

Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

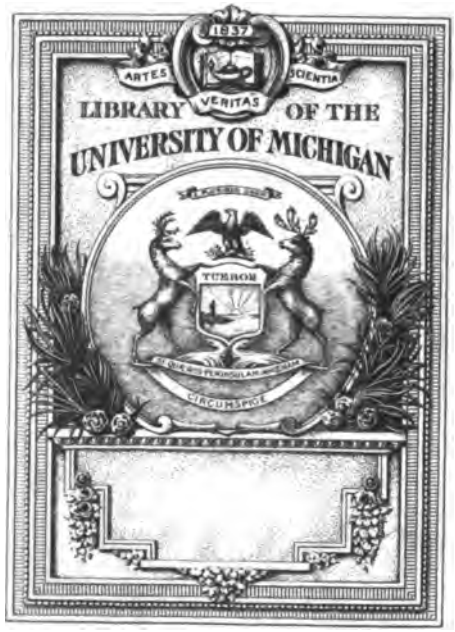
+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

QA
33
.V86
16


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

QA
33
.V86
1674

A. D. L. S.

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

UNIV. OF MICH.

QVINTO LIBRO DEGLI ELEMENTI D'EVCLIDE

OVVERO

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI

SPIEGATA COLLA DOTTRINA

DEL GALILEO,

Con nuov'ordine diſteſa, e per la prima volta pubblicata da Vincenzio Viviani ultimo ſuo Diſcepolo.

Aggiuntevi coſe varie, e del GALILEO, e del TORRICELLI; I Ragguagli dell'ultime Opere loro, con altro, che dall'Indice ſi manifeſta.

ALL'ALTEZZA SERENISS.MA E REVERENDISS.MA

DEL SIGNOR

PRINCIPE CARDINALE DE' MEDICI.

IN FIRENZE, Alla Condotta. M.DC.LXXIV. *Con licenza de' Sup.*

UNIV. OF MICH.

Library com
Perella
5-23-24
9949

SERENISSIMO
E REVEREND.MO SIGNORE.

NEL presentare all' ALTEZZA VOSTRA questa piccol Opera non posso non ricorrere al concetto usitatissimo dagli Scrittori esprimente, a niun altro potersi dedicare i lor Libri, che a chi essi eleggono di dedicargli. Vero è che quello, che a molti suggerisce l'adulazione, a me lo detta la verità, e la giustizia, la quale m' obbliga a restituir nelle mani di V. A. quel frammento Matematico del Gran Galileo, che già dalle medesime io ricevei. Questo, insieme con altre cose di lui benignamente somministratemi dall' A. V. mi à porto materia di far il presente nuovo disteso del quinto Libro d'Euclide, e di altre curiose notizie attenenti in particolare all' ultime Opere dal medesimo Galileo meditate. Spero che V. A. non sia per isdegnarne il principale argomento, contuttochè quasi improprio, come d'Elementi, al suo grand'Intelletto profondato nelle cognizioni più nobili, perchè, trattandosi di Proporzioni, anche i principi devon esser considerati per una delle più essenziali parti, e più degne della Geometria, la quale, dall' A. V. così altamente posseduta come in altri generosamente favorita, fa che molto bene le sia noto che se co' soli Elementi de'

primi quattro Libri si voleſſe rilevar qualche coſa nelle Matematiche, nient'altro ſi farebbe che diſegnar nella polvere, ſenza arrivar mai a formar nulla di conſiſtente, e di maſſiccio. La Scienza delle Proporzioni (ſiami lecito dir così) è quell'Vmido, che legando inſieme il reſto della materia la prepara, e la condiziona ad ogni più eſquiſito lavoro, abilitandola a pigliar qualunque forma di gran rilievo. Di quì è che tanti celebri Matematici, conoſcendo l'importanza di eſſa, tentarono per varie vie di renderla eſente da ogni dubbiezza, e che fino un Galileo, occupato nelle ſue più peregrine ſpeculazioni, la ſtimò non diſdicevole oggetto alla ſua induſtrioſa applicazione, il che poi diede animo ancora a me d'impiegarvi intorno qualche tempo, e fatica per ridurla nella forma che quì ſi vede. Reſta ch'io ſupplichi umilmente l'A. V. che nel gradire, per quella poca parte ch'io v'abbia, queſto piccol tributo del mio reverente oſſequio, ſi compiaccia di riconoſcervi ancora quello dell'Autore, il quale, ſiccome mi aſſicuro ch'e' ſi farebbe ſommamente pregiato di ottenerla per Protettore di tutto ciò che di lui ò quì voluto indirizzarle, così godo che in queſta mia elezione conſeguiſca da me ſuo Diſcepolo un nuovo pegno della mia aſſettuoſa gratitudine. E quì all'ALTEZZA VOSTRA m'inchino profondamente. Di Firenze il dì 10. d'Agoſto 1674.

Di V. A. R.

Vmiliſſimo Servitore
Vincenzio Viviani.

NOBILI GEOMETRI PRINCIPIANTI.

QVESTA volta, fuor dell'uſato ſtile degli Scrittori, io m'era perſuaſo di paſſarmela ſenza Proemio col ſupporſto che'l detto, & avvertito da me ſparſamente in quest' Opera poteſſe diſpenſarmi dal darvene innanzi più diſtinta notizia, la quale è poi per convenevole riconoſciuta, & per neceſſaria.

SONO già ſcorſi venticinque anni che dal SERENISS. E REVERENDISS. SIGNOR PRINCIPE CARDINAL LEOPOLDO DE' MEDICI, io fui onorato d'una Scrittura intitolata Principio della quinta Giornata del Galileo, *preſentatagli poco prima da Evangeliſta Torricelli, l'uno, e l'altro a baſtanza celebre al Mondo per la ſublimità delle loro altiſſime ſpeculazioni. Di queſta, ch'era di mano di eſſo Torricelli, (con tutto che del ſuo contenuto io aveſſi anticipata notizia) così imperfetta com'era, e quale quì vedrete, con permiſſione dell' ALTEZZA SVA io mi preſi copia. Conteneva Dimoſtrazioni del Galileo delle Difinizioni quinta, e ſettima del quinto Libro d'Euclide, ſiccome de' converſi loro, ſpettanti tutte alle grandezze tanto proporzionali, che non proporzionali, colle quali dimoſtrazioni preteſe il Galileo d'aver rimoſſe le difficultà, che incontrar ſogliono i Principianti in dover ammetter per difinizioni quelle, che più toſto paiono Teoremi da dimoſtrarſi. E perchè in tale Scrittura vien detto che, poſti ſimili fondamenti, ſi ſarebbe potuto poi compendiare in parte, e riordinare tutto 'l quinto Libro d'Euclide, ritrovandomi alcuni anni ſono per grave indiſpoſizione della mia teſta affatto inabile a più erudite contemplazioni, mi poſi a riformare, e a diſtendere ſu le medeſime Dimoſtrazioni del Galileo queſta SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI, alla qual Opera, divertitone allora da altro affare, per appagare il deſiderio di un Cavalier mio amorevol Signore, e della Geometria, non men che dell'ingenuità innamorato, ò dato ora fine, DIO lodato, col miglior ordine, e modo che ò ſaputo. Nè di queſto*

io mi ſon contentato, che ò voluto ancora, col reſto, che quì vedrete, e che grato al certo vi ſarà, pubblicarla ſotto i benigni auſpici di S. A. R. (a cui per ogni conto io doveva indirizzarla) sì per aſſicurare al mio Galileo le ſue proprie Dimoſtrazioni, che con qualche pericolo erano andate in volta già ſon molti anni, sì per farle comuni a Voi bramoſi d'incamminarvi ſenz'intoppo per la via Elementare d'una Scienza così importante quale è queſta delle Proporzioni, la quale per mio avviſo, à tanta parte nell'invenzioni Matematiche, quanta, per avventura, in virtù di ſuo proprio rivolgimento, e col maſchil vigore di ſua calorifica luce ſe ne abbia il Sole, Anima del ſuo nobil Siſtema, nell' univerſalità delle coſe, ch'ei con mirabili, e incognite Proporzioni và in eſſo perpetuamente operando.

QVELLO poi ch'io mi ſenta della validità della preſente maniera del Galileo, in comparazione delle tenute da altri Autori, i quali per altre vie an tentato, e con ſomma lode, di render più chiara queſta Scienza, io, veramente, eſſendo i paragoni mai ſempre odioſi, non ardirei pronunziare; oltre che tutto ciò ch'io adduceſſi a favor di queſta, chi non ne faceſſe riſcontro potrebbe forſe pigliarlo come da Diſcepolo appaſſionato verſo 'l Maeſtro. Non poſſo già contenermi di commendare quello di plauſibile, che à in sè queſto modo, e forſe più di qualch' altro, che è l'applicar le ſue dimoſtrazioni con aſſoluta conſiderazione a qualunque genere di grandezze, come fà Euclide, & il conformarſi quaſi in tutto con eſſo, ſenza introdurre novità maggiore che nelle Diſinizioni, e nel far Teoremi dimoſtrati quegli, che, come principi noti, vengono ſuppoſti da Euclide ſteſſo, e dagli altri Geometri ſuoi Seguaci, il che poi è quel ſolo che in tale Scienza pareua da deſiderarſi, sfuggendoſi nel rimanente la confuſione per chi và ſtudiando gli altri Autori, i quali, e nel citare, e nel dimoſtrare all'ordine del quinto Libro ſi riferiſcono: Che ſe quì m'è occorſo variarlo in parte, o per comodità di provar le coſe avvenire, o per facilitare, o per abbreviar il Trattato, vi ò anche riparato col porre nel Margine, ed ancora in piè di ciaſcuna Propoſizione

il

il numero, al quale corrispondono quelle del medesimo Euclide. E per dare a ciascuno il dover suo, vi ò notato in oltre di chi sia 'l modo, col qual'io ne ò distesa la prova.

L'occasione, o più tosto la necessità di congiugnere a questa Scienza, l'altre cose, che le vengono appresso (fra le quali assai curioso è il Racconto che fà il proprio Galileo dell'Opere che per ultimo egli aveva in animo di scrivere, oltre alle già pubblicate) contentatevi di saperla a luoghi loro nel passar da uno ad'un altro argomento, che tal maniera da me tenuta penso non sia per riuscirvi men comoda, o meno opportuna, e perciò dell'usata non men gradita.

O' Scritto nella lingua della mia nobil Patria, prima per conformarmi al disteso della predetta quinta Giornata, e poi per non lasciar dal canto mio d'andar addomesticando alla Toscana favella anche i termini meno usati della Geometria, seguendo 'n ciò il medesimo Galileo, e gli Scrittori d'altre Nazioni, che in oggi, nelle materie eziandio scientifiche, si vagliono quasi tutti della propria lingua materna.

FORSE alcuno vi sarà che m' attribuirà a soverchia ambizione il palesarmi in fronte di quest'Opera per ultimo Discepolo del Galileo; ma però molti più saranno quei, che me n'invidieranno. Il fatto si è che, per mia gran ventura, io son l'ultimo suo Discepolo, perchè egli mi fu continuo Maestro per gli ultimi tre anni di sua Vita, e di quanti ei trovammo presenti all'ultimo suo respiro, (che oltre a due Sacerdoti, v' intervennero il Torricelli, il Dottor Vincenzio Galilei suo figliuolo, e gli altri di sua Casa) io solo, (benchè l'ultimo, nell'essermene approfittato) sono a tutti sopravvissuto, e quasi anche rimasto l'ultimo di quanti più intimamente lo praticarono. E però, come tale, colla pubblicazione de' presenti suoi scritti intendo per ora far noto al Mondo, che (quantunque non sia possibile offerire non solo a DIO, o a' Genitori, ma nè pure al Maestro, retribuzione ch' equivaglia al prezzo de ricevuti benefici) io non trascuro occasione di soddisfar in parte al debito di ben grato Discepolo col dar luce, e vita a preziosi, e

vene-

venerabili avanzi di non più vulgate speculazioni del gran Galileo mio reverito Maestro, siccome io non tralascerò mai di onorare l'incontrastabil fama di cotant'Uomo anche per mezi in ogni conto eccedenti le debolì forze mie, col tentare in varie guise d'alleggerirmi dal peso immenso degli obblighi da me dovuti à i dotti, prudenti, ed amorevoli insegnamenti di quel Sapientissimo Vecchio, le di cui ammirabili scoperte, e ne' Cieli, e nella Natura servviranno di chiara, & infallibile scorta a tutta la saggia Posterità.

„ GRADISCA in tanto quella grand'Anima al cuor mio sem-
„ pre venerabile questo pubblico monumento del mio non mai morto amore: e Voi novelli Geometrì gradite l'ardente Zelo che ò di assiduamente giovarvi, mentre io, ripigliando i miei propri Studi, m'ingegnerò, mercè la BONTA' DIVINA, di farvi vedere un giorno ch'io non passo mia vita del tutto in ozio, e che regnano in me sentimenti di gratitudine verso chiunque s'è compiaciuto di più che generosamente beneficarmi.

INDICE

INDICE

DEL CONTENVTO NELLA PRESENTE OPERA.

I. *QVINTO Libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle Proporzioni spiegata colla Dottrina del Galileo, con nuovo ordine distesa, e per la prima volta pubblicata da V.V.* a Fac. 1.

II. *PRINCIPIO della quinta Giornata del Galileo da aggiugnersi alle quattro stampate delle due nuove Scienze della Meccanica, e de' Movimenti Locali.* a F. 61.

III. *CAPITOLI di lettere del Galileo ad un Letterato Franzese, per i quali egli dà notizia dell'Opere, che per ultimo meditava di scrivere, oltre alle già pubblicate.* a F. 79.

IV. *RAGGVAGLIO di V.V. intorno alle sopraddette Opere del Galileo.* a F. 86. e 99.

V. *DIGRESSIONE di V.V. in esortazione allo studio della Geometria.* a F. 89.

VI. *PARERE del Galileo intorno all'angolo del contatto.* a F. 107.

VII. *PROPOSIZIONI XXVII. e XXVIII. del sesto Libro d'Euclide dimostrate congiuntamente dal Torricelli.* a F. 114.

VIII. *RAG-*

VIII. *RAGGVAGLIO intorno all'ultime Opere Matematiche del Torricelli compreſo in una lettera del Sig. Dottor Lodovico Serenai Eſecutore Teſtamentario del medeſimo Torricelli.* a F. 117.

IX. *ALCVNE Aggiunte di V. V. al primo Libro d'Euclide.*

X. *SENTIMENTI d'Autori Illuſtri intorno all'Eccellenza, e all'Vtilità della Geometria.*

QVINTO

QVINTO LIBRO
DEGLI ELEMENTI D'EVCLIDE,
OVVERO
SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

DIFINIZIONI.

I.

GRANDEZZE *OMOGENEE* s'intendon quelle, che son tra loro d'un medesimo genere.
Cioè quelle, alle quali si convien una stessa difinizion generale della lor quantità, o estensione.

PER *esempio (tra le quantità così continue, come disgiunte) tutte le linee in generale, siccome tutte le superficie, tutti i corpi, tutte le velocità, tutti i momenti, tutte le forze assolute, tutti i tempi, tutti i numeri, &c. son grandezze omogenee, perche sotto la general difinizione della linea cadono tutte le linee, tanto la retta, che la curva, o che la mista, ancorchè poste in un medesimo, o 'n diversi piani; e sotto la difinizione generale della superficie cadono tanto la superficie piana, che la concava, o che la mista, &c. e così intendasi d'ogn'altro genere di grandezze.*

II.

TRA due grandezze omogenee, e terminate disuguali: la maggiore si dice *MVLTIPLICE* della minore, quando la minore presa più volte pareggia, e misura appunto la maggiore. *Difin. 2 del V. lib. d'Eucl.*

III.

