4}:\frac{7}{3}\right)_{\frac{53}{12}}$$

$$\left(\frac{4}{5}:\frac{9}{7}\right)_{\frac{53}{35}} \quad \left(\frac{4}{9}:\frac{5}{7}\right)_{\frac{53}{63}} \quad \left(\frac{5}{4}:\frac{7}{9}\right)_{\frac{53}{36}} \quad \left(\frac{9}{4}:\frac{7}{5}\right)_{\frac{53}{20}}$$

ESEMPIO III.

Nel quinto triangolo $^{304:297}_{425}$ della quarta linea della Genesi il cateto 304 si può risolvere in quattro paja di fattori 2.152, 4.76, 8.38, 16.19; e in tre paja si risolve il cateto 297, che sono 3.99, 9.33, 11.27; e però è manifesto, che da questo triangolo si avranno quarantotto coppie di frazioni di denominator differente, e della natura voluta; e che il 425 ipotenusa del triangolo, sarà costantemente il numerator d'ogni frazione, che sia radice della summa de' quadrati d'ogni coppia di dette frazioni.

APPENDICE.

Appena finita la ſtampa del Problema, mi venne in penſiero di oſſervare, ſe applicando ai triangoli numerici obliquangoli le regole inſervienti alla generazione de' rettangoli, indicate nella Geneſi ai paragrafi 6, 9, 12, ſi riſcontraſſe per avventura qualche proprietà da conſiderare; e di fatto mi è avvenuto di vedere, che in tutti li triangoli obliquangoli numerici, generati l'un dall'altro con le dette regole, ſi conſerva ſempre la differenza medeſima tra la ſomma de' quadrati dei due lati, e il quadrato della baſe, non ſolo parlando degl' intermedj, ma ancora de' laterali; reſtando le medeſime come ne' triangoli rettangoli le proprietà dei lati.

Imperciocchè ſi richiamino alla memoria eſſe regole, o ſi torni a leggerle; e prendaſi qualſivoglia triangolo numerico obliquangolo, cioè tre numeri $\overset{5:7}{11}$ con la legge, che due preſi comunque, ſiano maggiori del rimanente, e la ſomma de' quadrati di due lati non s'uguagli al quadrato del terzo. Del triangolo poi $\overset{5:7}{11}$ ſi voglia che l'11 ſia la baſe; e li quadrati de' lati ſaranno in ſumma $25+49=74$, che levata dal quadrato 121 della baſe, laſcia la differenza 47. Raddoppiando pertanto il perimetro 23 del triangolo, ſi avrà il 46, che aggiunta la baſe 11 dà 57 per la baſe del triangolo intermedio aſcendente; e le differenze, levando i lati 5 e 7 dal 46, ſtabiliſcono li due lati 41, 39 del detto intermedio, coſicchè il triangolo ſia $\overset{41:39}{57}$, e ſi trovi ugualmente $57^2-41^2-39^2=3249-1681-1521=47$.

Ora conſiderato negativo, cioè -5 il primo lato, il perimetro raddoppiato ſarà 26, che unito alla baſe 11 ſtabiliſce la baſe 37 del triangolo laterale; e gli altri due lati ſaranno 31, 19, onde ſi abbia il triangolo $\overset{31:19}{37}$, e ſia nè più nè meno $37^2-31^2-19^2=1369-961-361=47$. In ſeguito conſiderato negativo, cioè -7 l'altro lato, ſi avrà 18 per doppio perimetro, 29 per baſe del nuovo triangolo laterale, 13 e 25 per lati; e il triangolo ſarà $\overset{13:25}{29}$, di cui $29^2-13^2-25^2=841-169-625=47$ come ſopra.

Accade la ſteſſa differenza 47 eziandio diſcendendo; poichè dalla ſomma $5+7=12$ delli due lati del triangolo propoſto levata la baſe, onde ſi abbia $12-11=1$: raddoppiato l'1, e fatta la ſottrazione delli due lati dal 2, e dello ſteſſo 2 dalla baſe, ſi conſeguirà la figura d'un triangolo obliquangolo di due lati negativi $\overset{-3:-5}{9}$, di cui pure ſi ha $81-9-25=47$. Ho detto la figura

d'un triangolo, perchè li due lati 3, e 5 uniti insieme, essendo minori della base, non possono costruir un triangolo.

Se invece d'un triangolo numerico si facciano le tre operazioni intorno a un triangolo simbolico $\overset{a:c}{m}$, in cui la lettera m rappresenti la base, e le altre due a, c rappresentino i lati: primieramente l'espressione $\pm a^2 \pm c^2 \mp m^2$ rappresenterà la differenza tra la somma de' quadrati dei due lati e il quadrato della base in ambedue li casi, cioè che quella sia o maggior o minor di questo. In secondo luogo applicata la prima regola ascendendo, si troverà il triangolo intermedio $\overset{a+2c+2m : 2a+c+2m}{2a+2c+3m}$, il quale dovendo avere la differenza medesima tra i quadrati ora detti: ci manifesta il teorema fondamentale per questa proprietà, cioè che se dai quadrati, che si fanno dai due lati, si tolgano li due quadrati a^2+c^2 dei lati del primo triangolo; e poi si levi il quadrato m^2 della base del medesimo dal quadrato della base del secondo: le due prime differenze unite insieme si uguaglieranno necessariamente alla differenza seconda; vale a dire che sarà legittima l'equazione $2a(2c+2m)+(2c+2m)^2+2c(2a+2m)+(2a+2m)^2=(2a+2c+3m)^2-m^2$, come facendone prova, accade realmente; la qual cosa verificandosi anche nelle altre due operazioni per li triangoli laterali e discendenti, ne' quali per conservar una tale uguaglianza li segni negativi si contemperano con li positivi: basterà averla accennata, dopochè il teorema si mostra facile per se medesimo da dimostrarsi.