Diffin. 1. *del V. lib. d'Eucl.*

PARTE, O SVMMVLTIPLICE, cioè ſottomultiplice ſi dice la minore di due grandezze omogenee, terminate, e diſuguali, che multiplicata più volte miſura appunto la maggiore.

QVESTA, con voce forſe troppo generale, da Euclide ſi chiama parte, ma però meglio da altri è detta parte aliquota, a differenza dell'altra detta parte aliquanta, la quale è quella grandezza minore, che replicata non miſura preciſamente la maggiore, e che negli Elementi de' numeri è da Euclide chiamata PARTI.

IV.

Dal P. Clavio.

LE grandezze di qualunque genere dicanſi *EGVALMENTE MVLTIPLICI* delle loro omogenee, quando quelle contengan queſte egual numero di volte.

V.

Diffin. 3. *e* 4. *del V. libro d' Eucl. più largamente ſpiegata.*

PROPORZIONE, detta in latino indifferentemente con le voci, e *Proportio*, e *Ratio* (che forſe più propriamente ſarebbe detta *Relatio*) è quella ſcambievole relazione, o ragione, che anno inſieme due grandezze omogenee terminate, per quanto s'appartiene alla lor quantità, o continua, o diſgiunta.

E le grandezze, o le quantità, fra le quali ſi fà tal paragone, ſi dicono i *TERMINI* della proporzione.

CIOE' Proporzione altro non è, che quell'unica convenienza, ovvero quell'unico riguardo, o paragone, o riſpetto, o relazione determinata, e particolare, che è una quantità terminata vers' un'altra a ſè omogenea, e terminata in quanto quella è uguale, o per quanto ell'è maggiore, o minor' di queſta: Poichè non ſi dà proporzione, o relazione tra due grandezze omogenee, ſe non tra quelle, che multiplicate poſſono avanzarſi, le quali poi ſono ſolamente le grandezze omogenee terminate: Siccome non ſi può far paragone tra due grandezze omogenee infinite, nè ſimilmente tra una finita, ed un'altra di quantità realmente infinita.

PRO-

VI.

PROPORZIONI SIMILI fra le quantità (che anco si dicono indifferentemente proporzioni uguali, e proporzioni medesime) cioè fra la prima, e la seconda, e fra la terza, e la quarta intendansi allora, quando la prima grandezza, essendo per esempio uguale, o multiplice, o summultiplice della seconda, anco la terza sia eguale, o altrettante volte multiplice, o summultiplice della quarta. Et anco quando la prima contenendo la seconda più volte, e di più qualche parte aliquota di essa seconda, anco la terza contenga la quarta altrettante volte con altra simil parte aliquota di essa quarta. Siccome quando la prima essendo contenuta più volte dalla seconda con qualche avanzo, anco la terza dalla quarta sia contenuta altrettante volte, e con altro simile avanzo. Cioè finalmente quando la prima non sia niente maggiore, nè minor del bisogno, per avere alla seconda rispetto, o relazione simile a quella che à la terza verso la quarta. Che è il medesimo che dire. Quando la differenza tra la prima, e la seconda sarà simile alla differenza, che è tra la terza, e la quarta, allora queste due relazioni, o rispetti, o proporzioni dicansi proporzioni simili, o medesime, o eguali, come più aggrada. E questa maniera di spiegare le proporzioni simili tanto s' adatta alle quantità continue, che alle disgiunte, le quali son quelle, che si possono esprimer co' numeri.

Diffin. 5. del V. lib d' Euclide spiegata altrimenti col Gal.

VII.

GRANDEZZE, O QUANTITÀ PROPORZIONALI, dicansi i termini delle proporzioni simili.

Diffin. 6. del V. lib. d'Eucl.

CIOE quando la proporzione che è tra la prima, e la seconda grandezza, sarà simile alla proporzione, che è tra la terza, e la quarta nel modo sopra dichiarato, allora questi termini primo, e secondo, terzo, e quarto dicansi grandezze proporzionali.

VIII.

Diffin. 7. del V. lib. d'Eucl. ſpiegata altrimenti col Galileo.

DI due Proporzioni, quella della prima grandezza verſo la ſeconda dicaſi *PROPORZIONE MAGGIORE* di quella della terza verſo la quarta: Cioè dicaſi la prima alla ſeconda aver maggior proporzione, che la terza alla quarta, quando la prima ſarà alquanto maggior del biſogno, acciocchè la proporzione d'eſſa prima verſo la ſeconda ſia ſimile alla proporzione della terza verſo la quarta.

IX.

Dif. 8. e 9. del V. lib. d'Eucl: ſpiegate più largamente.

ANALOGIA, altrimenti detta *PROPORZIONALITA'*, è la ſimiglianza di più Proporzioni tra grandezze proporzionali, e omogenee, o pur anco di generi differenti.

COME per eſempio ſe la proporzione, o 'l riſpetto che è fra due linee ſarà ſimile al riſpetto che è fra due altre linee, o al riſpetto fra due ſuperficie, o fra due corpi, o fra due numeri, &c. queſta tal ſimiglianza di riſpetti, o di proporzioni, dicaſi Analogia, o Proporzionalità.

Diffin. 9. del V. lib. d'Eucl.

E notiſi che l'Analogia, o Proporzionalità non può conſiſtere in meno ch' in tre termini di grandezze, ma però omogenee; come ſarebbe ne' termini di tre linee, di tre corpi, di tre velocità, di tre numeri, &c. quando cioè il primo termine al ſecondo à Proporzione ſimile a quella che à il ſecondo al terzo.

X.

ANALOGIA, O PROPORZIONALITA' CONTINVA, ſi chiama quando, nella comparazione di tre, o di quattro, o di più termini di grandezze omogenee, e proporzionali, que' di mezzo ſi prendono due volte, ſervendo ciaſcuno prima di termine conſeguente di una proporzione, e poi di termine antecedente dell'altra ſimil proporzione, che le ſuccede: cioè, quando il primo termine al ſecondo ſta come 'l ſecondo al terzo, e come 'l terzo al quarto, e così continuando fino all'ultimo termine, chiamandoſi tutti *QVANTITA' CONTINVE PROPORZIONALI.*

ANA-

XI.

ANALOGIA, O PROPORZIONALITÀ DISCONTINUA, O DISGIUNTA si chiama quando, fra due, o tre, o quattro, o più coppie di Proporzioni simili tra quantità omogenee, o pure anco tra grandezze a due a due di generi differenti, i termini de' simili rispetti si paragonano a coppia a coppia talmente, che niuno mai de' termini conseguenti d'una Proporzione serva d'antecedente all'altra simile, che le consegue.

CHE sarà, quando il primo termine al secondo starà come 'l terzo al quarto, e come 'l quinto al sesto, e così sempre, &c.

LE due seguenti difinizioni, perche son poste da Euclide nel suo quinto libro, benche non abbiano uso prima che nel sesto, essendo bisognose di qualche dichiarazione si porranno quì non ostante.

XII.

NELL'Analogia, o Proporzionalità continua, la prima quantità all'ultima si dice aver proporzione tante volte multiplicata della proporzione della prima grandezza alla seconda, quant'è 'l numero delle proporzioni, che cadono fra' termini estremi.

Diffin. 10 e 12. del V. libro d'Eucl. più chiaramente spiegata.

E così, essendo tre grandezze continue proporzionali, la prima alla terza si dirà aver duplicata proporzione di quella che è la prima verso la seconda: E di quattro quantità continue proporzionali, la prima alla quarta si dirà aver proporzione triplicata pur della prima proporzione tra la prima, e la seconda, e similmente la prima alla quinta proporzione quadruplicata della medesima prima proporzione, e così sempre; Che altro non vuol dire, se non che tra la proporzione della prima alla terza cadono due proporzioni della prima alla seconda; e tra la proporzione della prima alla quarta ne cadon tre; similmente tra quelle della prima alla quinta cadon quattro proporzioni, e sempre di quelle della prima alla seconda, perchè tutte l'altre si danno simili a questa.

GRAN-

XIII.

Diffin. 12 del V. lib. d'Eucl. più largamente ſpiegata.

GRANDEZZE OMOLOGHE, ovvero CORRISPONDENTI s'intendon, nelle Proporzioni ſimili, i termini antecedenti fra loro, & i conſeguenti fra loro.

CIOE' ſe la proporzione della grandezza A *verſo* b *ſarà ſimile alla proporzione della grandezza* C *verſo* d, *i termini antecedenti* A, C, *ſiccome i conſeguenti* b, d, *ſi dicono omologhi fra loro, cioè che l'antecedente* A *della prima proporzione corriſponde all'antecedente* C *della ſeconda, e che l'conſeguente* b *della prima corriſponde nell'ordine al conſeguente* d *della medeſima ſeconda Proporzione.*

A. b.
C. d.

IL rimanente delle diffinizioni premeſſe da Euclide nel quinto lib. ſi porranno in queſto dov'eſſe avranno uſo, in quella guiſa che fece l'ammirabil Geometra Evangeliſta Torricelli nel ſuo Trattato delle Proporzioni (com'appariſce dalle copie, che egli medeſimo ne diede fuori) e com'anco fece dipoi il Dottore Gio: Alfonſo Borelli Inſigne Filoſofo, e celebratiſſimo Matematico dello Studio Piſano, nel dottiſſimo, ed utiliſſimo ſuo Compendio degli Elementi d'Euclide.

XIV.

QVANDO ſaranno due, o tre, o quattro, o più proporzioni in continui termini omogenei, per eſempio negli A, *b*, *c*, d; la proporzione che è tra il primo termine A, e l'ultimo d, ſi dirà *PROPORZIONE COMPOSTA* di tutte queſte date proporzioni, cioè della proporzione, che è tra A, e *b*; di quella che è tra *b*, e *c*, e di quella che è tra *c*, e d.

CHE altro non vuol dire ſe non che tra la proporzione della prima A *alla quarta* d *vi mediano quelle tre altre proporzioni uniche, e determinate, per mezzo delle quali ſi forma per neceſſità quella tal determinata proporzione fra l'eſtreme* A, d.

QVESTA diffinizione non è in Euclide, ma è ben uſata così da eſſo nel ſeſto libro, & altrove, ſiccome da tutti gl'altri Geometri, e Matematici; e l'ho poſta quì perchè m'occorre valermene qualche volta in queſto Trattato. Se altri ne deſidera più diffuſa dichiarazione, la troverà verſo'l fine del Dialogo del Galileo qui congiunto.

QVAN-

XV.

QVANDO si dirà, o si proporrà di provare ch' una proporzione ignota fra due grandezze omogenee è composta di due altre, o di tre, o di più note proporzioni, che sieno date in termini dello stesso, o pur di differenti generi, altro non si dovrà intendere, nè altro si vorrà provare se non che ridotte le note proporzioni in quali si sieno termini omogenei continuati [se però in tali non fossero date prima] la proporzione ignota è la medesima, o simile alla proporzione, che è tra'l primo, e l'ultimo de' medesimi presi termini continuati. E questo è uno de mezzi, per cui l'ignote proporzioni rendonsi note.

QVEST' ultima Difinizione similmente non si trova in Euclide: ma perchè in tal significato, egli, & ogn'altro sempre se n'è valso, e l'esperienza m'à dimostrato che molti de Principianti sogliono incontrar difficultà in concepirla, non riuscirà loro infruttuoso l'addurre in questo luogo alcune Proposizioni delle più Elementari attenenti a' piani, a' solidi, alle velocitadi, e a' momenti, che son dimostrate per tal via da varj Geometri, e Meccanici, affinchè, allora quando col proseguir gli Studj, v' arriveranno, sovvenga loro d' osservare in esse, come in effetto tal difinizione vien praticata quivi precisamente nel modo che sopra s'è avvertito.

E le conclusioni sopraccennate sono le seguenti.

I.

„ AEQVIANGVLA Parallelogramma inter se rationem habent
„ eam, quæ ex rationibus laterum componitur; Nempe ex ra-
„ tione unius lateris primi parallelogrammi ad unum latus secun-
„ di, & ex ratione reliqui lateris primi ad reliquum secundi.

QVESTO Teorema è d'Euclide la Prop. 23. del sesto libro.

II.

„ TRIANGVLA & Parallelogramma inter se proportionem
„ habent compositam ex proportione basium, & ex proportione
„ altitudinum.

QVESTO

QVESTO Teorema è del Comandino, aggiunto alla Prop. 23. del sesto libro.

III.

„ CYLINDRI, & Coni proportionem habent compositam ex „ proportione basium, & ex proportione altitudinum.

QVESTO è pure del Comandino la Proposizione ottava delle sue aggiunte nel Comento del Trattato d'Archimede delle Conoidi, e delle Sferoidi.

IV.

„ SI duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen ve„ locitate, spatia temporibus æqualibus ab ipsis peracta, habe„ bunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ra„ tione temporum.

QVESTO Teorema è del Galileo la Proposizione quarta del moto equabile.

V.

„ QVORVMCVMQVE gravium à quibuslibet distantijs su„ spensorum momenta sunt in ratione composita ex ratione di„ stantiarum, & ex ratione gravitatum.

QVESTO Teorema fu dimostrato dall'Acutissimo Matematico il Padre Buonaventura Cavalieri, e da lui stampato nell'anno 1647. alla Proposizione 6. della sua quinta Esercitazione Geometrica; benchè di tal conclusione si fosse prima servito un tal Giovann' Anton' Rocca insigne Geometra, e Discepolo di detto Padre, in un suo proprio Lemma Meccanico, il quale fu poi riferito dal Torricelli in piè della Proposizione 18. delle sue Quadrature della Parabola, con protestarsi quivi da Vomo ingenuo, e avanti, e dopo, che tal Lemma non era suo, ma di esso Rocca. Lo riferì ancora il detto P. Cavalieri nella sua terza Esercitazione à faccia 231. Ma però questa medesima conclusione, ò Teorema quinto, molto prima era noto al nostro Galileo, come apparisce da quel suo Teorema Meccanico nel Trattato delle Resistenze, premesso come Lemma al Problema, che propone.

„ DATO il peso massimo retto dal mezzo d'un Cilindro, ò „ Prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggior „ di quello, trovare nel detto Cilindro il punto, nel quale „ il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

DOVE

DOVE manifeſtamente ſi riconoſce tal quinta concluſione, ed ancora il mezzo per dimoſtrarla: oltrechè appreſſo ogni Geometra è ormai regola trita, univerſale, e ſicura (quando ella venga intеſa colle debite circonſtanze) che,

RATIO homogenearum magnitudinum ab homogeneis magnitudinibus numero æqualibus productarum componitur ex rationibus, quæ ſunt inter homonimas magnitudines producentes.

E chi ſi prenderà cura d' eſaminare ciaſcuno degli addotti eſempj, ed ogn' altro ſimile, troverà che tutti vengono compreſi dal ſuddetto general Teorema, il quale (ſe queſto ne fuſſe 'l luogo) potrebbe anco facilmente dimoſtrarſi. Ma tanto baſti avere avvertito intorno al modo di conſiderare le Proporzioni ignote, quando ſi vuol provare ch' elleno ſien compoſte d' altre note Proporzioni.

DELLA DIVISIONE DELLE PROPORZIONI.

AFFINCHE' nel presente Trattato delle Proporzioni si abbiano di queste le notizie più principali, con la maggior brevità che possibil sia spiegherò quì il significato d'alcun'altri nomi soliti usarsi dagli Autori nel maneggio delle medesime proporzioni.

SOPRA a numero 5. assai chiaramente fu difinito ciò che assolutamente intender si debba per proporzione tra due grandezze omogenee, sì nella quantità continua, come nella disgiunta.

Ma quì notisi prima, che delle quantità, o grandezze, altre son fra loro commensurabili, altre incommensurabili.

I. QVANTITA' fra loro commensurabili son quelle, che son multiplici d'un'altra, o che anno di comune una medesima parte aliquota, cioè, che precisamente misura l'una, e l'altra secondo qualche numero.

PER esempio. Vna linea di 25. palmi, e una di 10. diconsi grandezze, o quantità fra loro commensurabili, perchè ciascuna di loro è multiplice di una di 5. palmi, cioè l'una, e l'altra è misurata da questa di 5. che è parte aliquota di ciascuna di loro, entrando 'l 5. appunto 5. volte nel 25. e due volte appunto nel 10. E tal linea di 5. palmi si dice la comune misura di quelle di 25. e di 10. Siccome è commensurabile una linea di palmi 27. con una di 12. perchè esse anno per comune misura una lor parte aliquota, che è di tre palmi, la quale misura quelle secondo i numeri 9. e 3. E diconsi ancora commensurabili fra di loro quando la comune misura di esse entra qualche numero di volte nella maggiore, ed una sol volta nella minore; come sono la linea di 10. palmi, e quella d'uno, le quali son misurate da un'altra linea d'un palmo. Sicchè i numeri sono quantità fra loro commensurabili, perchè almeno l'unità gli misura tutti. E però

Quantità commensurabili fra loro son quelle grandezze omogenee che si possono esprimer co' numeri.

II. QVANTITA' incommensurabili fra loro quelle s'intendono, fra le quali non si dà mai parte aliquota comune, cioè che le misuri amendue.

QVALI per esempio sono, di qualunque quadrato, il diametro, e 'l lato, fra le qua' linee (come prova Euclide nell'ultima del suo X. libro) non si può mai trovarn'una terza, o assegnar una parte

loro

loro, benche minima, che ſia aliquota d'amendue, la quale cioè, miſurando l'una ſecondo qualche numero, miſuri anco l'altra ſecondo altro numero per appunto; e per tanto.

INCOMMENSVRABILI fra loro ſon quelle grandezze omogenee, che non ſi poſſono eſprimere, o rappreſentare inſieme co' nnmeri.

ORA, trattandoſi in genere delle Proporzioni fra due grandezze omogenee, altra ſi dice Proporzione razionale, altra irrazionale.

III. Proporzion razionale, è quel riſpetto, o relazione che è fra due grandezze commenſurabili tra loro, cioè quella proporzione, che ſi può ridurre fra due numeri, come di 10. a 8, di 20. a 3, di 7. a 12, di 30. a 10. di 15. a 1. &c.

IV. PROPORZIONE irrazionale, è quella relazione che è tra due grandezze incommenſurabili, cioè quella, la quale con due numeri eſprimere non ſi può.

E per tanto fra le quantità diſgiunte, cioè fra' numeri, ſi dà ſolamente la proporzione razionale; ma fra le quantità continue ſi dà, e la razionale, e l'irrazionale.

IN oltre generalmente, così la proporzione razionale come l'irrazionale ſi divide in proporzione d'ugualità, ed in proporzione di inugualità, o di diſugualità.

V. PROPORZIONE d'ugualità è quel paragone che ſi fà tra due grandezze uguali fra di loro.

VI. PROPORZIONE di diſugualità è il paragone fra due grandezze diſuguali.

QVESTA pur ſi divide in due altre, cioè in proporzione di maggior diſugualità, e in proporzione di minor diſugualità.

VII. LA prima, quando la proporzione, che ſi conſidera, è della grandezza maggiore verſo la minore.

VIII. LA ſeconda, quand' ella è della minore verſo la maggiore.

MA tralaſciando le proporzioni irrazionali, che ſon riſervate al Decimo Libro, e conſiderando ſolamente le razionali, è da ſaperſi, che quelle di maggior diſugualità ſi diſtinguono in 5. generi, de quali i primi tre ſono ſemplici, e' rimanenti compoſti.

IL primo genere è quello della proporzione detta Multiplice. Il ſecondo della Superparticolare. Il terzo della Superparziente. Il quarto della Multiplice ſuperparticolare. Ed il quinto della Multiplice ſuperparziente.

IN altrettanti, anzi ne' medesimi generi si divide la proporzione razionale di minor disugualità, mentre però s' aggiunga a lor nomi la voce sotto, dicendo, Summultiplice, Sussuperparticolare, Sussuperparziente, Summultiplice sussuperparticolare, e Summultiplice sussuperparziente.

IX. TRA' generi semplici, la proporzion razionale di maggiore disugualità, detta multiplice è, quand' un numero maggiore contien più volte un minore, ed il minore misura appunto 'l maggiore. E così il 12. al 4. à proporzione multiplice, perchè 'l 12. contiene 3. volte il 4. ed il 4. misura 'l 12. E similmente le proporzioni di 15. a 3. di 18. a 6. di 30. a 5. &c. si chiamano multiplici, e quella del 12. al 4. dicesi tripla, del 15. al 3. quintupla, del 18. al 6. tripla, del 30. al 5. sestupla &c. La proporzione poi razionale di minor disugualità, cioè del minore al maggiore si chiama summultiplice, e quella del tre al 12. si dice suqquadrupla. del tre al 15. suqquintupla, del 6. al 18. suttripla &c.

X. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparticolare è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta il minore, e di più una parte aliquota di esso minore: come 'l 6. al 4. dicesi aver proporzione superparticolare contenendo 'l 6. una volta 'l 4. & avanzandone due, che è parte aliquota di 4. e tal proporzione dì 6. a 4. dicesi sesquialtera, che vuol dire che 'l 6. contiene 'l 4. una volta e mezzo; e l' 8. al 6. à proporzione sesquiterza, cioè l' 8. contiene 'l 6. una volta e un terzo; & il 10. all' 8. à proporzione sesquiquarta, contenendo il 10. l' 8. una volta e un quarto, e così degli altri. La proporzione poi razionale di minor disugualità si dice Sussuperparticolare, chiamandosi quella di 4. a 6. sussesquialtera, di 6. a 8. sussesquiterza, di 8. a 10. sussesquiquarta &c.

XI. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparziente è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta 'l minore, e di più avanza parti del minore, cioè una parte non aliquota; E così 5. a 3. a proporzione superparziente, contenendosi dal 5. il 3. una sol volta, e avanzandogli 2. che è parti del 3. questa proporzione si chiama superbiparziente terza; quella di 20. a 11. supernonaparziente undecima; di 11. a 7. superquartaparziente settima; di 13. a 8. superquintaparziente ottava, e così dell' altre di questo genere &c. All'incontro il minor numero al maggiore, si dice aver proporzione sussuperparziente, e così quella di 3. a 5. chiamasi sussuperbiparziente terza; di 11. a 20. sussupernonaparziente undecima &c. e così d'ogn'altra simile &c.

XII. TRA'

XII. TRA' generi compoſti, la proporzione razionale di maggior diſugualità, detta multiplice ſuperparticolare è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza una parte aliquota dello ſteſſo minore. Ond' è che 'l 20. al 6. ſi dice aver proporzione multiplice ſuperparticolare, contenendo 'l 20. 3. volte 'l 6. ed avanzandogli 2. che è parte aliquota di 6. e queſta ſi nomina tripla ſeſquiterza, che vuol dire che 'l 20. contiene 'l 6. 3. volte, e un terzo; il 18. all' 8. l'à dupla ſeſquiquartā; il 22. al 4. l'à quintupla ſeſquialtera; il 10. al 4. dupla ſeſquialtera; il 17. al 8. dupla ſeſquiottava &c. Per lo contrario la proporzione del minore al maggiore di queſti termini è detta ſuſſuperparticolare, denominando le ſopraddette proporzioni coll'aggiunta della prepoſizione ſotto.

XIII. FINALMENTE, la proporzion razionale di maggior diſugualità detta multiplice ſuperparziente è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza parti dello ſteſſo minore, cioè parte non aliquota. E per tanto 11. a 3. à proporzion multiplice ſuperparziente, contenendo l' 11. il 3. tre volte, e avanzandogli 2. che è parti di 3. e queſta diceſi tripla ſuperbiparziente terza; quella di 16. a 6. dupla ſuperquartaparziente ſeſta; di 8. a tre dupla ſuperbiparziente terza &c. Queſte proporzioni poi, quando ſono del minor termine al maggiore, ſi denominano coll' aggiunta del ſotto, come s'è detto dell'altra.

DELL' ANALOGIE,
O PROPORZIONALITA' PRINCIPALI.

TRE, appreſſo gli Antichi Scrittori, ſono l'Analogie, o le Proporzionalità più principalmente conſiderate, cioè. L'Arimmetica, la Geometrica (le quali ſi ſuddividono in continue, & in diſgiunte) e la Muſica, ovvero l'Armonica.

I. LA Proporzionalità Arimmetica continua è, quando tre, o più grandezze omogenee, differiſcono tra di loro per ugnali differenze: cioè, quando (eſſendo tre) la differenza tra la prima, e la ſeconda ſia uguale alla differenza tra la ſeconda, e la terza (e queſta più frequentemente ſi chiama Medietà Arimmetica) O pure quando (eſſendo più di tre) la differenza tra la prima e la ſeconda ſia uguale alla differenza, che è tra la ſeconda, e la terza, e che è tra la terza, e la quarta, e tra la quarta, e la quinta &c.

DISCON-

DISCONTINUA, o disgiunta, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la differenza tra 'l primo, e 'l secondo è uguale alla differenza, tra 'l terzo, e 'l quarto, ed a quella tra 'l quinto, e 'l sesto.

II. LA Proporzionalità Geometrica continua è, quando tre, o più grandezze omogenee differiscono tra di loro con differenze proporzionali all'intere grandezze; cioè quando (essendo tre) la differenza tra la prima, e la seconda, alla differenza tra la seconda, e la terza, stia come la prima grandezza alla seconda, a come la seconda alla terza. E questa perlopiù dicesi Medietà Geometrica. O quando (essendo più di tre) la prima alla seconda stia come la seconda alla terza, e come la terza alla quarta.

DISCONTINUA, o disgiunta, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la proporzione del primo termine al secondo sia simile a quella del terzo al quarto, e del quinto al sesto &c.

III. LA Proporzionalità Musica, ovvero Medietà Armonica è, quando, di tre grandezze continuamente disuguali, la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza stia come la prima grandezza alla terza, o quando le differenze tra le grandezze sieno proporzionali all'estreme.

MA, per difinire in breve le suddette tre Medietà fra tre grandezze omogenee continuamente disuguali, si dirà che

I.

MEDIETA' Arimmetica è, quando la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza sta come la prima grandezza alla prima.

II.

MEDIETA' Geometrica, quando la prima differenza alla seconda sta come la prima grandezza alla seconda.

III.

MEDIETA' Armonica, quando la prima differenza alla seconda sta come la prima grandezza alla terza.

ASSIO-

ASSIOMI,
OVVERO COMVNI NOTIZIE.

I.

SE quattro grandezze saranno proporzionali, cioè che, in senso della sesta Difinizione di questo Trattato, la prima alla seconda abbia la medesima proporzione, che la terza alla quarta; anco qualunque multiplice della prima alla seconda, avrà la stessa proporzione che l'egualmente multiplice della terza alla quarta. Cioè 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle prime alla seconda staranno come 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle terze alla quarta.

Assioma supposto dal Galileo.

II.

SIMILMENTE, se la prima alla seconda starà come la terza alla quarta, anco la prima a qualunque multiplice della seconda starà come la terza all'egualmente multiplice della quarta. Cioè la prima a 4, o 9, o 20, &c. delle seconde starà come la terza a 4, o 9, o 20, &c. delle quarte.

Supposto dal Galileo.

III.

LE grandezze omogenee uguali ad un'altra qualunque terza anno la medesima proporzione.

SICCOME la medesima terza grandezza all'eguali à la medesima proporzione.

Supposto ancora dal Torricelli nel suo Lib. delle Proportioni. Et è la Propos. 7. del V. d'Eucl.

IV.

LE grandezze omogenee disuguali ad un' altra qualunque terza omogenea non anno la medesima relazione, o proporzione, ma diversa.

E la proporzione della maggior grandezza alla terza, in vigor dell'8. difinizione, si dirá maggiore della proporzione della minor grandezza alla medesima terza.

Supposto dal Galileo, & ancora dal Torricelli nel detto suo libro. Et è la prima parte della Prop 8. del V. d' Euclide.

SE

V.

Questo è in parte la Prop. 13. del V. di Euclide.

SE una di due proporzioni simili, cioè uguali, è uguale, o maggior, o minor d'una terza proporzione; l'altra ancora sarà uguale, o maggior, o minor della medesima terza proporzione. E pel contrario.

SE una proporzione sarà uguale, o maggior, o minor d'una di due proporzioni simili, la medesima sarà ancora eguale, o maggior, o minor della rimanente proporzione.

IL presente Assioma corrisponde a quella comune notizia, la quale è, che, se una di due grandezze uguali, è uguale, o maggior o minor d' una terza, ancora l'altra sarà uguale, o maggior, o minor della medesima terza. Ed all'incontro,

SE una medesima terza sarà uguale, o maggior, o minor d'una di due altre, sarà anch' uguale, o maggior, o minor della rimanente.

VI.

Assioma supposto ancora dal Torricelli in detto suo Libro delle Proporzioni, et è la Prop. 11. del V. di Euclide.

QVELLE proporzioni, che sono simili ad una medesima proporzione, son' anco simili fra di loro; ed all'incontro,

QVELLE proporzioni, alle quali è simile una medesima proporzione, sono simili fra di loro.

QVESTO corrisponde all'Assioma, che quelle grandezze, che son' uguali ad una medesima son' anco uguali fra loro.

E quelle, alle quali una medesima grandezza è uguale, pur fra loro son' uguali.

VII.

Assioma supposto ancora dal Torricelli nel detto suo Libro. Et è la 9. Propos del V. di Eucl.

QVELLE grandezze, ch'ad una medesima grandezza anno la medesima proporzione sono fra loro uguali; E pel contrario,

QVELLE grandezze, alle quali una medesima grandezza à la medesima proporzione similmente sono uguali fra loro.

SE

VIII.

SE la minor di due proporzioni diſuguali ſarà maggior d'una terza proporzione, la maggior di eſſe due proporzioni ſarà molto maggior della medeſima terza proporzione.

CORRISPONDE queſto a quella notizia comune, che ſe la minor di due grandezze diſuguali ſarà maggior d'una terza grandezza, la maggior di eſſe due ſarà molto maggior della medeſima terza.

IX.

QVELLE proporzioni, che ſon compoſte delle medeſime, o d'vgual numero di proporzioni ſimili, ciaſcuna a ciaſcuna, ſon le medeſime, cioè ſimili fra di loro.

DOMANDA.

CONCEDASI che, date due grandezze omogenee terminate, qual proporzione à la prima grandezza alla ſeconda, tale poſſa averla la ſeconda ad una terza a quelle omogenea. O pure che tale poſſa concepirſi averla una terza di qualunque genere ad un'altra quarta a ſe omogenea.

COME per eſempio, che qual proporzione à una ſuperficie ad una ſuperficie, o un corpo ad un corpo, o una forza ad una forza, o un tempo ad un tempo, &c. tal poſſa immaginarſi che l'abbia quella ſeconda ſuperficie ad una terza, o una terza ſuperficie ad una quarta, o pure qualunque retta linea terminata ad un'altra, &c.

CIO' è ſtato ammeſſo, e continuamente praticato da Euclide, da Archimede, e da altri Matematici d'ogni Secolo, anzi dal noſtro medeſimo Galileo ne' ſuoi Dialoghi delle due nuove Scienze, come coſe per lor medeſime chiare, e facili da concederſi.