Intanto ritornando ai numeri, e ripigliando il triangolo $\overset{3:5}{9}$, se vogliasi proseguir a discendere, si ascenderà invece, poichè si restituirà il proposto triangolo $\overset{5:7}{11}$; anzi continuando su questa osservazione, se il triangolo dato sia $\overset{7:9}{8}$, si troverà discendendo $\overset{9:7}{8}$, cioè il medesimo triangolo, che solamente differisce nella località de' lati. Di più essendo proposto il triangolo $\overset{4:5}{6}$, si troverà discendendo $\overset{2:1}{0}$; e sarà $2^2+1^2-0^2=4+1=5$, come $4^2+5^2-6^2=16+25-36=5$. Dunque

Da ciò si conosce in primo luogo, che per triangoli si possono prendere tre numeri ad arbitrio senza l'obbligazione, che due insieme, comunque si prendano, siano maggiori del rimanente. Secondo, che sono sufficienti anche due numeri, quando per formar la figura di tre si sostituisca il zero per terzo numero (e in questo caso, quando il zero fa la funzione d'un lato, e non di base, si ha da sapere, che dopo l'intermedio non si genera che un solo laterale; il che avviene ancora d'ogni triangolo isoscele). Ma inoltre aggiungo in terzo luogo, che basta ancora un numero solo con la sostituzion di due zeri per far la figura compiuta, dalla quale ascendendo si avranno triangoli isosceli tutti gl'intermedj. A cagion d'esempio dalla figura $\overset{0:0}{3}$, operando con la regola, per cui si ascende, si trova il triangolo isoscele $\overset{6:6}{9}$; dalla figura $\overset{0:3}{0}$

si trova

si trova altro isoscele $\overset{6:3}{6}$ (e isosceli in somigliante figura tutti li suoi laterali a parte sinistra, non già gl' intermedj); e nell'uno e l'altro la differenza tra i quadrati è 9. Due numeri poi uguali, col zero per terzo numero, si potranno prendere quella volta, che il zero faccia la funzion di base; perchè quando facesse la funzion di lato, nascerebbono tanti triangoli pitagorici.

Se delli tre numeri, che costituiscono la figura, il quadrato di quel numero, che fa le veci della base, sia maggior della summa dei quadrati, che si fanno dagli altri due numeri, che fanno le veci di lati: in tutti li triangoli, che saranno generati, l'angolo opposto alla base sarà ottuso, abbenchè vario nella sua grandezza; e perciò tali triangoli saranno sempre ottusangoli. E se il detto quadrato sia minor della summa degli altri due: in tutti li triangoli, che nasceranno dai tre numeri, l'angolo opposto alla base sarà acuto, sebbene di grandezza diversa; ma tali triangoli non sempre saranno acutangoli, perchè rispetto agli altri angoli potranno esser ottusangoli, ovvero anche rettangoli.

Se posto un triangolo si voglia raddoppiarne i lati, la differenza tra li quadrati del secondo sarà quadrupla della differenza tra li quadrati del primo. Se i lati del medesimo siano moltiplicati dal 3, la differenza sarà moltiplicata dal 9; se quelli dal 4, questa dal 16, e così di seguito, onde si debba dire, che le differenze sieno fra di se in duplicata ragione de' lati, com'è ben chiaro, che dovea accadere.

Perchè nella Genesi de' triangoli obliquangoli numerici le differenze, ch'abbiam dette, si conservano le stesse; e queste differenze sono il doppio rettangolo, che dichiara Euclide nelle proposizioni 12 e 13 del secondo degli Elementi: è manifesto, che i lati d'un triangolo ai lati d'un altro da esso generato sono in ragion reciproca dei rispettivi loro segamenti, che sono fra gli angoli opposti alle basi, e fra le perpendicolari, che cadono su i lati medesimi, eziandio prolungati se occorre.

Altre cose potranno forse ravvisarsi, le quali ora non mi si affacciano alla mente; ma posso ben dire, che dalle osservazioni fatte si ha la maniera facile di risolvere qualche problema, che senza la cognizione delle cose premesse risolverebbesi forse con fatica: a cagion d'esempio

Problema I. Trovar la serie de' numeri, li quadrati de' quali manchino dell'unità dal doppio quadrato d'un altro numero.

Il triangolo $\overset{1:1}{1}$ può dirsi originario, perchè discendendo genera se medesimo; ed essendo equilatero, è anche isoscele; e perciò li quadrati de' lati presi insieme sono il doppio del quadrato d'un lato; ma ciascun de' lati, come anche la base sono l'unità: dunque il quadrato della base manca dell'unità dal doppio quadrato d un lato; laonde per le cose anzidette tutti li triangoli intermedj generati da esso ascendendo saranno isosceli, che avranno il quadrato della base mancante dell'unità dalla somma de' quadrati dei lati, cioè dal doppio quadrato d'un lato. Si operi dunque ascendendo, e generando solamente con la regola prima li triangoli intermedj, che dal

triangolo $\begin{smallmatrix}1:1\\1\end{smallmatrix}$ nascono un dopo l'altro; poichè si troveranno in serie li triangoli isosceli

$$\begin{smallmatrix}1:1\\1\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}5:5\\7\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}29:29\\41\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}169:169\\239\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}985:985\\1393\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}5741:5741\\8119\end{smallmatrix} \quad \&c.$$

ne' quali i quadrati delle basi sono mancanti dell'unità dal doppio quadrato d'un lato, come si dovea fare.

Corollario. Se fosse proposto di ritrovare la serie de' numeri, li quadrati de' quali eccedessero dell'unità dal doppio quadrato d'un altro numero: si ha da operare allo stesso modo; ma il triangolo isoscele d'origine sarà $\begin{smallmatrix}0:0\\1\end{smallmatrix}$, da cui si troveranno in serie ascendendo li triangoli isosceli intermedj

$$\begin{smallmatrix}0:0\\1\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}2:2\\3\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}12:12\\17\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}70:70\\99\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}408:408\\577\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}2378:2378\\3363\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}13860:13860\\19601\end{smallmatrix} \quad \&c.$$

e li quadrati delle basi eccederanno dell'unità dal doppio quadrato d'un lato.