AVVERTIMENTI.

QVI' è da notarsi, che questa Scienza elementare delle proporzioni s' adatta indifferentemente, comunque occorra, alle grandezze commensurabili fra loro, ed all'incommensurabili, che son quelle, che poc'avanti si diffinirono.

IN oltre, che, nelle figure del presente Trattato, tutte le grandezze omogenee che si vedono espresse in linee, o in superficie, o in corpi, ciascuno può figurarsele rappresentar quali si sieno altre grandezze, o quantità omogenee, a beneplacito; come sarebbero, di velocità, di tempi, di forze &c. comunque ne venga il bisogno; essendo chè (come si vedrà) niuna delle conclusioni quì dimostrate si ristringa più ad un genere di grandezze, che ad un'altro; che però questa viene intitolata

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

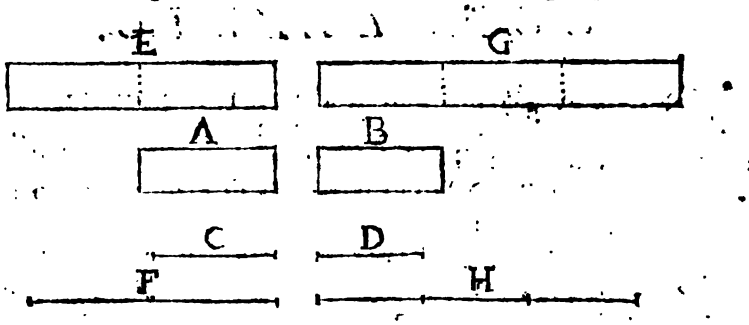
SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

PROPOSIZIONE I.

SE saranno quattro grandezze a due a due omogenee, e fra loro proporzionali, e si prendano l'ugualmente multiplici della prima, e della terza secondo qualsissia numero, e l'ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, pur secondo qualunque numero, anco tali multiplici saranno fra loro proporzionali.

Prop. 4. del V. degli Elemen. dimostrata col Galileo.

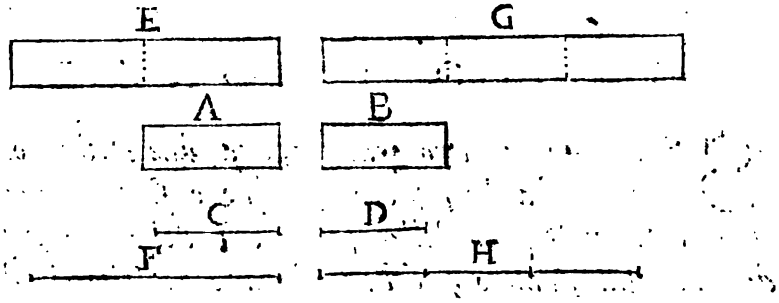
SIENO date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, di qualunque genere (perchè a due a due sien tra loro omogenee) cioè, la prima A alla seconda B abbia proporzione simile a quella della terza C, alla quarta D, secondo la dichiarata [a] sesta difinizione, e si prendano le E, F, ugualmente [b] multiplici della prima, e della terza A, C; e le G, H, ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, D; sempre secondo qualunque numero di multiplicità. Dico che ancora queste multiplici sono



[a] *Difin. 6. di questo Tratt.*
[b] *Difin. 4.*

proporzionali; cioè che la multiplice E della prima alla multiplice G della seconda à proporzione simile a quella della multiplice F della terza alla multiplice H della quarta.

[a] 1. Assioma. IMPERCIOCCHE [a] essendo, per suppósizione, come A a B, così C a D, sarà ancora come E multiplice di A a B così F ugualmente multiplice di C a D. Similmente, perchè ora s'è pro-



vato, che ſiccome ſta E a B, così ſta F a D, ſarà ancora come E a G multiplice di B, così [a] F ad H ugualmente multiplice di D. Che è quello, che ſi propoſe di dimoſtrare.

[a] 2. Assioma.

E così vien provata dal Galileo la 4. Prop. del V. d'Euclide.

COROLLARIO.

Converſo della 5. diffin. del V. degli Elementi dimoſtrato col Galileo.

DI quì è che eſſendoſi dimoſtrato, che le proporzioni delle grandezze E, F, (ugualmente multiplici della prima, e della terza A, C) alle G, H (ugualmente multiplici della ſeconda, e della quarta B, D) ſono ſimili fra di loro, è ſegno che ſe la multiplice E è uguale alla G anco la multiplice F ſarà uguale alla H, e s'ell'è maggiore, maggiore, e s'ell'è minore, minore.

[a] *Diffin. 6. di queſto.*

ONDE ne ſegue, che mentre ſieno quattro grandezze a due a due omogenee, e proporzionali, ſempre l'egualmente multiplici dell'antecedenti prima, e terza, s'accordano con l'ugualmente multiplici delle conſeguenti ſeconda, e quarta, in pareggiare, o in avanzare, o in mancare.

E così vien dimoſtrato dal Galileo il converſo della 5. diffinizione del V. d'Euclide.

PROPOS.

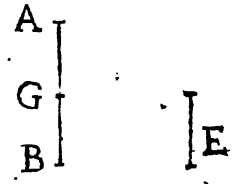
PROPOS. II.

SE grandezze omogenee quante si vogliano saranno egualmente multiplici d'altrettante, ciascuna di ciascuna, quante volte è multiplice una di una, altrettante ancora saranno multiplici tutte insieme di tutte insieme.

Prop. 1. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

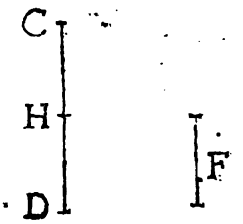
SIENO quante si vogliano grandezze omogenee A B, C D, &c. egualmente multiplici d'altrettante E, F, &c. ciascuna di ciascuna, cioè sia la A B multiplice di E, e la C D egualmente multiplice di F, &c. Dico che quante volte è multiplice una di una, cioè la A B della E, altrettante è multiplice il composto delle A B, C D, del composto delle E, F.

POICHÈ essendo A B multiplice di E, come la C D è multiplice di F, quante parti sono in A B uguali ad E, altrettante saranno in C D uguali ad F: e però divise le A B, C D nelle parti uguali alle loro summultiplici, cioè nelle parti A G, G B, e nelle C H, H D, sarà il numero in A B uguale * al numero in C D. E perche A G è uguale ad E, e C H ad F, ancora le A G, C H prese insieme saranno uguali alle E, F, insieme prese. E per la medesima ragione, essendo G B uguale ad E, & H D ad F, ancora le G B, H D insieme prese saranno uguali alle predette E, F, insieme prese.



* Diff. 4.

QUANTE dunque sono nella A B le parti uguali alla E, o nella C D l'uguali alla F, altrettante sono nell'insieme prese A B, C D l'uguali alle prese insieme E, F. Onde quante volte è multiplice la A B della E, o la C D della F, altrettante è multiplice la somma, delle A B, C D della somma delle E, F. Et in simil maniera si continuerebbe la dimostrazione, quando oltre alle A B, C D fossero date altre simili quantità multiplici d'altrettante secondo il nume-



numero della data multiplicità. Se dunque quante si vogliano grandezze omogenee saranno egualmente multiplici d'altrettante, &c. Il che si dovea dimostrare.

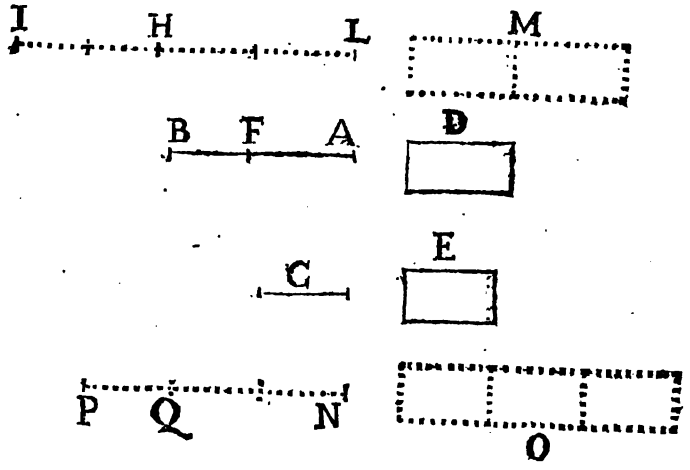
E questa è la prova d'Euclide della prima Propos. del V. Libro.

PROPOS. III.

Converso della 7. di fin del V. degli Elem. dimostrato col Galileo, ma alquanto variato nella costruzione.

DATE quattro grandezze a due a due omogenee, ma non proporzionali, e talmente che la prima alla seconda abbia maggior proporzione, che la terza alla quarta. E' possibile prender in qualche modo l'egualmente multiplici della prima, e della terza, e della seconda, e della quarta, sicchè la multiplice della prima superi quella della seconda, ma la multiplice della terza non superi quella della quarta, anzi le sia minore.

PONGANSI le date quattro grandezze non proporzionali essere le A B, C, d'un medesimo qualunque genere, e le



D, E, similmente d'uno stesso qualunque genere, e sia la prima A B, alquanto maggior di quello, ch'ella dovrebbe essere, per aver

aver alla seconda C proporzione simile a quella, che à la terza D alla quarta E. Dico esservi modo di prender in certa particolar maniera l'ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed altre ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, sicchè quella della prima sia maggior di quella della seconda, ma quella della terza non sia altrimenti maggior di quella della quarta, anzi le sia minore.

PER ottener ciò, s'intenda esser levato dalla prima quantità A B quell'eccesso, che la fa esser maggior di quello ch'esser dovrebbe per avere a C la medesima proporzione, che à D ad E, e tale eccesso sia F B; Resteranno per tanto quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà simil proporzione che à la D alla E.

IN oltre si prendano delle parti B F, F A, l'ugualmente multiplici I H, H L, con tali condizioni però, che la I H sia assolutamente maggior della seconda grandezza C, e che la H L sia non minore, cioè a dire, o uguale, o maggior della stessa C. (Il che poterfi fare è manifesto, per esser i lor summultiplici B F, F A, quantità dello stesso genere, e terminate; e perciò, quando col preso numero d'egual multiplicità delle B F, F A, mentre la multiplice H I è maggior di C, la multiplice H L non fosse uguale, o maggiore della medesima C, ma rimanesse ancor minore, certo è, che tanto si potrebbe crescere il numero di multiplicità, che la detta H E arrivasse ad esser non minor della C, ed allora tanto più la I H sarebbe maggior della stessa C, come ci fa di bisogno.) Pongasi dunque che in queste ugualmente multiplici I H, H L si sieno adempite le suddette condizioni pretese; e quante volte esse sono multiplici delle parti loro B F, F A, altrettante volte appunto s'intenda presa la grandezza M multiplice della terza grandezza D.

ET essendosi presa H L non minor di C, si multiplichi C tanto, che basti a superare H L, e sia tal multiplice la P N, cioè prossimamente maggior dell' H L, sicchè levandole una sola parte P Q dell' ugnali alla C, resti Q N uguale, o minor di H L, ovvero H L uguale, o maggior di Q N.

PER vltimo, quante volte la N P s'e presa multiplice della seconda C, altrettante si ponga la O multiplice della quarta E.

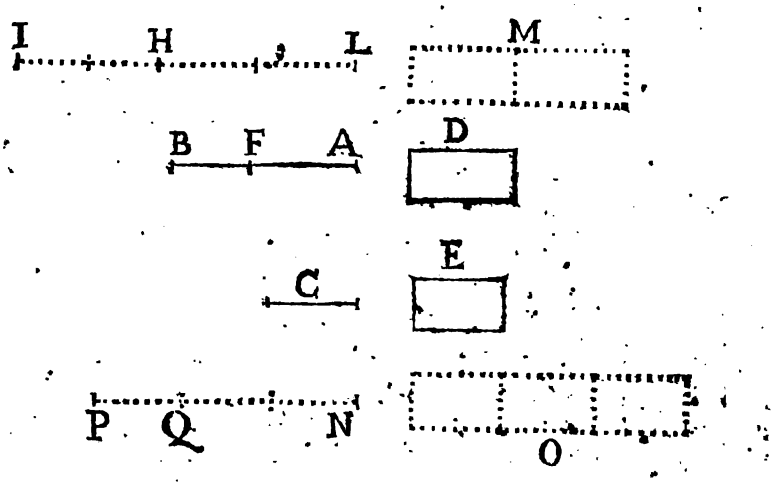
ORA essendosi presa I H assolutameute maggior della C, ovvero della P Q, e la H E fatta uguale, o maggior della Q N, sarà tutta 'nsieme la I E assolutamente maggiore di tutta la P N. Il che si abbia a memoria.

E perchè le quattro grandezze A F, C, D, E, si ridussero proporzionali, e della prima A F e della terza D, si presero le H L, M, ugualmente multiplici; e della seconda C, e della quarta E, le ugualmente multiplici P N, O, la multiplice M s'accorderà con la O, come [a] la H L con la P N; ma la H L è minore della P N (perchè si prese P N multiplice di C, e prossimamente maggiore di H L) adunque anco la M sarà minore della O. Fin ora dunque si è provato, che I L è maggiore assolutamente di P N, e che M è minore di O.

[a] *Coroll. della 1. Prop. di questo.*

FINALMENTE, essendo I H multiplice di B F come è H L di F A, e come M di D, sarà il composto I L multiplice del composto B A come [b] H L di F A; ovvero come M di D: sicchè I L & M sono ugualmente multiplici delle grandezze date prima, e terza

[b] *Prop. 2. di questo.*

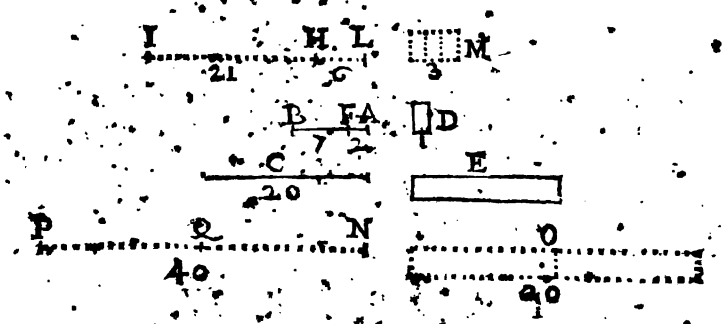


A B, D, & anco P N & O sono egualmente multiplici dell'altre date seconda, e quarta C, E. Ma poco sopra dimostrammo I L maggiore della P N, e dipoi concludemmo la M esser minore della O: adunque si è fatto vedere, che quando la prima grandezza A B è maggiore del bisogno per aver alla seconda C proporzione simile a quella della terza D, alla quarta E, si può pigliare in qualche maniera l'ugualmente multiplici I L, & M, delle A B, D, prima, e terza; e l'ugualmente multiplici P N, & O, delle C, E, seconda, e quarta, che la multiplice della prima superi la multiplice della seconda, ma la multiplice della terza non superi la multiplice della quarta; poichè

che si è quì dimostrato, che I L supera N, ma che non già M supera O, anzi che è minore. Il che si propose per possibile a farsi.

E in tal maniera vien dimostrato dal Galileo il converso della 7. definizione del V. d'Euclide.