Se in cambio dell'unità l'eccesso fosse il 2, il triangolo d'origine sarebbe $\begin{smallmatrix}1:1\\2\end{smallmatrix}$, da cui vien la serie de' triangoli isosceli $\begin{smallmatrix}7:7\\10\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}41:41\\58\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}239:239\\338\end{smallmatrix} \&c.$

e se il 2 fosse la mancanza, si dovrà prender l'originario $\begin{smallmatrix}1:1\\0\end{smallmatrix}$, che dà la serie $\begin{smallmatrix}3:3\\4\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}17:17\\24\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}99:99\\140\end{smallmatrix} \&c.$ Ma se l'eccesso, e il difetto d'un numero quadrato dal doppio quadrato d'un altro possa essere il numero 3, e certi altri numeri ancora: sarà forse un teorema da investigarsi. Per altro non essendo così facile il conoscere, quali siano li triangoli d'origine, qualche cosa avvertirò dopo la risoluzione del

Problema IV. Trovar due triangoli, in uno de' quali il quadrato della base ecceda, e nell'altro manchi d'una data differenza dalla summa de quadrati dei loro lati.

Se la data differenza è numero impari, si divida in due numeri, che fra di se differiscano dell'unità; e nel primo triangolo il numero minore faccia la funzione di lato, e il maggiore la funzione di base; e viceversa nel secondo. In ambedue poi li triangoli il secondo lato sia il zero; e sarà fatto ciò, che si era proposto.

Esempio. Sia proposta la differenza del numero impari 11, la quale divisa, come si è detto, costituisce li due numeri 5, 6. Preso poi il zero per terzo numero, e fatto ciò, che ordina il problema, li due triangoli saranno $\begin{smallmatrix}5:0\\6\end{smallmatrix} \quad \begin{smallmatrix}6:0\\5\end{smallmatrix}$, che hanno la differenza 11 fra i loro quadrati, cioè in ambedue $6^2-5^2=36-25=11$; e conseguentemente, in ciascun triangolo della serie, che nascerà dal primo, il quadrato della base sarà maggior di 11 della summa de' quadrati dei lati; e sarà minor di 11 ne' triangoli, che nasceranno dal secondo.

Se la data differenza è numero pari, in ambedue li triangoli la sua metà sia un lato, e l'altro lato sia l'unità. Si divida poi la data differenza in due

due numeri, che differiſcano fra di ſe del numero 2; e il maggior numero ſia baſe del primo triangolo, e ſia baſe del ſecondo il minore.

Eſempio. Sia propoſta la differenza 12; e li due lati in ambedue li triangoli ſaranno 6:1. Diviſo poi il 12 ne' due numeri 7, 5, la di cui differenza è il 2, ſaranno eſſi le baſi, cioè il 7 del primo triangolo, e il 5 del ſecondo; e ſi avranno li due triangoli $\overset{6:1}{7}$ $\overset{6:1}{5}$, ne' quali la differenza fra i lor quadrati, come ſi è detta, è il 12, cioè nel primo $7^2-6^2-1^2=49-36-1=12$, e nel ſecondo $6^2+1^2-5^2=36+1-25=12$, onde conſeguirne poi le ſerie, che foſſero ricercate.

Corollario. Se la differenza fra li quadrati d' una ſerie di triangoli obliquangoli ſecondo il modo più volte ripetuto, ſia un numero quadrato e la baſe ſottenda un angolo acuto: ſi avrà una ſerie di due quadrati uguali a due altri quadrati, in una coppia de' quali il quadrato della differenza ſarà ſempre coſtante. Se la differenza ſia la ſomma di due quadrati, ſi avrà una ſerie di tre quadrati uguali a due altri quadrati; e nei tre li due quadrati della differenza ſaranno ſempre coſtanti; e così di quattro, cinque ec. ſecondochè procederà la ſumma de' quadrati nella differenza, che col quadrato della baſe ſi uguaglieranno ſempre a due quadrati, che ſono quelli dei lati.

Se poi la baſe ſottenda un angolo ottuſo, le ſerie ſaranno d' un quadrato uguale a tre quadrati; uguale a quattro, uguale a cinque ec. ſecondochè la differenza ſarà un quadrato, o due, o tre, o quattro ec.

Scolio. Nel primo eſempio li due triangoli hanno il zero per un lato; e ambedue ſono tali, che quel triangolo, che da un di loro ſi genera lateralmente, ſi genera ancora inferiormente, cioè diſcendendo. Imperciocchè ſi applichi al primo triangolo $\overset{5:0}{6}$ la ſeconda regola della Geneſi §. 9, cioè conſiderando negativo il lato 5, e ſi troverà il triangolo laterale $\overset{7:2}{8}$; dipoi ſi applichi la regola terza §. 12, con cui ſi conſeguiſcono li triangoli diſcendendo, la quale ordina di ſottrarre la baſe dalla ſomma dei due lati, e di raddoppiar la differenza, che nel preſente caſo ſarà -2 negativa; e levando da eſſa il lato 5, dà -7 per un lato del triangolo inferiore; levando il zero, dà -2 per l'altro lato; e finalmente levando la doppia differenza -2 dalla baſe 6, coſtituiſce 8 per la baſe del nuovo triangolo $\overset{-7:-2}{8}$, che ha li due lati negativi. Ma comecchè ogni quadrato d'un numero negativo è ſempre poſitivo: così il triangolo $\overset{-7:-2}{8}$ per la proprietà, di cui ora ſi parla, nel ſuo effetto non è punto differente dall' altro triangolo $\overset{7:2}{8}$, che ha li due lati poſitivi. Applicando le ſteſſe operazioni all'altro triangolo $\overset{6:0}{5}$, ſi troveranno li due triangoli $\overset{4:-2}{3}$ $\overset{-4:2}{3}$, cioè per la ſteſſa ragione un triangolo ſolo; coſicchè la inferiore non ſia una generazione di triangoli, che non ſi abbia nella ſuperiore. Per la qual

cola

cosa rettamente si conchiude, che li due triangoli $\begin{smallmatrix}5:0\\6\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}6:0\\5\end{smallmatrix}$ devono chiamarsi *originarj*.

Nel secondo esempio il primo triangolo $\begin{smallmatrix}6:1\\7\end{smallmatrix}$, che non è tale, è originario, avvegnachè discendendo genera se medesimo $\begin{smallmatrix}-6:-1\\7\end{smallmatrix}$; ma il secondo $\begin{smallmatrix}6:1\\5\end{smallmatrix}$, abbenchè esso pure non sia triangolo, non è originario, perchè inferiormente genera $\begin{smallmatrix}-2:3\\1\end{smallmatrix}$, che avendo un lato negativo, dimostra, che $\begin{smallmatrix}6:1\\5\end{smallmatrix}$ è laterale. Di nuovo discendendo, dal triangolo $\begin{smallmatrix}2:3\\1\end{smallmatrix}$ si genera $\begin{smallmatrix}6:5\\-7\end{smallmatrix}$; e da questo continuando la regola, ritorna il superiore $\begin{smallmatrix}2:3\\1\end{smallmatrix}$: dunque ambedue $\begin{smallmatrix}2:3\\1\end{smallmatrix}$ $\begin{smallmatrix}6:5\\7\end{smallmatrix}$ sono triangoli d'origine, che ascendendo costituiscono doppia serie; ma perchè fra di se discendendo si reciprocano, si possono convenientemente chiamare triangoli *originarj comunicanti*.

Non si creda però di poter dire, che tutti li triangoli, i quali hanno fra i quadrati la medesima differenza, derivino da un solo triangolo d'origine, o al più da due triangoli comunicanti; poichè se abbiam veduto, che il triangolo originario $\begin{smallmatrix}3:5\\2\end{smallmatrix}$ ha la differenza 47: anche il triangolo originario $\begin{smallmatrix}23:0\\24\end{smallmatrix}$ per il problema secondo ha la differenza 47; e pure questi due triangoli non sono fra di se comunicanti. Di più: il triangolo isoscele $\begin{smallmatrix}1:1\\7\end{smallmatrix}$ è comunicante col triangolo $\begin{smallmatrix}11:11\\17\end{smallmatrix}$, e le serie di ambedue procedono istessamente con la differenza 47. Dal che si può raccogliere, che non sarà così facile determinare la moltitudine delle serie, che ponno aver triangoli d'una stessa differenza fra i quadrati della base, e de' suoi lati.

Se in queste Genesi possano scoprirsi, com' ho detto, altre cose, saranno frutto d'una mente, che si compiace occuparsi in questo genere di studj; quand' oggi però non fosse, come ha scritto una volta su questo medesimo soggetto un rinomato Francese (*), che lo studio de' numeri non è in moda.

L'OROS-

(*) „ *Tout est de mode, même dans les sciences. Le beau Probleme sur* „ *les nombres feroit honneur dans le temps, où la mode étoit de s'exercer beau-* „ *coup sur les questions de nombres, par rapport aux quelles la mode est aujour-* „ *dhuy, d'être fort indifferent.*

Lettera privata di Monsr. de Reaumur a Monsr. Seguier.

L' OROSMETRO.

NElla Geometria di Lodovico Perini, come ho già accennato alla pagina 43, ho descritto l' Orosmetro, e la maniera di farne uso per misurar li monti; e in queste pratiche l' ho fatto conoscere anche molto opportuno, anzi necessario per formare de' monti stessi il profilo; ma comecchè è un istromento fatto publico da molt' anni: trattando io la pratica de' profili, l' ho supposto già noto; e perciò non ho ripetuto cosa veruna, ch' io avessi detta, quando vide la luce. Ora poi avendo fatta considerazione, che mancando l' Orosmetro, come recente ritrovato, a queste nuove pratiche, mancherebbe in qualche modo il compimento alle medesime: ho pensato di aggiunger loro il breve articolo della Geometria Perini che parla della misura de' monti, e che si riduce, a quanto si legge qui sotto in carattere corsivo; continuando in seguito in carattere tondo la costruzione, e l' uso dell' Orosmetro per la detta misura, come stà descritto in quel libro; onde non si abbia a desiderarlo per intendere la formazione de' Profili de' monti.

DELL' AVVERTIMENTO CIRCA IL MISURARE I TERRENI A PENDIO.

Acciocchè chi attende a questo Geometrico esercizio possa divenire, e farsi conoscere non men ottimo, che giusto Professore, sarà bene qui assegnare anche qualche regola ragionevole, che usar si debba nel misurare le superficie pendenti sì de' monti, e degli argini, come quelle delle scarpe di qualunque campo piano, che di un qualche altro piano sia più eminente.

Li monti, ed ogni altra pendenza di terreno si misurano con gl' istessi istromenti già addotti, cioè con lo Squadro, o Tavoletta, o altri, come verrà in piacere dell' Operante. Si deve osservar solamente, che sopra cotali pendenze la pertica misuratrice non deve adoprarsi distesa dietro al terreno pendente, ma bensì orizzontalmente per mezzo d' un piombo, o dirò meglio perpendicolo adattato ad un solo capo di essa pertica, posciachè l' altro capo della medesima dovrà sempre appoggiarsi sopra il terreno; la ragione di ciò è, perchè li compratori, o venditori delli terreni da misurarsi fraudati non restino, come avverrebbe in contrario operando: non essendo di giustizia misurare se non l' Area fruttante per l' equivalente delle superficie, che in piano si trovano, alle quali mai per veruna ragione corrisponder non ponno le pendenti, quando a pertica distesa si misurino.

Notia-

Notiamo gli esempj, acciò più intelligibile ci venga tutto il proposto.

Il primo esempio (Orof. Tav. I. n. 1.) *chiaramente dimostra così l'uso della Pertica orizzontale col perpendicolo descritto, come anche il disordine, che ne avverrebbe misurando al contrario: posciachè il terreno pendente da* B *fino in* A, *contiene di misura quattro sole pertiche orizzontali equivalenti all' Area piana* A C, *ove quattro, e più di mezza ne conterrebbe, se per disteso da* B *in* A *la pendenza si misurasse.*

Nel secondo esempio (n. 2.) *ancor meglio tal verità si discerne dalla differenza, che produce il Compasso* H *misuratore della scarpa da* D *fino in* E *sottoposta al piano superficiale del campo* GL, *quando sia posto orizzontalmente sopra* FE, *come il compasso* I: *perocchè stando esso compasso in* H, *non misura orizzontalmente altro che la quantità contenuta da* EF, *ma posto in* I, *misura tutta la linea orizzontale* FG, *onde tra la prima e la seconda misurazione vi sarebbe il notabil divario di tutta la linea* EG, *la qual produrrebbe non che disordine, ma sensibilissimo pregiudizio.*

Non occorre, che sopra ciò più oltre m' affatichi in discorrere, mentre se taluno vi fosse, (come so esservi alcuni Perticatori di villa, i quali più operando a caso, che con la ragione, l' uso di perticar i monti differentemente hanno introdotto) potrà nelle Geometriche dimostrazioni di Niccolò Tartalea, di Giovanni Pomodoro, e d' altri autorevoli matematici imparar più chiaro che a luce di Sole, il perchè receder debba da tal inconvenevole operazione; ed io intanto proseguirò la mia breve istruzione Geometrica, della quale solamente ho impreso l' assunto.