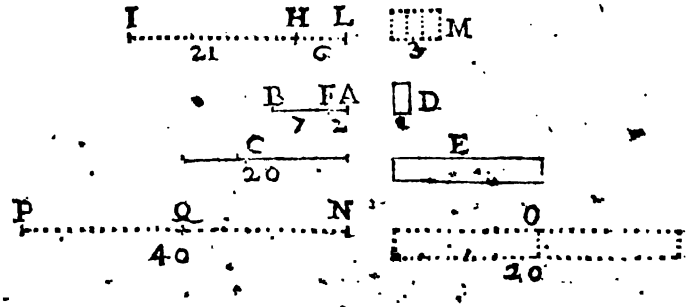
MA affinchè nella passata proposizione si dimostrasse con ogni maggiore evidenza la possibilità di prender l'ugualmente multipli della prima, e della terza grandezza, e quelle della seconda, e della quarta nella maniera proposta dal Galileo, e che avesse luogo, & uso la comandata construzione di prendere la N P multiplice della seconda C in modo chè sempre ella fosse prossimamente maggiore della H L (la qual fu presa tanto multiplice dell'avanzo A F, quanto I H dell'eccesso F B) stimai ben fatto variare alquanto la construzione da quella, che nel seguente Dialogo del Galileo si vedrà distesa. Imperciocchè, se, dopo aver presa la I H multiplice dell'eccesso



B F talmente che ella superi C, ne accadesse, com'in effetto accader può, che H L, presa altrettanto multiplice di E A, fosse non ostante minor di C, allora la minima multiplice di C, che è la dupla, anzi ogni grandezza eguale a C supererebbe H L, nè perciò vi sarebbe modo di pigliare la N P multiplice di C prossimamente maggiore di H L, dalla quale (tolta poi una parte P Q uguale a C) rimanesse Q N uguale, o minore di H L. Perchè nel caso che la multiplice N P fosse dupla di C, tolta una parte P Q, vi resterebbe Q N, che è uguale a C, ancor maggiore di H L: e nel caso che N P fusse uguale a C, toltane una parte non vi rimarrebbe cosa alcuna; che però dopo aver presa la I H multiplice di B F, e maggiore di C, non sempre si potrebbe continuare la dimostrazione con dire I H è maggiore di C,

ovvero di PQ, & HL è maggior di QN, adunque tutta IL è maggior di tutta PN; perchè tal volta potrebb' anch' esser il composto IL uguale al composto PN, e tal volta minore, com' apparisce nell' esempio di questa figura.

A voler dunque concludere, com' è 'l bisogno, che tutta IL sia maggior di tutta PN è necessario, che non solo IH multiplice di



BF sia presa maggior di C, ovvero di PQ, ma ancora che HL sia maggiore, o eguale, cioè non minor di C, perchè così essendo, si potrà anco prendere NP multiplice di C, e prossimamente maggiore di HL, e col finire la comandata construzione, dimostrar poi quivi la proposta, che s' è veduta.

PROPOS. IV.

Q difin. del V. degli Elementi, cioè Converso del Corollar della Prop. pr. di questo dimostrato dal Galileo:

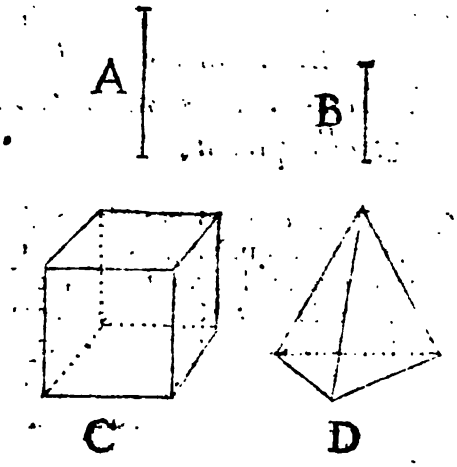
SE, di quattro grandezze date a due a due omogenee, l' ugualmente multiplici dell' antecedenti prima, e terza prese secondo qualunque numero s' accorderanno sempre nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere l' ugualmente multiplici rispettivamente delle conseguenti seconda, e quarta, presi similmente secondo qualunque numero, tali grandezze saranno fra loro proporzionali.

SIENO le date grandezze A prima; e B seconda d'un medesimo qualunque genere, e C terza, e D quarta, pur tra loro

ro d'uno ſteſſo qualunque genere, e delle A, C, s' intendano preſe l'ugualmente multiplici ſecondo qualſiſia numero, e delle B; D ancora l' ugualmente multiplici ſecondo qualunque numero. Dico che ſe la multiplice della grandezza A è ſempre concorde colla multiplice della B, come la multiplice della C colla multiplice della D nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'eccedere; tali grandezze ſon tra loro proporzionali, cioè che A a B ſta come C a D.

IMPERCIOCCHE', ſe è poſſibile, ſieno non proporzionali. Adunque una dell' antecedenti ſarà maggior di quel, che ella dovrebbe per avere alla ſua conſeguente proporzione ſimile a quella dell'altra antecedente alla ſua conſeguente.

SIA per eſempio l'antecedente A maggior del biſogno: adunque ſi potranno pigliare dell'antecedenti A, C, l' ugualmente multiplici in una tal maniera, ed anco delle conſeguenti B, D, nel modo inſegnato [a] che 'l multiplice di A ſia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non ſia maggiore, anzi minore del multiplice di D; ma queſto è totalmente contro 'l ſuppoſto che è, che tali multiplici ſieno ſempre concordi, &c. Adunque A non è maggior del biſogno; nè anco C, per le ſteſſe ragioni. Onde A a B ſta come C a D, cioè queſte date grandezze ſon tra loro proporzionali. Il che biſognava dimoſtrare.



[a] 3. Prop.

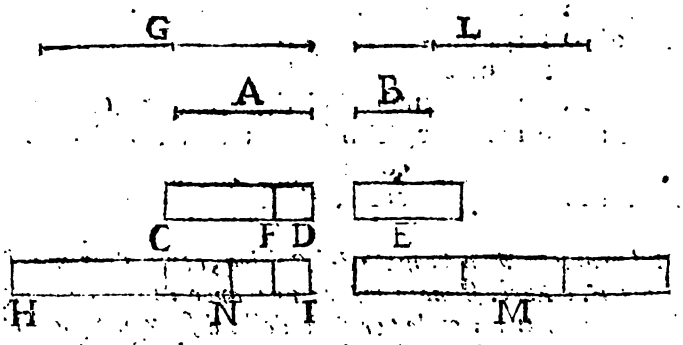
Ed in tal maniera vien provata dal Galileo, come Teorema, la 5. diſinizione del V. d'Eucl. ſtimata fin'ora non aver in ſe l'evidenza degli altri principj Geometrici onde per l'uſo della diſinizione ſuddetta in alcune Proporzioni, sì di queſto libro, come del ſeſto, dell'undecimo, e del duodecimo; & in altre ancora d'Archimede, di Pappo, e di tutti gli altri Geometri (che per dimoſtrare la proporzionalità frà quattro grandezze, ſi vagliono dell'egualmente multiplici) non dovranno gli Studioſi incontrar per l'avvenire alcuna difficultà.

PROPOS. V.

7 diffin. del V. degli Elementi, cioè Converſo della 3. Prop. di queſto dimoſtrato col Galileo.

SE, di quattro grandezze date, a due, a due omogenee, preſe l' ugualmente multiplici dell' antecedenti prima, e terza ſecondo qualche numero, e preſe in qualche maniera l' ugualmente multiplici delle conſeguenti ſeconda, e quarta, il multiplice della prima avanzerà il multiplice della ſeconda, ma quel della terza non avanzerà quel della quarta; le date quattro grandezze non ſaranno proporzionali, ma in ſenſo dell'ottava diffinizione di queſto, la prima alla ſeconda avrà maggior proporzione, che la terza alla quarta.

SIENO le quattro grandezze date A prima, e B ſeconda d' uno ſteſſo qualunque genere; C D terza, & E quarta pur di uno qualunque medeſimo genere, e ſuppongaſi che preſe in qualche maniera le G, H I ugualmente multiplici dell' antecedenti A, C D, e le L, M ugualmente multiplici delle conſeguenti B,



E, ſi trovi, che la G multiplice di A ſia maggior della L multiplice di B, ma che la H I multiplice di C D non ſia maggior della M multiplice di E. Dico che le A, B, C D, E, non ſono proporzionali, ma che A a B à proporzione maggiore di C D ad E, cioè che, in ſenſo dell'ottava diffinizione, A è maggiore di quello,

quello, che ella dovreb'esser per avere alla B la medesima proporzione, che à la CD alla E.

SE è possibile, non sia A maggior del dovere: Adunque o ella sarà precisamente proporzionale, o minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale con la B, come è la C D con la E, sempre l'ugualmente multiplici della prima, e della terza sarebbero concordi [a] nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'eccedere l'ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; Ma esse non son concordi, conforme a che si è supposto, adunque queste date grandezze non son proporzionali.

[a] *Coroll. della prima Prop.*

SIA ora la A minor del giusto, se possibile è, per avere alla B la medesima proporzione, che la C D alla E. Se questo è dunque, segno è che la terza C D è maggior del giusto per avere alla quarta D simil proporzione della prima A alla seconda B.

S'INTENDA per tanto levato dalla terza C D l'eccesso D F, che la fa essere maggior del giusto, talmente che la rimanente C F resti appunto proporzionale alla E, come è la A alla B: e dalla H I si prenda la H N multiplice della parte C F, quanto tutta la H I è multiplice di tutta la C D, ovvero quanta è la G multiplice della A; ma già sono le L M egualmente multiplici delle B, E, e la C F alla E si dice stare come la A alla B, adunque la H N multiplice di C F s'accorderà [b] con la M multiplice di E, come la G multiplice di A con la L multiplice di B; ma G, per suppositione, supera L, adunque anco H N supera M, e la H I supera H N (perche C D summultiplice di H I è maggiore di C F, summultiplice di H N) adunque tanto più H I supera M; il che è contro 'l supposto, che fu che G superasse L, & H I non superasse M. Non è dunque A minor del giusto per avere A a B la proporzione che à C D ad E; e sopra si dimostrò ancora essa A non esser proporzionale con la B, come è la C D con la E: adunque A necessariamente è maggiore del giusto, cioè, in senso della settima difinizione di questo, A a B à maggior proporzione di C D ad E. Se adunque di quattro quantità date &c. Il che si dovea dimostrare.

[b] *Coroll. della prima Prop.*

ED in tal guisa riman provata dal Galileo, come Teorema, la 7. difin. del V. d'Euclide, e rimossa la difficultà che arrecava l'uso di essa nella Proposizione ottava del medesimo Libro.

PRO-

PROPOS. VI.

Seconda parte della Prop. 8. del V. degli Elementi da me dimostrata.

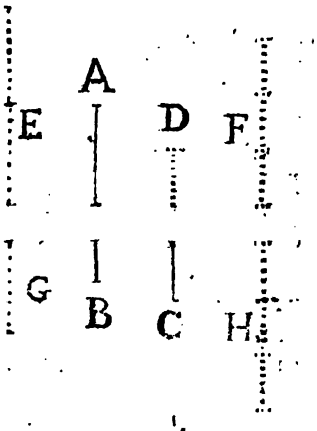
VNA medesima grandezza alla minor di due altre omogenee disuguali, à maggior proporzione che alla maggiore.

SIENO due grandezze omogenee disuguali, A maggiore, B minore, e qualunque terza pur ad esse omogenea, C. Dico che la C alla B à maggior proporzione, che alla A.

INTENDASI altra D ugnale alla C.

[a] 3. *Assioma.* AVRA' dunque A a D la medesima [a] proporzione che A a C.

[b] 4. e 5. *Assioma.* E perche A è data maggior di B, & è una C terza grandezza ad esse omogenea, avrà A a C, ovvero a D maggior [b] proporzione che B alla stessa C: e però delle A, B, come prima, e terza si potranno pigliar l'ugualmente multiplici E, G, e delle D, C come seconda, e quarta l'ugualmente multiplici F, H, talmente che [c] la multiplice E superi la F, ma la G non superi la H, anzi le sia minore. Sia dunque ciò fatto. E perche E supera F, e G è minor di H, sarà H maggior di G, & F minor di E: Sicchè considerate ora C come prima grandezza, B come seconda, D come terza, & A come quarta, essendosi prese le H, F, ugualmente multiplici della prima, e della terza C, D, e le G, E, ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, A, e provato che H multiplice della prima C supera G multiplice della seconda B, ma che F multiplice della terza D è minore di E multiplice della quarta A, avrà la prima C alla seconda B maggior [d] proporzione che la terza D alla quarta A; ma C e D sono uguali per construzione, adunque la sola terza grandezza C alla minore B à maggior proporzione, che alla A. Il che si dovea dimostrare.



[c] *Prop. 3.*

[d] *Prop 5.*

E questa è la seconda parte dell'ottava Propos. del V. d'Euclide da me dimostrata.

PRO-

PROPOS. VII.

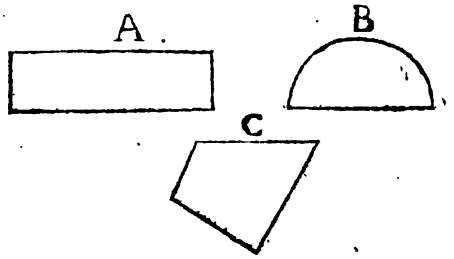
Di due grandezze, che anno proportione ad una terza, quella che à maggior proportione, è maggiore. E quella alla quale la terza à maggior proportione, è minore.

Prop 10 degli Elementi dimostrata con Euclide, & è il cõverso dell'8. difin. della 6. Prop. di questa.

ABBIA la grandezza A alla C maggior proportione, che la B alla C. Dico che A è maggior di B.

IMPERCIOCCHE' se A non è maggior di B sarà ugnale, o minore. S'ella fosse uguale, avrebbe [a] la A alla C la medesima proporzione, che la B alla medesima C, ma essa l'à maggiore pe 'l supposto, adunque non è A uguale a B.

[a] 3. *Assioma di questo.*



SE fosse minore A di B, avrebbe [b] A a C minor proporzione, che B a C, ma l'à maggiore, pe 'l supposto, adunque A non è minor di B: E si è provato non esser uguale, ond'ell'è maggior di B per necessità.

[b] 4. *Assioma.*

ABBIA in oltre C a B maggior proporzione che ad A. Dico che B è minor di A.

IMPERCIOCCHE' se B non fosse minor di A, o sarebbe uguale, o maggiore. Se uguale, avrebbe [c] C a B la medesima proporzione della stessa C ad A, ma l'à maggiore, per il dato, dunque non è B uguale ad A.

[c] 3. *Assioma.*

SE fosse B maggior di A, avrebbe [d] C a B minor proporzione che ad A, ma l'à maggiore, pe'l supposto, non è dunque B maggior di A, non è anco uguale ad A, come poco sopra si è dimostrato, e però B è necessariamente minor di A. Il che bisognava provare.

[d] 6. *Prop.*

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 10. del V.

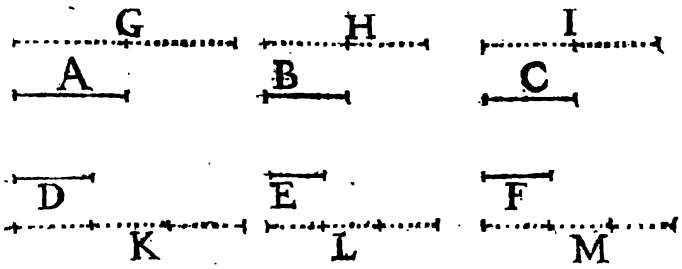
PROP.

PROPOS. VIII.

Prop. 12. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE, tra le grandezze omogenee, quante si vogliano antecedenti saranno proporzionali ad altrettante conseguenti, ciascuna di ciascuna; come è una dell'antecedenti alla sua conseguente, così saranno tutte l'antecedenti 'nsieme a tutte 'nsieme le loro conseguenti.