(*) E' ottimo questo avvertimento, ma è alquanto mancante per la retta espressione; oltre di che è necessario ricordare, che il capo della pertica, che si appoggia sul terreno, e il piombo del perpendicolo devono sempre essere sopra la linea del confine; così che se questa linea non andasse a seconda del maggior pendìo del monte, ma camminasse obbliqua, fa di mestieri tener anche obbliqua ugualmente la pertica, con cui si misura.

Quanto però di fatica e di tempo importi questa operazione in caso di dover misurar molto terreno, che sia montuoso, credo che ciascuno da se possa vederlo; e non sarà forse neppur tanto esatta, come dovrebbe. Quindi è, che questi inconvenienti hanno dato motivo di pensare ad un Istromento, che agevoli questa impresa, e nel tempo medesimo sia egli semplice e facilissimo da maneggiarsi; e di fatto è riuscito averlo di tal natura, che con esso traguardando solamente qualunque pendìo del monte, che si faccia misurare con pertica andante, si trova in esso trasformata la quantità di queste pertiche andanti in altra quantità di pertiche orizzontali, come se misurato si fosse il piano dell' orizzonte, che corrisponde al pendìo. Qui se ne dà in primo luogo la descrizione, e di poi se ne insegna l' uso.

DESCRI-

DESCRIZIONE, E FABBRICA DELL' ISTROMENTO.

PER la maggior facilità e prontezza, nel caso di doversene prevalere senza aver molto intervallo di tempo per fabbricarlo di metallo, si fa di legno di noce, da una tavola del quale grossa circa mezz' oncia si taglierà un Quadrante di circolo di semidiametro almeno un piede, come dimostra la Figura *A B C*, (*Fig.* 1.); ma bisogna avvertire prima di tagliarlo, che devesi disegnare nel seguente modo, perchè riesca in simmetria ed a proposito.

Si formi a cagion d' esempio il Quadrato *A B D C*; e tirate le due parallele *E F*, *E G* alle due *A B*, *A C* distanti da esse un' oncia, si faccia centro in *E*, e con l'intervallo *E F*, o *E G* si descriva la quarta parte di cerchio *F G*, che la porzione di Tavola *A B F G C* sarà quella, che dovrà tagliarsi.

Questa porzione si appiani perfettamente, levigandola con politezza; e sopra di essa da una parte vi si distenda un foglio di carta consistente, bene agglutinato con colla; sopra il quale si tirino di nuovo le due parallele *EF*, *EG* alle due *AB*, *AC* distanti un'oncia, come si è detto, la prima occulta, e l'altra apparente se si vuole, e si osservi, che devono essere perfettamente ad angolo retto nel punto *E*.

D' intorno a questo punto deve aggirarsi liberamente la Riga *HI* fatta nella maniera, che dimostra la figura; cioè a dire lunga un piede, larga tre quarti d'oncia, grossa due punti, e che d' intorno all' angolo *H* abbia la porzion circolare di legno, col mezzo della quale facendosi un pertugio in *H* si possa inserire in un perno fisso in *E* della grossezza d'un ago, e girare con libertà circa d'esso; e dalla parte *H I* si farà tagliare alquanto in isbiescio, come dimostra la linea *KL*, per la ragione, che applicata al Quadrante possano le parti di essa stare immediatamente sopra le parti di questo, coll' avervi prima disteso della carta incollata come l'altra, e dalla parte superior solamente che serve all'uso.

Inserita adunque la Riga *H I* nel perno fisso in *E*, si ponga il Quadrante verticalmente in modo, che il lato *A B* sia perfettamente a piombo; e lasciando girare nella sua libertà la Riga *H I*, si vedrà per cagione della sua struttura essere trasportata dalla sua gravità a situare obbliquamente sopra il Quadrante il lato *H I* corrispondentemente alla linea *EM*, la quale si segnerà con accuratezza, perchè in essa consiste la perfezione dell' Istromento,

Sopra di questa linea cominciando dal punto *E* si marcheranno settantadue parti uguali tanto grandi, che possano arrivare in vicinanza del punto *B*: e le stesse parti si marcheranno sopra la Riga cominciando in *H* fino in *I*, cosicchè le parti della Riga inserita nel suo perno si adattino perfettamente alle parti segnate nel Quadrante. E perchè si possano conoscere con distinzione tanto nel Quadrante, che nella Riga, si formeranno con larghezza, cioè tirando le due parallele *e m*, *h i* alle due *EM*, *HI*.

Si formeranno per ultimo sopra la linea *EM* settantadue semicircoli uno

maggiore dell'altro che tutti si tocchino nel punto *E*, come si vede chiaramente in figura, caricando di dieci in dieci la loro linea per ajuto della nostra fantasia in contar le parti; e in questa maniera sarà compita la fabbrica dell'Istrumento.

PROPRIETA' DELL' ISTROMENTO.

LA sua proprietà in genere per il nostro intento è di tramutare con sicurezza ogni quantità di parti andanti di una linea inclinata in un'altra quantità delle stesse parti in una linea orizzontale, sottoposta alla detta linea inclinata; cosicchè sia sempre vero, che sapendosi da noi quanto sia lungo un pendìo d'un monte in una nota misura, si possa subito nella stessa misura sapere, quanto vi corrisponda in lunghezza di quel terreno, che vi giace perfettamente di sotto, considerato in una vera orizzontale pianura. Per cagion d'esempio se vi fosse il monte *D A B*, (*Fig.* 2.) del quale si sapesse che il pendìo *AB* è lungo pertiche 29, si troverebbe, che la *C B* sarebbe pertiche 21, quando così lo importasse l'angolo *ABC*, il qual angolo viene già misurato dall'Istrumento, senza che dall'operante vi si faccia veruna avvertenza.

La sua proprietà in ispezie consiste, che essendo divise in parti settantadue le linee *EM*, *HI*, (*Fig.* 1.) ognuna di queste si considera per una pertica, se la trasmutazione si cerca in pertiche. Se le pertiche non siano più di dodici, ogni sei di dette parti segnate *aaaa* ec. si considerano una pertica, e ciascuna di esse un piede; e se ancora con maggior precisione si voglia la trasmutazione d'una pertica, o meno d'una pertica, ognuna delle stesse parti si considera per un'oncia; e ogni dodici segnate *bbb* ec. per un piede.

USO DELL' ISTROMENTO.

SI adopera verticalmente traguardando sempre in tutte le operazioni sopra il lato *AC* (*Fig.* 1.)

E perchè in due maniere si può considerare il pendìo d'un monte: cioè dall'alto venendo al basso, il che si chiama *declività*; e dal basso andando all'alto, che si dice *acclività*: così per la declività si traguarderà da *A* in *C*, e per l'acclività da *C* in *A*.

Nel traguardare verticalmente con l'Istromento o dall'alto al basso per la declività del monte, come dimostra la Figura 2., o per l'acclività dal basso all'alto, come nella Figura 3., sempre avviene che cada la Riga verso il centro della terra, cosicchè l'angolo *BAC* (*Fig.* 4.) sia l'elevazione del pendìo del monte sopra l'orizzonte; il che basti aver accennato per un principio di dimostrazione alle persone dotte in Geometria, le quali poi conosceranno da se il rimanente, senza che qui si esponga, ove ha luogo solamente la pratica.

PRA-

PRATICA I.

DEbbasi misurare il pendìo *A B* del monte *DAB* dalla sommità *A*, cosicchè importi sapere quanta sia la Orizzontale *CB*.

Con l'Istromento verticalmente posto si traguardi sopra il lato *a c* da *a* in *c* lungo il pendìo *A B* per esser declive, come dimostra la figura; e lasciata cadere la Riga *a b* nel sito, che naturalmente si acquista col proprio peso, con una mano vi si tenga fissa, fin tanto che si faccia misurare con pertica andante la lunghezza *A B* del pendìo.

Posto dunque che nell'Istromento la Riga debba star fissa nel punto *B*, come nella Figura 4, e che il pendìo misurato del monte sia pertiche 63: si trovi nella *AC* del quadrante la parte 63 segnata *d*, dalla quale partendo, e andando dietro il suo semicircolo, si arriverà a trovare la 56 segnata *e* nella Riga, e tante appunto saranno le pertiche orizzontali, che corrispondono alla data inclinazione, e lunghezza di 63 pertiche del pendìo.

AVVERTIMENTO.

SE la linea del semicircolo non andasse a cadere giustamente in una delle parti della Riga, di questa parte si prenda presso a poco quella, che viene rappresentata alla fantasia: cioè se pare la metà, si prenda la metà; se la terza parte, si prenda il terzo; se tre quarte parti, si prendano tre quarti, e così discorrendo delle altre, come si darà l'esempio nella pratica seguente.

PRATICA II.

DAlle falde *A* del monte *ABC* abbiasi a misurare il pendìo *CB*, cosicchè si cerchi sapere la orizzontale *CD*.

Tenendo l'Istromento verticalmente, si traguardi sopra il lato *c a*, da *c* in *a* lungo il pendìo *C B* per essere acclive, come si vede in figura; e lasciata cadere al solito la Riga *a b*, si tenga fissa con una mano nel sito ove si è fermata, e si faccia misurare con pertica andante la lunghezza *CB* del pendìo.

Supposto che la Riga siasi fermata nel punto *B*, come nella Fig. 4, la quale si replica per non farne molte superfluamente; e supposte le pertiche andanti del pendìo misurato essere 50, si trovi nella *AC* del Quadrante il numero 50 segnato *f*; e dietro al suo semicircolo camminando fino alla Riga in *g*, si offervi qual parte egli segna nella Riga già detta, la quale nel nostro caso si vede essere la 44, e più $\frac{2}{3}$ della 45, e perciò le pertiche orizzontali, che corrispondono al dato pendìo, saranno 44 $\frac{2}{3}$, cioè pertiche 44 e piedi 4.

AVVERTIMENTO I.

ABbenchè le frazioni delle pertiche ſi prendano all' incirca, cioè come vengono rappreſentate dall' occhio, non reſta per queſto, che la miſura totale non rieſca più giuſta tolta coll' Iſtromento, che con le pertiche orizzontali, le quali dovendoſi determinare, come anche inſegna l'Autore, da un piombo, con cui ſi livella la pertica, e da un altro piombo, che ſi laſcia cadere dall'eſtremità di detta pertica: ſe queſti ſiano agitati niente dal vento, o incontrino altri impedimenti, più non cadono a perpendicolo; e l'errore che naſce, replicato tante volte quante ſono le pertiche, che devono miſurarſi, può cagionare un divario aſſai più notabile nella verità dell' operazione. Ma acciocchè ſi poſſano ancora determinare le dette frazioni, come ſono, ſi ricorra al ſeguente

AVVERTIMENTO II.

STando nell'eſempio di queſta ſeconda pratica, giacchè le pertiche 50. danno nella Riga più di pertiche 44, e meno di pertiche 45, per determinare coſa vi ſia di frazione fra queſti intervalli, ſi oſſervi qual numero del Quadrante faccia nella Riga le pertiche intiere, che nel noſtro caſo trovandoſi eſſere le 47 del Quadrante, le quali nella Riga fanno pertiche 42, queſte intanto ſi avranno giuſtiſſime; e poi le tre altre, che dalle 47 mancano per andar alle 50, convertite in un valor equivalente di piedi 18, ſi ſuppongano le parti del Quadrante e della Riga eſſere piedi; e trovato il numero 18 nella linea del Quadrante, il ſemicircolo di queſto numero ci condurrà a trovar nella Riga piedi 16, che fanno appunto due pertiche, e piedi 4, le quali unite alle pertiche 42 trovate antecedentemente, daranno in punto pertiche 44 e piedi 4, come avanti ſi è detto.