SIENO tra le grandezze omogenee quante si vogliano antecedenti A, B, C, con altrettante conseguenti D, E, F, e ciascuna di ciascuna sia nella medesima proporzione, cioè stia A a D, come B ad E, e come C ad F. Dico che la proporzione di una ad una, per esempio di A a D è simile alla proporzione di tutte 'nsieme le A, B, C, a tutte 'nsieme le D, E, F.



PRENDANSI le G, H, I, ugualmente multiplici quanto si vuole delle A, B, C, e le K, L, M, in qualunque modo pur egualmente multiplici delle D, E, F.

PERCHE dunque A a B sta come B ad E, e delle A, B, sono le G, H, ugualmente multiplici, siecome delle D, E, sono ugualmente multiplici le K, L, si accorderà [a] la G con la K, come la H con la L in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi. Per le medesime ragioni sarà concorde H con L come I con M, e per tanto s'accorderanno tutte 'nsieme con tutte 'nsieme, come una con una, cioè se G è uguale a K, ancora le G, H, I insieme prese saranno uguali alle K, L, M insieme prese, e se G è maggior di K, anco l'insieme G, H, I saranno maggiori dell' insieme

[a] Coroll. della prima Prop.

sieme K, L, M, e se è minore, minore. Ma essendo G multiplice di A, come H di B, e come I di C; la sola G sarà [a] multiplice della sola A, come la somma G, H, I della somma A, B, C; e per la stessa ragione la K sarà multiplice della D, come la somma K, L, M della somma D, E, F: ed ora s'è provato che G multiplice di A, s'accorda con K multiplice di D in quel modo che la somma G, H, I multiplice della somma A, B, C s'accorda con la somma K, L, M multiplice della somma D, E, F, adunque la grandezza A alla D sta [b] come la somma A, B, C alla somma D, E, F. Onde se grandezze omogenee quante si vogliano saranno proporzionali ad altrettante, la proporzione che è tra una delle antecedenti alla sua conseguente sarà simile alla proporzione che è tra tutte l'antecedenti insieme a tutte insieme le conseguenti. Il che bisognava dimostrare.

[a] Prop. 2.

[b] Prop. 4.

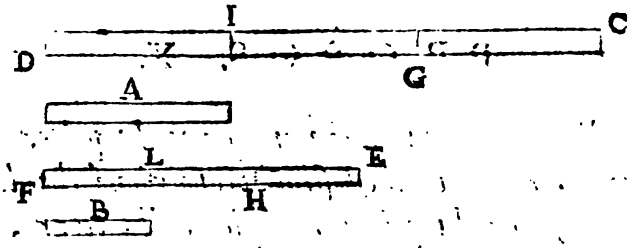
E questa è la dimostrazione d' Euclide della Prop. 12. del V.

PROPOS. IX.

LE grandezze omogenee anno tra loro la medesima proporzione delle loro ugualmente multiplici: Cioè LE parti stanno fra loro come le ugualmente multiplici.

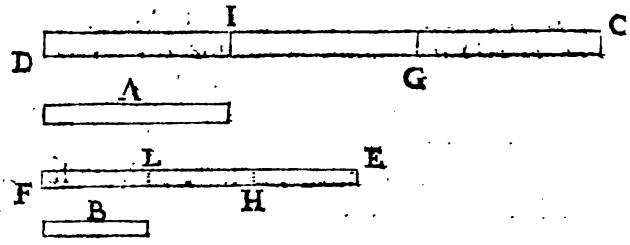
Prop. 15. del V. Libro degli Elementi dimostrata con Euclide,

DELLE grandezze omogenee A, B, sia la D C multiplice della A, come la F E della B. Dico che D C ad F E sta come A a B.



IMPERCIOCCHE' essendo D C multiplice di A come F E di B, dividendo le D C, F E nelle parti uguali alle A, B, tante parti saranno nella D C uguali ad A, quante nella F E uguali

guali a B. Sieno per tanto le parti in D C le D I, I G, G C, & in F E sieno le F L, L H, H E. Essendo dunque ciascuna delle D I, I G, G C uguali ad A saranno quelle uguali tra loro, siccome tutte le F L, L H, H E, tra loro uguali: e però come
[a] 3. Assioma. D I ad F L, così [a] sarà I G ad L H, e così G C ad H E; e co-
[b] Prop. 8. me una dell' antecedenti ad una delle conseguenti, così [b] tutte a



tutte. Onde come D I ad F L, ovvero come A a B così sarà D C multiplice di A ad F E ugualmente multiplice di B. Adunque le grandezze omogenee summultiplici sono nella medesima proporzione delle loro ugualmente multiplici. Il che si dovea dimostrare.

E questa è la prova d'Euclide della Prop. 15. del V. degli Elementi, la quale fors'anco si poteva senza scrupolo riporre fra gli Assiomi, essendo per se stesso manifesto, che qual proporzione, o rispetto, o relazione à la prima di due grandezze omogenee verso la seconda, tale l'anno due delle prime verso due delle seconde, e tale tre verso tre, e venti verso venti, &c.

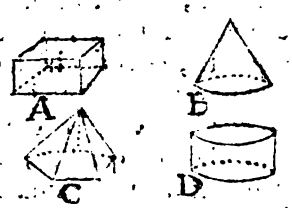
PROPOS. X.

Prop. 14. del V. degli Elem. dimostrata con Euclide.

SE di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda avrà la medesima proporzione che la terza alla quarta, e sia la prima maggior della terza, anco la seconda sarà maggior della quarta, e se è uguale, uguale, e se è minore, minore.

SIENO

SIENO quattro grandezze omogenee A, B, C, D, e la prima A alla seconda B stia come la terza C alla quarta D, e sia la prima A maggiore della terza C. Dico che anco la seconda B è maggiore della quarta D; e che se è uguale, uguale; e se è minore, minore.



POICHE', se A sarà maggior di C, avrà A a B maggior * proporzione che la C alla medesima B, ma come l' A alla B così fu data C a D, adunque anco C a D à maggior ' proporzione della medesima C alla B, e però D è minor b di B, cioè B maggiore di D.

MA se A sarà uguale a C, avrà l' A alla B la medesima c proporzione della C alla stessa B, ma come A a B, così sta C a D, pe'l supposto, adunque anco C a D à la medesima d proporzione della stessa C alla B: Onde la D è uguale e alla B, cioè la B alla D.

SE finalmente A sarà minor di C, avrà l' A alla B minor f proporzione della C alla medesima B, ma come A a B, così fu posta esser C a D, adunque anco C a D à minor proporzione g della stessa C alla B, sicchè D è maggior h di B, cioè la B minor della D. Se dunque di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda, &c. Il che si dovea dimostrare.

* 4. *Assioma.*
' 5. *Assioma.*
b 7. *Prop.*
c 3. *Assioma.*
d 5. *Assioma.*
e 3 *Assioma.*
f 4. *Assioma.*
g 5. *Assioma.*
h *Prop.* 6.

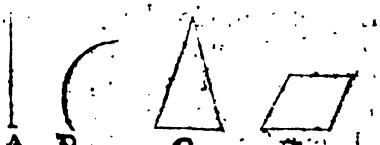
E questa è la prova d' Euclide della Prop. 14. del V. libro.

PROPOS. XI.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno proporzionali, e convertendole saranno proporzionali.

Coroll. della 4. Prop. del V. degli Elementi dimostrato con Euclide.

SIA come A a B d'un medesimo qualunque genere, così C a D pur di un solo qualunque genere. Dico che anco B ad A sta come D a C.



E questo modo d'argomentare dicasi. *Convertendo.*

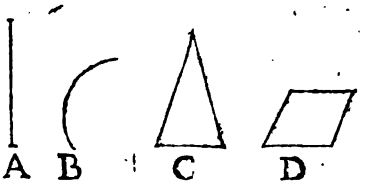
ESSENDOSI dimostrato * che di queste quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, sempre quali si siano ugualmente multi-

* Coroll della prima Prop.

 plici

plici della prima, e della terza A, C, s'accordano con quali si sieno ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, D, in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi; è manifesto, che queste medesime multiplici prese conversamente si accordano ancor sempre in mancare, o in avanzare, o in pareggiarsi. E però considerando le quantità B, D, come prima, e terza, e le A, C, come seconda, e quarta, essendochè sempre l'ugualmente multiplici di quelle s'accordan con l' ugualmente multiplici di queste, avrà la prima B alla seconda A la medesima [a] proporzione che la terza D alla quarta C. Laonde se quattro grandezze a due a due omogenee son proporzionali, prese al contrario, ovvero *Convertendo* saranno ancora proporzionali. Il che bisognava dimostrare.

[a] 4. Prop.



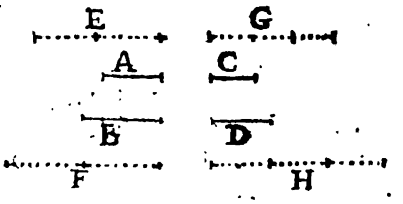
E questa è la prova d'Euclide del Corollario della Prop. 10. del V.

PROPOS. XII.

Prop. 16. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE quattro grandezze omogenee saranno proporzionali, ancora permutandole *saranno proporzionali.*

SIENO le date quattro grandezze omogenee proporzionali A, B, C, D, cioè stia l'antecedente A al suo conseguente B, come l'antecedente C al suo conseguente D. Dico che ancora l'antecedente A all'antecedente C sta come 'l conseguente B al conseguente D.



E questo modo d'argomentare dicasi. *Permutando.*

PRENDANSI delle A, B, l'ugualmente multiplici E, F, secondo qualunque numero; siccome delle C, D, l' ugualmente multiplici G, H pur secondo qualunque numero.

[b] Prop 9.

STARA' dunque come la multiplice E all'ugualmente multiplice F, così [b] la parte A alla parte B, ma anco C a D s'è posto esser come

come A a B, adunque E ad F sta [a] come C a D, ma anco la multiplice G alla H sta [b] come C a D, adunque E ad F sta similmente come [c] G ad H. Onde se la prima E fosse uguale alla terza G, anco la seconda F sarebbe [d] uguale alla quarta H, se maggiore, maggiore, e se minore, minore; Sicchè le E, F convengono con le G, H in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi, ma quelle son ugualmente multiplici delle A, B, e queste delle C, D; adunque A a C sta [e] come B a D. E però se quattro grandezze omogenee son fra loro proporzionali, ancora *Permutandole* sono proporzionali.

[a] 5. *Assioma.*
[b] *Prop.* 9
[c] *Assioma.*
[d] *Prop.* 10.
[e] *Prop.* 4.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 16. *del V. Lib.*

ALTRIMENTI

Senza l'ugualmente multiplici.

Altra dimostrazione aggiunta da me.

POSTE le medesime cose. La proporzione di A a C è [f] *composta della proporzione di A a B, e della proporzione di B a C, ma come A a B, così si è dato stare C a D, adunque la proporzione di A a C è composta di quella di C a D, e di quella di B a C, ma anco la proporzione di B a D è composta delle medesime proporzioni di C a D, e di B a C; adunque le proporzioni di A a C, e di B a D, essendo composte di due simili proporzioni, sono simili* [g] *fra di loro. Il che &c.*

[f] *Diffin.* 14.
[g] *Assioma* 9.

PROPOS. XIII.

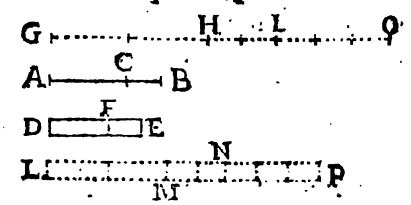
Prop. 17. *del V. degli Elementi dimostrata da Euclide.*

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno composte proporzionali, e dividendole *saranno proporzionali.*

SIENO due grandezze omogenee, e composte insieme A B, B C, & altre due pur omogenee, e composte insieme D E, E F, e sien tra loro proporzionali, cioè come A B a B C, così D E, ad E F. Dico che, *dividendole*, anco A C a C B sta come D F ad F E.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Dividendo, o per la divisione della proporzione.*

PRENDANSI delle AC, CB, e delle DF, FE, le GH, HI, e le LM, MN ugualmente multiplici secondun medesimo qualunque numero; & in oltre delle CB, FE si prendano l'ugualmente multiplici IO, NP, pur secondo uno stesso qualunque numero.



PERCHE' dunque l' HI è multiplice di CB, come l' MN di FE, il numero delle CB nella HI sarà uguale al numero della FE nella MN. Similmente, perchè IO è multiplice di CB, come NP di FE; il numero delle medesime CB nella IO sarà uguale al numero delle FE nella NP. Se dunque il numero in HI è uguale al numero in MN, & il numero in IO al numero in NP, tutto 'l numero delle CB in HO, sarà uguale a tutto 'l numero dell' FE in MP: Onde le HO, MP sono ugualmente multiplici delle CB, FE.

E perchè GH è multiplice di AC, come HI di CB, sarà il composto GI multiplice del composto AB, come [a] una di una, cioè come GH di AC, ovvero come LM di DF, cioè come MN di FE, ovvero come 'l composto LN del composto DE. Ma sta come la prima AB alla seconda BC, così la terza DE alla quarta EF, e della prima, e della terza si son provate ugualmente multiplici le GI, LN; e della seconda, e della quarta si provaron di sopra ugualmente multiplici le HO, MP, adunque l'ugualmente multiplici della prima, e della terza saramo concordi [b] con l' ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; cioè se GI è uguale ad HO, anco LN sarà uguale ad MP; e se è maggiore, maggiore, e se è minore, minore: Onde tolte le parti comuni HI, MN, anco il residuo GH s'accorderà col residuo IO, come 'l residuo LM col residuo NP in pareggiarsi, o in avanzare, o in mancare: E però considerata AC come prima grandezza, CB come seconda, DF come terza, & FE come quarta, essendosi prese le GH, LM ugualmente multiplici della prima, e della terza, e le IO, NP ugualmente multiplici della seconda, e della quarta e dimostrato, che quella della prima concorda con quella della seconda, come quella della terza con quella della quarta, starà [c] la prima alla seconda come la terza alla quarta, cioè la AC alla CB come la DF all' FE. E però quando le grandezze sono com-

[a] *Prop. 2.*

[b] *Coroll. della prima.*

[c] *Prop. 4.*

poste

poſſe proporzionali, e *dividendole* ſon ancora proporzionali. Il che &c.

E queſta è la dimoſtrazione d'Euclide della Prop. 17. del V. Libro.

COROLL.

ESSENDOSI dimoſtrato quì in primo luogo, che quando la HI è multiplice della CB, come la MN dell' FE, e che quando la IO è multiplice della ſteſſa CB, come la NP della medeſima FE, il compoſto HO è multiplice della detta CB, come 'l compoſto MP della ſteſſa FE, ſi cava, che quando la prima è multiplice della ſeconda, come la terza della quarta, e la quinta della ſeconda, come la ſeſta della quarta, anco 'l compoſto della prima, e quinta è multiplice della ſeconda, come 'l compoſto della terza, e ſeſta è multiplice della quarta. Il che &c.

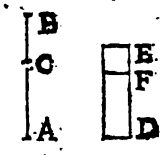
Prop. 2 del V. degli Elementi dedotta da me.

E queſta è la dimoſtrazione della Prop. 2. del V. d'Euclide, da me dedotta.

AGGIVNTA I.

DAL dimoſtrato fin quì facilmente ſi deduce, che quando AB a BC ſta come DE ad EF, anco BC a CA ſta come EF ad FD.

E queſto modo d'argomentare dicaſi. *Per diviſione converſa di proporzione.*



Scolio del Clavio alla Propoſ. 17. del V. degli Elementi.

PERCHE' eſſendo AB a BC, come DE ad EF, dividendo [a] ſtarà AC a CB come DF ad FE, e convertendo [b] BC a CA ſtarà come EF ad FD. Il che &c.