Che ſe ulteriormente s' incontraſſe, che ancora veniſſero i piedi con frazione: tolta quella parte di eſſi, che cade preciſamente in punto, come ſi è detto delle pertiche, ſi convertirà la parte rimanente di detti piedi in oncie; e conſiderate dipoi le parti dell'iſtromento per tante oncie, ſi troverà in oncie la frazione dei piedi; e in tal maniera ſi avrà a rigore la linea orizzontale corriſpondente ad una data linea ad eſſa inclinata; il che non ſi ſpiega con altri eſempj, per eſſere la coſa baſtevolmente piana da per ſe, ſtante quello, che ſi è detto ſin qui,

PRATICA III.

TRovare la lunghezza orizzontale *AH* (*Fig.* 3.) corriſpondente al pendìo irregolare *AEG* d'un monte.

Per la irregolarità del pendìo d'un monte (il che s'intende, quando ſopra la direzione d'una linea il pendìo ha diverſe inclinazioni) ſi dovrà operare con tante ſtazioni, quante ſono le inclinazioni diverſe. Sia la coſta di monte da miſurarſi *AG*, la quale per la prominenza in *E* abbia le due diverſe inclinazioni *AE*, *EG*.

Con

Con le due pratiche antecedenti si misurino ognuna da per se; e trovate le loro corrispondenze orizzontali, si sommino insieme, che daranno tutta la orizzontale *A H*, cioè a dire se il pendìo *A E* è pertiche 19, e che si trovi la sua orizzontale *A F* pertiche 15; e se il pendìo *E G* è pertiche 17, e la sua orizzontale *F H* pertiche 16, la somma di queste due orizzontali *A F*, *F H*, cioè la somma di 15 e 16 pertiche, che sono pertiche 31, sarà tutta la orizzontale *A H*, che corrisponde a tutto il pendìo irregolare del monte *A E G*.

AVVERTIMENTO.

Siccome l'Istromento non può ricever sopra di se maggior misura di pertiche settantadue, perchè in tante parti, e non più, sono divise le linee del Quadrante e della Riga; così la Pratica III. ci somministra il modo di poter misurare un pendìo di monte, chè fosse più lungo di pertiche 72. Imperciocchè la data lunghezza si dividerà in due o più stazioni, e prendendone una per volta. la somma di tutte le orizzontali darà la orizzontale intiera per l'intiero pendìo. Ma questa operazione sarà per un tale incontro tanto rara da farsi, quanto sono rari i monti, che abbiano questa lunghezza di pendìo, che si è detto, i quali già io reputo rarissimi.

PRATICA IV.

Sopra la costa di un monte siavi situato un podere dell'andamento, che si dimostra nella *Fig.* 5., del quale si voglia sapere i suoi lati nelle precise lunghezze orizzontali sottoposte alle rispettive pendenze, o inclinazioni di detti lati.

Del detto Podere situato sopra la pendenza di un monte siano i lati *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, *FA*, dei quali si vogliano sapere le lunghezze orizzontali corrispondenti *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *eF*, *Fa*.

Con la regola insegnata nelle due prime pratiche si ponga il Misuratore sopra l'angolo *A*, e traguardando con l'Istromento da *A* in *F*, troverà l'orizzontale *aF*; e traguardando da *A* in *B*, troverà l'orizzontale *ab*. Si trasferisca poi sopra l'angolo *C*, e coll'Istromento traguardando da *C* in *B*, troverà la orizzontale *cb*; e traguardando da *C* in *D*, avrà la orizzontale *cd*. Finalmente passando sopra l'angolo *E*, traguarderà da *E* in *D* per aver la orizzontale *ed*, e traguarderà da *E* in *F* per aver la orizzontale *eF*; e in tal maniera avrà trovati tutti i lati orizzontali della figura, che sono *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *eF*, *Fa*.

AVVERTIMENTO I.

Da questa pratica si vede, che il Misuratore per far l'operazione può situarsi sopra ogni altro angolo della figura; ma se volesse ancora situarsi sopra ogn'angolo, è padrone di farlo; allora però non traguarderebbe che sopra un lato solo, cioè da *A* in *B*, da *B* in *C*, da *C* in *D*. da *D* in *E* ec.

AVVER-

AVVERTIMENTO II.

SE la figura fosse di più o meno lati, si replicherebbe più o meno l'operazione, come da se ognuno può chiaramente vedere; e in questo modo usando ancora la Tavoletta da disegnare, potrà rilevar perfettamente e calcolare la vera orizzontal figura di qualunque Podere che fosse situato sopra di un monte.

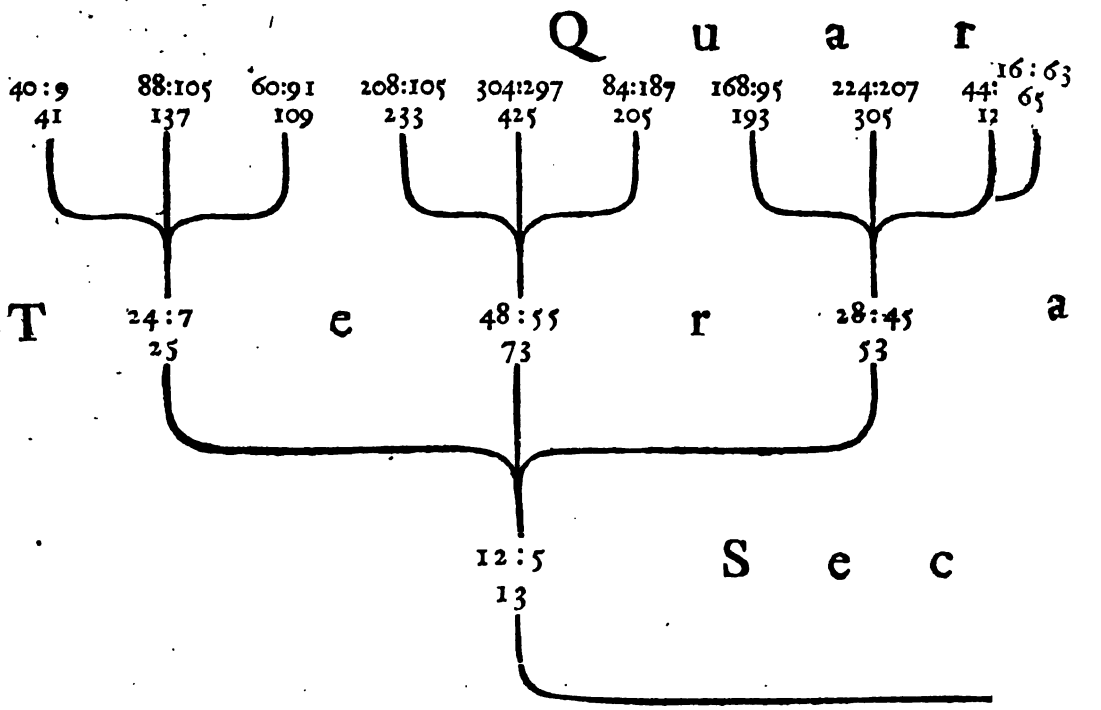
AVVERTIMENTO III.

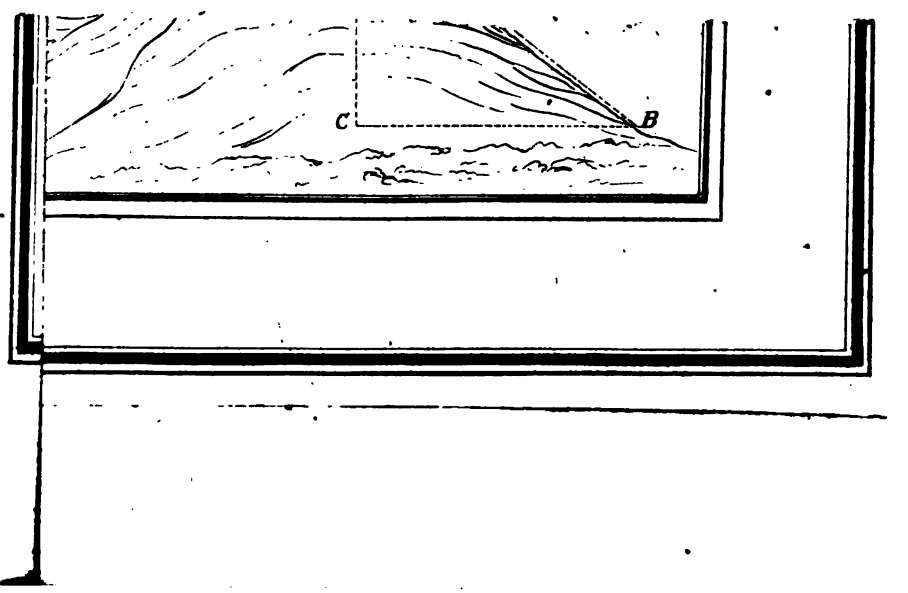
SE tutti i lati non fossero in pendenza, ma alcuni fossero orizzontali, per questi o non si adopra l'Istromento, o adoperandolo, esso medesimo dimostrerebbe, che sono orizzontali, perchè allora il lato *A B* della Riga (*Fig.* 4.) si adatterebbe giustamente sopra il lato *A C* del Quadrante.

E tanto basti per un' istruzione sufficiente all'uso di questo Istromento, la comodità del quale nessuno potrà così bene conoscere, se non col servirsene, e praticarlo.

IL FINE.

Errori.		*Correzioni.*
pag. 35 lin. 8	ſmaltto͡j	ſmaltito͡j
107 lin. 16	col ſeno	col coſeno
108 lin. 2	collorario	Corollario
111 lin. 14	ſi può	ſi può anche
116 lin. 6	$4a^2\frac{(z^2+2)}{2}$	$4a^2\frac{(z^2+z)}{2}$
118 lin. 15	$-q^2m=$	$+q^2m=$
lin. 18	$2(p^2m-2pqm$	$2(2p^2m-2pqm)$
lin. 28	$6+15;-8=13$ E	$6+15-8=13;$ E
124 Coppia 15	$\frac{53}{26}$	$\frac{53}{36}$
125 lin. 2	offervare	oſſervare
lin. 14	ta	tal
126 lin. 17	verificandoſi	verificandoſi
127 lin. 17	ſi	ſi
131 lin. 16	Ptofili	Profili


Q u a r
40 : 9
41
88:105
137
60:91
109
208:105
233
304:297
425
84:187
205
168:95
193
224:207
305
44:
12
16 : 63
65
T
24 : 7
25
e
48 : 55
73
r
28 : 45
53
a
12 : 5
13
S e c


C
B

[illegible]5058681	12662852473364940	4345204015540082
927538921 : 927538920 1311738121	4301642245211152660	147609025664839200
5406093003 : 5406093004 7645370045	14612920781245825506	5014361668588992722
31509019101 : 31509019100 44560482149	496409142337836914550	170340687706360913352
183648021599 : 183648021600 259717522849	16862297918705209269200	5786569020347682061250
1070379110497:1070379110496 1513744654945	575855720093639278238256	196573006004114829169152

Tav. I.

Fig. II.

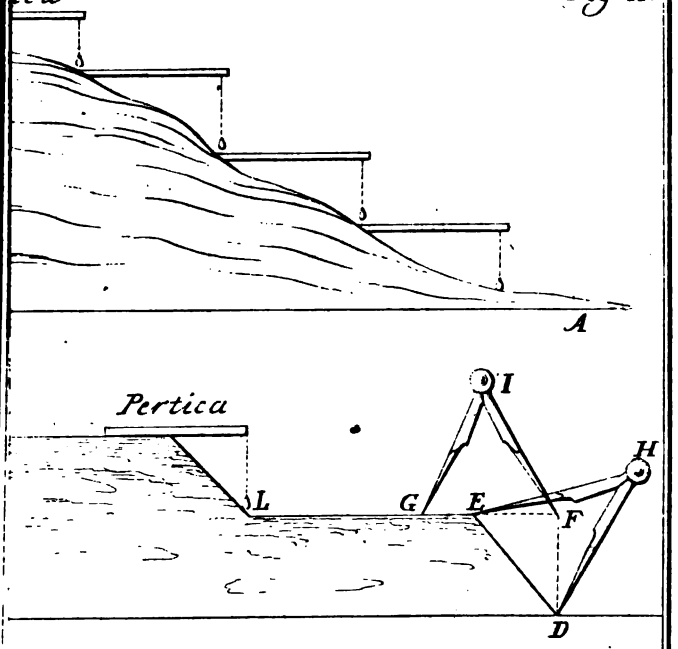


Fig. III.