[a] *Prop. 13.*
[b] *Prop. 13.*

AGGIVNTA II.

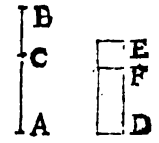
SI cava in oltre, che quando BC a BA ſta come EF ad ED, anco BC a CA ſta come EF ad FD.

Scolio del Clavio alla Prop. 17. del V. degli Elementi.

E questo modo d' argomentare dicasi. *Per division contraria di proporzione.*

PERCHE' essendo BC a BA, com' EF ad ED, convertendo [a] AB a BC starà come DE ad EF, e dividendo [b] AC a CB come DF ad FE; e di nuovo convertendo [c] BC a CA starà come EF ad FD. Il che &c.

[a] Prop. 11.
[b] Prop. 13.
[c] Prop. 11.



PROPOS. XIV.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno divise proporzionali, e componendole saranno proporzionali.

Prop. 18. del V. degli Elementi dimostrata da me senza la Prop. 10. di questo della quale si serve Eucl.

SIENO due grandezze omogenee AB, BC, insieme congiunte, & altre due similmente omogenee unite insieme DE, EF, e tra loro sieno proporzionali, cioè stia come AB a BC così DE ad EF. Dico che componendole come AC a CB così sta ancora DF ad FE.

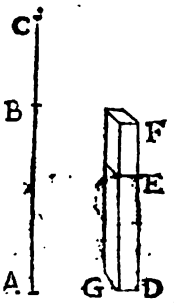
E questo modo d' argomentare dicasi. *Componendo.*

IMPERCIOCCHE' stia come AC a CB, così qualch'altra GF all' FE, che necessariamente GF sarà maggior di FE, essendochè anco AC è maggior di CB.

PERCHE' dunque si dice come AC a CB così stare GF ad FE, dividendole, starà come AB a BC così [d] GE ad EF; ma come AB a BC così sta ancora DE ad EF per la suppositione, adunque GE ad EF starà [e] come DE alla medesima EF, sicchè le GE, DE sono [f] tra loro uguali, onde aggiunta loro di comune la EF ne verrà la GF uguale alla DF, ma come AC a CB, così si pose stare ad GF, FE, adunque anco AC a CB sta come DF (che è uguale a GF) ad FE. Sicchè se le grandezze divise sono proporzionali, e' composte ancora sono proporzionali. Il che &c.

[d] Prop. 13.
[e] 8. Assioma.
[f] 1. Assioma.

GF ad FE



E così vien da me dimostrata la Prop. 18. del V. d'Euclide.

AGGIVN-

AGGIVNTA I.

QVI' può dedurſi, che quando AB a BC ſta come DE ad EF diviſamente preſe, anco CA ad AB ſta come FD a DE. *Scolio del Clavio alla Prop 18 degli Elementi.*

E queſto modo d'argomentare dicaſi. *Per compoſizion converſa di proporzione.*

PERCHE' eſſendo AB a BC come DE ad EF, convertendo [a] anco CB a BA ſtarà come FE ad ED, e componendo [b] CA ad AB ſtarà come FD a DE. Il che &c. [a] *Prop.* 11. [b] *Prop.* 14.

AGGIVNTA II.

SIMILMENTE ſi dà che quando AB a BC diviſamente ſta come DE ad EF, ancora AB ad AC ſta come DE a DF. *Scolio del Clavio alla Prop. 18. del V degli Elementi.*

E queſto modo d'argomentare dicaſi. *Per compoſizion contraria di proporzione.*

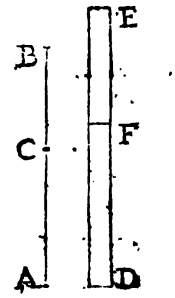
PERCHE' eſſendo AB a BC, come DE ad EF, convertendo [c] BC a BA ſtarà come EF ad ED, e componendo [d] CA ad AB ſtarà come FD a DE, e di nuovo convertendo [e] AB ad AC ſtarà come DE ad DF. Il che &c. [c] *Prop.* 11. [d] *Prop* 14. [e] *Prop.* 11.

PROPOS. XV.

Corollar. della Prop. 19. del V. degli Elementi dimostrato col Clavio.

SE quattro grandezze a due a due omogenee son composte proporzionali, e per la conversione della proporzione saranno proporzionali.

SIENO due grandezze composte AB, BC, proporzionali a due altre composte DE, EF. Dico che anco BA ad AC sta come ED a DF.



E questo modo d'argomentare dicasi. *Per conversione della proporzione.*

PERCHE' essendo per supposizione AB a BC come DE ad EF, dividendo [a] anco AC a CB starà come DF ad FE, e convertendo [b] BC a CA come EF ad FD, e componendo [c] BA ad AC come ED ad DF. Onde quando le grandezze son composte proporzionali, anco *per conversione della proporzione* son fra loro proporzionali. Il che &c.

[a] *Prop.* 13.
[b] *Prop* 11.
[c] *Prop.* 14.

E così vien dimostrato dal Clavio il Corollario della Prop. 19. del V. d'Euclide.

PROPOS. XVI.

Prop. 19. del V degli Elementi dimostrata con Euclide.

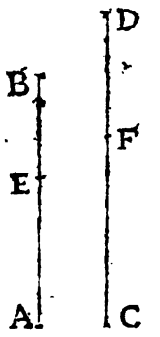
SE nelle grandezze omogenee sarà come tutta a tutta, così la parte levata dall'una alla parte levata dall'altra, la rimanente alla rimanente starà come tutta a tutta, o come la levata alla levata.

SIA tutta la grandezza AB a tutta la CD del medesimo genere, così la parte levata BE alla parte levata DF. Dico che la rimanente AE alla rimanente CF sta pure come tutta la AB a tutta la CD, o come la parte BE alla parte DF.

IMPERCIOCCHE' essendo, per supposizione, com' AB, a CD, così

così B E a D F, sarà permutando [a] A B a B E come C D a D F, e dividendo [b] A E ad E B come C F ad F D, e di nuovo permutando [c] la rimanente A E alla rimanente C F starà come la parte levata E B alla parte levata F D, ovvero come tutta la A B a tutta la C D.

SE dunque starà come tutta a tutta, così la parte levata alla parte levata, anco la rimanente alla rimanente starà come tutta a tutta, o come la parte levata alla levata. Il che si doveva dimostrare.



[a] *Prop* 12.
[b] *Prop.* 13.
[c] *Prop.* 12.

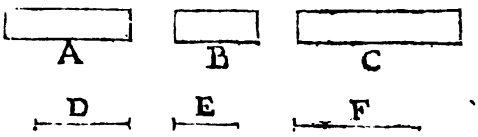
E quest' è la dimostrazione d'Enclide della Prop. 19. del V. Libro.

PROPOS. XVII.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie corrispondenti di ciascun' ordine sieno proporzionali, e sia la prima d'un' ordine maggiore della sua terza, sarà anco la prima dell' altr' ordine maggior della sua terza; e se è uguale, uguale; e se è minore, minore.

Prop. 20. del V. degli Elementi dimostrata cō Enclide.

SIENO tre grandezze A, B, C, omogenee d'un'ordine, & altrettante D, E, F, omogenee d'un'altro, e stia come la prima A alla seconda B, così la prima D alla seconda E, e come la seconda B alla terza C, così la seconda E alla terza F, e sia in primo luogo A maggior di C. Dico che ancora D è maggior di F.



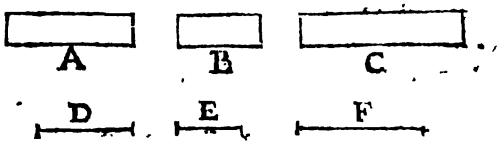
IMPERCIOCCHE', essendo la prima A posta maggior della terza C, la proporzione di A a B si dirà [a] maggiore della proporzione di C a B: ma la proporzione di D ad E è data simile a quella di A a B, adunque anco D ad E à [b] maggior proporzione di C a B. E perchè

[a] *4. Assioma.*
[b] *5. Assioma.*

[a] Prop. 11. B a C ſtà come E ad F, e convertendo ſta C a B come [a] F ad
[b] 5 Aſſioma. E, eſſendo provata la proporzione di D ad E maggior di quella
[c] Prop. 7. di C a B, ſarà la medeſima proporzione di D ad E maggior [b] ancora di quella di F ad E; e però ſarà [c] la prima D maggior della terza F.

MA ſe la prima A ſi porrà uguale alla terza C; Dico pure che la prima D è uguale alla terza F.

[d] 3. Aſſioma. PERCHE', eſſendo A uguale a C, la proporzione di A a B ſarà [d] come quella di C a B, ma come A a B così D ad E, per
[e] 5. Aſſioma. ſuppoſizione, dunque anco D ad E ſta [e] come C a B. E perchè come B a C, così fu data E ad F,



[f] Prop. 21. e convertendo ſta [f] come C a B, così F ad E, ſtarà
[g] 5. Aſſioma. ancora D ad E come [g] F ad E, e però anco D ſara uguale ad F.

SE finalmente la prima A ſi porrà minor della ſua terza C. Dico che anco la prima D è minor della ſua terza F.

IMPERCIOCCHE' eſſendo dato B a C come E ad F, & A a
[h] Prop. 11. B come D ad E, e convertendole [h] ancora C a B ſtarà come F ad E, e B ad A come E a D; ma perche A ſi pone minor di C, ſarà C maggior di A: onde per la prima parte di queſta dimoſtrazione eſſendo la prima C maggior della terza A, ſarà ancora la prima F maggior della terza D; cioè convertendo eſſendo A minor di C ſarà anco D minor di F. Il che &c.

E queſta è la dimoſtrazione d'Euclide della Prop. 20. del V. Lib.

PROPOS. XVIII.

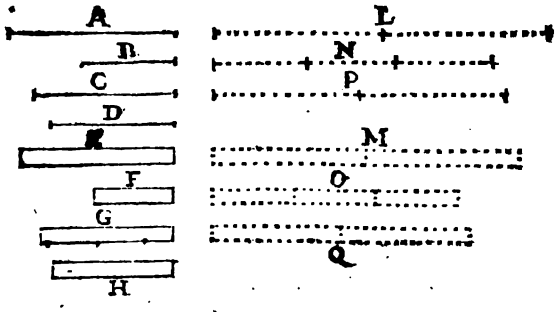
Prop 22 del V. degli Elementi dimoſtrata con Euclide.

SE ſaranno quante ſi vogliano grandezze omogenee, ed altrettante pur omogenee, e le coppie ordinatamente corriſpondenti di ciaſcun' ordine ſieno tra loro nella medeſima proporzione, ancora per l'egualità ordinata *ſaranno proporzionali. Cioè la prima del prim' ordine all'ultima ſtarà come la prima del ſecondo all'ultima.*

DI

DI due ordini dati d'ugual numero di grandezze omogenee sia l'uno A, B, C, D, e l'altro E, F, G, H, e sia la coppia A, B, proporzionale alla E, F; la B, C, alla F, G; e la C, D, alla G, H. Dico, che la prima grandezza A all'ultima D sta come la prima E all'ultima H.

E quello modo d'argomentare dicasi. *Per l'egualità in proporzione ordinata.*



SI considerino prima le tre prime grandezze A, B, C, del primo ordine, e le tre prime E, F, G, del secondo: e delle due omologhe A, E, s'intendano prese qualunque ugualmente multiplici L, M; siccome dell'omologhe B, F, qualunque egualmente multiplici N, O; & anco delle C, G, quali si sieno ugualmente multiplici P, Q.

E perchè la grandezza A alla B si pone stare come E ad F, e delle A, E, sono egualmente multiplici le L, M, e delle B, F egualmente multiplici le N, O, starà [a] ancora L ad N come M ad O. E per la medesima ragione N a P starà come O a Q. Sono dunque tre grandezze L, N, P, d'un'ordine, e tre M, O, Q, d'un'altro, & a coppia a coppia si son provate proporzionali, però se la prima L supera la terza P, anco la quarta M supererà [b] la sesta Q, e se sarà uguale, uguale, e se minore, minore; ma le L, M, son prese egualmente multiplici delle A, E, come prima, e terza; e le P, Q delle C, G, come seconda, e quarta; e s'è ora provato che la multiplice L della prima s'accorda con la multiplice P della seconda come la M della terza con la Q della quarta in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi: adunque starà la prima alla seconda, come [c] la terza alla quarta, cioè la A alla C come la E alla G.

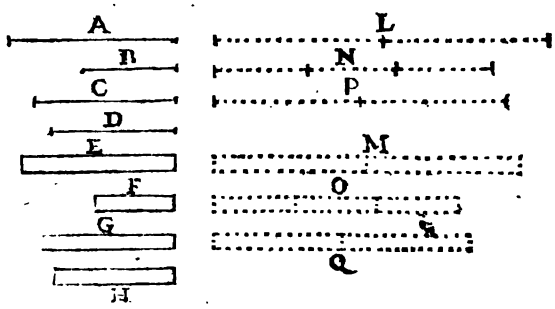
[a] Prop. 1.

[b] Prop. 17.

[c] Prop. 4.

CONSI-

CONSIDERANDO poi le tre A, C, D, e le tre E, G, H. Essendosi ora provato che A a C sta come E a G, e stando, per supposizione, C a D come G ad H; nel modo che s'è dimostrato delle tre A, B, C, e delle tre E, F, G, che la prima all'ultima sta come la prima all'ultima, nel medesimo si proverà delle



tre A, C, D, e delle tre E, G, H, che A a D sta come E ad H. E se rimanessero altre date grandezze in questi ordini, si continuerebbe la dimostrazione nel modo stesso. E però quando in due ordini d'ugual numero di grandezze omogenee le coppie corrispondenti sono proporzionali, la prima grandezza all'ultima del prim'ordine sta *per l'ugualità in proporzione ordinata* come la prima all'ultima del secondo ordine. Il che si doveva, &c.

E quest'è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 22. del V. Libro

Aggiunta da me.

ALTRIMENTI
Senza l'ugualmente multiplici.

Def. 14

[a] Prop. 14.

DATE le medesime cose. La proporzione della prima A all'ultima D è [a] composta di tutte le proporzioni di mezzo di A a B di B a C, di C a D. Similmente la proporzione della prima E all'ultima H è composta di tutte le proporzioni di mezzo tra E, & F, tra F, e G, e tra G, & H, ma nel prim'ordine le proporzioni componenti son le medesime, cioè simili alle proporzioni componenti nel secondo, ciascuna a ciascuna ordinatamente, adunque anco le proporzioni composte di esse saranno [b] simili fra di loro, cioè la prima A all'ultima D starà come la prima E all'ultima H.

[b] 5. Assioma.

PROPOS.

PROPOS. XIX.

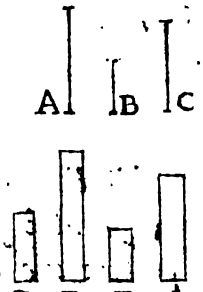
SE saranno tre grandezze tra loro omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie di ciascun'ordine sieno proporzionali, ma prese con ordine perturbato: ancora per l'ugualità perturbata saranno proporzionali.

Prop. 23. del V. degli Elem. dimostrata senza le multiplici, e senza la prop 21. d'Euclide secondo la prop. 11. del Trattato delle proporzioni del Torricelli.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altrettante tra loro omogenee D, E, F, che a due, a due sien nella medesima proporzione, ma con ordine perturbato, cioè A a B stia come E ad F, e B a C come D ad E; Dico che ancora A a C sta come D ad F.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per l'ugualità in proporzione perturbata.*

IMMAGINIAMOCI esser come B a C, ovvero come D ad E (che per suppositione à la medesima proporzione di B a C) così * F ad un'altra grandezza I.



* *Per la domanda di questo.*

SARANNO dunque le quattro grandezze D, E, F, I, proporzionali.

E perchè sta come A a B, così E ad F, per suppositione, e come B a C, così F ad I, per construzione, sarà per l'ugualità [b] in proporzione ordinata, A a C, come E, ad I. Ma per esser le D, E, e le F, I quattro grandezze proporzionali, starà permutando [c] D ad F come E ad I; ma ancora A a C s'è provato stare come E ad I, adunque la proporzione di A a C è la medesima [d] che di D ad F, convenendo l'una, e l'altra con la proporzione di E ad I. E però se saranno tre grandezze omogenee, & altrettante, &c. Il che si doveva dimostrare.

[b] *Prop. 18.*

[c] *Prop. 12.*

[d] *6. Assioma.*

E così dal Torricelli vien dimostrata la Prop. 23. del V. d'Euclide.

ALTRIMENTI senza la construzione.

Aggiunta da me.

LA proporzione di A a C si compone [e] della proporzione di A a B, ovvero di E ad F, e di B a C, ovvero di D ad E; ma

[e] *Prop. 14.*

*ma anco la proporzione di D ad F si compone delle medesime proporzioni di E ad F, e di D ad E, adunque la proporzione di A a C è * simile alla proporzione di D ad F, essendo l'una, e l'altra composta delle medesime proporzioni.*

* Assioma. 9.

COROLLARIO.

Propos. 21 del V. degli Elementi dedotta da me come Coroll.

DALL'esserſi dimoſtrato che A a C ſta coma D ad F, ſi deduce che ſe ſaranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee, che a due a due ſien proporzionali con proporzione perturbata, e che, per l'ugualità, ſia la prima maggior della terza nel ſuo ordine, anco la quarta ſarà maggior della ſeſta nel ſuo; e ſe uguale, uguale; e ſe minore, minore. Poichè proprietà delle proporzionali è, frà l'altre, di accordarſi fra loro i termini omologhi ad eſſer uguali, o maggiori, o minori.

E così vien provata da me la Prop. 21. del V. d'Euclide.

PROPOS. XX.

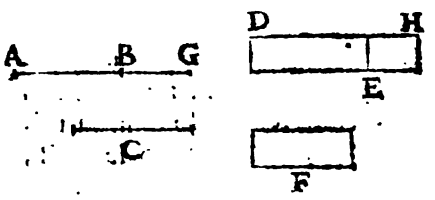
Prop. 24 del V. degli Elementi dimoſtrata con Euclide.

SE in due ordini omogenei di grandezze, la prima alla ſeconda nel prim' ordine avrà la medeſima proporzione che la terza alla quarta nel ſecondo, e la quinta alla ſeconda nel primo la medeſima, che la ſeſta alla quarta nel ſecondo, ancora 'l compoſto della prima, e quinta alla ſeconda del primo avrà la medeſima proporzione, che 'l compoſto della terza, e ſeſta alla quarta del ſecondo.

SIA nel prim' ordine di grandezze omogenee la prima A B alla ſeconda C come nel ſecondo di omogenee la terza D E alla quarta F, e la quinta B G alla ſeconda C, come la ſeſta E H alla quarta F. Dico che 'l compoſto della prima, e quinta A B, B G alla ſeconda C ſta come 'l compoſto della terza, e ſeſta D E, E H alla quarta F.

IMPER-

IMPERCIOCCHE' essendo B G, a C come E H ad F, sarà convertendo [a] C a B G come F ad E H. E perchè A B a C sta come D E ad F, per la supposizione, e C a BG sta come F ad EH, per il dimostrato, sarà per l' ugualità [b] in proporzione ordinata A B a B G come D E ad E H, e componendo [c] A G a G B come D H ad H E, e sta G B a C come H E ad F, per la supposizione; adunque di nuovo per l'ugualità [d] A G a C starà come D H ad F. Se dunque la prima alla seconda à la medesima proporzione, &c. Il che si doveva dimostrare.



[a] Prop. 11.
[b] Prop. 12.
[c] Prop. 14.
[d] Prop. 18.

E quest' è la dimostrazione d'Enclide della Prop. 24. del V. Libro.

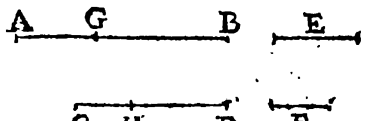
PROPOS. XXI.

SE quattro grandezze omogenee son proporzionali, la massima, e la minima di esse prese insieme, son maggiori delle due rimanenti insieme.

Prop 25 del V. degli Elementi dimostrata com Euclide.

SIENO le quattro grandezze omogenee A B, C D, E, F, e stia come A B a C D, così E ad F, e sia la A B la massima tra esse, & F la minima. Dico che la somma delle A B, F, è maggior della somma delle C D, E.

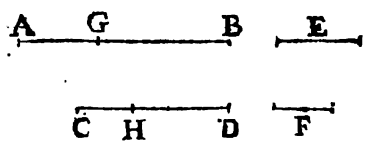
TAGLISI dalla A B la grandezza A G uguale ad E, e dalla C D la C H ugnale ad F.



SARA' dunque la A G alla C H come E ad F, ovvero come A B a C D, per la supposizione. Perche dunque tutta la A B, à tutta la C D sta come la parte levata A G, alla levata C H, sarà ancora [a] tutta la A B a tutta la C D come la rimanente G B alla rimanente H D. Ma tutta la A B è maggior di tutta la C D (per essersi posta A B la massima) adunque la rimanente G B sarà maggior della rimanente H D. E perchè A G, & E sono uguali,

[a] Prop. 16.

guali, aggiungendo loro le uguali F, C H, cioè la F alla A G, e la C H alla E, ne verranno le A G & F insieme, uguali alle E e C H insieme: Onde aggiunto alla prima somma la maggiore G B, & alla seconda somma la minore H D, ne verranno le A B, & F insieme, maggiori delle C D, & E insieme, cioè la massima con la minima maggiore delle due rimanenti insieme. Se dunque saranno quattro grandezze proporzionali, &c. Il che si doveva dimostrare.



E quest' è la dimostrazione d' Euclide della Prop. 25. del V. Libro.

IL FINE

Degli Elementi d'Euclide della Scienza Vniversale delle Proporzioni.

AVVERTIMENTO.

FIN quì si son posti tutti i Teoremi del V. Libro datici da Euclide, eccettuatine il terzo, il quinto, e 'l sesto intorno alle ugualmente multiplici, i quali, per esser Lemmi d' altri quì diversamente provati, e non aver' uso altrove, ci è parso ben di tralasciare come inutili. Ma perchè alcuni degl' Interpreti d'Euclide conobbero che per l' intelligenza d' Archimede, d' Apollonio, e d' altri gravi Autori Classici era necessaria la cognizione ancora d' altre Proposizioni supposte da essi, come se note fossero per mezzo degli Elementi, e queste per la maggior parte furono poi dimostrate da Pappo Alessandrino, ed altre dal Campano; perciò i medesimi Interpetri le aggregarono al numero di quelle del V. Libro. Di quì è che noi ancora (affinchè per la Scienza più Elementare delle Proporzioni non s' abbia da ricorrere ad altro Autore) non mancheremo di aggiungnerle, dimostrandole come fanno essi Pappo, e Campano, ma con l'ordine tenuto dal Padre Clavio, diligentissimo, e dottissimo Comentatore di tutti gli Elementi d' Euclide.

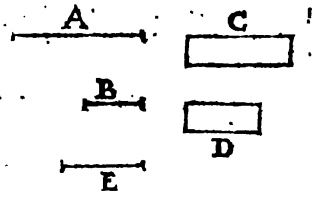
PROPOS.

PROPOS. XXII.

SE la prima alla ſeconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, convertendo, la ſeconda alla prima avrà minor proporzione che la quarta alla terza. Prop. 7. del 7. di Pappo.

ABBIA la grandezza A alla B maggior proporzione della C alla D. Dico che convertendo la B alla A à minor proporzione che la D alla C.

INTENDASI che altra grandezza E alla B ſtia [a] come la C alla D: ſarà dunque la proporzione di A a B maggior ancora della proporzione di E a B. E però ſarà [b] la A maggiore di E. Onde B ad A avrà minor [c] proporzione di B ad E. Ma come B ad E, così ſta convertendo D a C (perche come C a D, così ſta per conſtruzione E a B) adunque ancor la proporzione di B ad A è [d] minore che la proporzione di D a C. E però quando la prima alla ſeconda &c. Il che ſi doveva dimoſtrare.



[a] Per la domanda di queſto Trattato.

[b] Prop. 7.

[c] Prop. 6.

[d] 5. aſſioma.

PROPOS. XXIII.

Prop. 5 del 7. di Pappo.

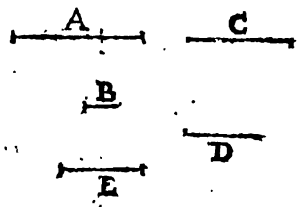
SE la prima alla ſeconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, permutando, la prima ancora alla terza avrà maggior proporzione, che la ſeconda alla quarta.

ABBIA, nella figura ſeguente, A a B maggior proporzione, che C a D. Dico che permutando ancora A a C à maggior proporzione di B a D.

IMPERCIOCCHE' s'intenda ch'un'altra E a B ſtia [a] come C a D. Sarà dunque la proporzione di A a B maggiore ancora

[a] Per la domanda di queſto Trattato.

ancora della proporzione di E a B, e però sarà A maggior [a] di E, & A a C avrà maggior [b] proporzione che E a C. E perche sta permutando E a G come B a D (essendosi posto che E a B stia come C a D) sarà dunque ancora la proporzione di A a C maggior [c] che di B a D. H che &c.



[a] Prop. 7.
[b] 4. Assioma.
[c] 5 Assioma.

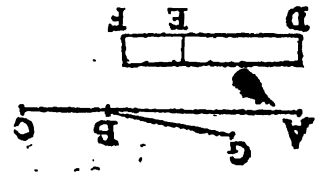
PROPOS. XXIV.

Prop. 3 del 7 di Pappo

SE, dividendo, la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo, anco la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta.

SIA la proporzione di AB a BC maggior della proporzione di DE ad EF. Dico che componendo anco la proporzione di AC a CB è maggior della proporzione di DF ad FE.

INTENDASI che un'altra GB alla BC stia [d] come DE ad EF. Sarà dunque la proporzione di AB a BC maggiore similmente [e] della proporzione di GB a BC, e però [f] sarà AB maggiore di GB; sicchè aggiunta a queste la comune BC, ne verrà AC maggior di GC: onde AC a CB avrà maggior [g] proporzione che GC alla medesima CB: ma componendo GC a CB sta come DF ad FE, perche si pose dividendo GB a BC come DE ad EF; adunque anco la proporzione di AC a CB sarà [h] maggiore della proporzione di DF ad FE. E però se dividendo la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo &c. Il che si propose di dimostrare.



[d] Per la domanda di questo Trattato.
[e] 5. Assioma
[f] Prop 7.
[g] 4. Assioma
[h] 5 Assioma.

PRO-

PROPOS. XXV.

SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e dividendo, avrà ancora la prima alla seconda maggior proporzione che la terza alla quarta.

Prop aggiunta, e dimostrata dal Comandino dopo la Prop. 5. del 7. di Pap.

ABBIA, nella passata figura, AC a CB maggior proporzione di DF ad FE. Dico che ancora dividendo AB a BC à maggior proporzione di DE ad EF.

INTENDASI che altra GC a CB stia [a] come DF ad FE: ancora AC a CB avrà [b] maggior proporzione di GC a CB; e però sarà AC maggior [c] di GC, e toltane di comune la BC, resterà la AB maggior di GB, e però AB a BC avrà [d] maggior proporzione che GB a BC: ma dividendo come GB a BC così DE ad EF (perche si pose GC, a CB come DF ad FE) adunque anco la proporzione di AB a BC è maggior [e] della proporzione di DE ad EF. E però se componendo la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e ancora dividendo &c. Il che fu proposto di dimostrare.

[a] *Domãda di questo Trat.*
[b] *5. Assioma.*
[c] *Prop 7.*
[d] *4. Assioma.*
[e] *5. Assioma.*

PROPOS. XXVI.

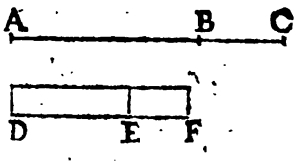
SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta. Per la conversion della proporzione, la prima con la seconda alla prima, avrà minor proporzione che la terza con la quarta alla terza.

Prop. 6. del 7. di Pappo.

SIA la proporzione di AC a CE maggior della proporzione di DF ad FE. Dico che per la conversion della proporzione CA ad AB à minor proporzione che FD a DE.

PER-

PERCHE' avendo A C a C B maggior proporzione di D F ad F E, e dividendo A B a B C avrà [a] maggior proporzione di D E ad E F, e però convertendo C B a B A avrà [b] minor proporzione di F E ad E D: perlochè, e componendo C A ad A B avrà minor [c] proporzione che F D ad D E. Il che &c.



[a] Prop 25.
[b] Prop 22.
[c] Prop. 24.

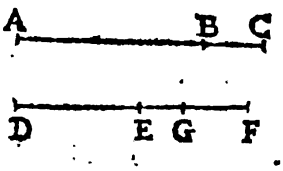
PROPOS. XXVII.

Prop. 8. del 7. di Pappo.

SE la prima alla terza à maggior proporzione che la seconda alla quarta, avrà ancora la prima alla terza maggior proporzione che la prima con la seconda alla terza con la quarta.

ABBIA A B a D E maggior proporzione che B C ad E F. Dico che ancora A B a D E à maggior proporzione che A C a D F.

SIA come A B a D E così [d] B C ad un'altra E G. E perchè s'è posto A B a D E aver maggior proporzione di B C ad E F, anco B C ad E G (che sta come A B ad D E) avrà * maggior proporzione che la medesima B C all'E F. Onde E G sarà minore [e] di E F. Perchè dunque A B a D E sta come B C ad E G, starà A C a D G come [f] A B a D E. Ma A C à maggior [g] proporzione a D G che a D F (perche D G è minore di D F) adunque anco A B a D E l'avrà maggior [h] che A C a D F. Il che &c.



[d] Domanda di questo.
* 5. Assioma.
[e] Prop. 7.
[f] Prop 8.
[g] Prop 6.
[h] 5. Assioma.

PROPOS. XXVIII.

Prop. 9. del 7. di Pappo.

SE tutta a tutta à maggior proporzione che la parte levata alla parte levata, e la rimanente alla rimanente avrà maggior proporzione che tutta a tutta.

SIA

SIA la proporzione di tutta la A B a tutta la C D maggiore della proporzione della parte levata A E alla parte levata C F. Dico che anco la proporzione della rimanente E B alla rimanente F D è maggior della proporzione di tutta la A B a tutta la C D.



ESSENDO la proporzione di A B a C D maggior che di A E a C F, sarà ancora permutando la proporzione di A B ad A E maggior [a] che di C D a C F: e per la conversion della proporzione A B a B E avrà minor [b] proporzione che C D a D F; e permutando A B a C D avrà similmente minor [c] proporzione che E B ad F D; cioè la rimanente E B alla rimanente F D avrà maggior proporzione che tutta la A B a tutta la C D. Il che, &c.

[a] *Prop. 23.*
[b] *Prop. 26.*
[c] *Prop. 23.*

PROPOS. XXIX.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee; e la proporzion della prima delle prime alla seconda sia maggior della proporzione della prima delle seconde alla seconda, e la proporzion della seconda delle prime alla terza sia pur maggiore della proporzion della seconda delle seconde alla terza: ancora per l'ugualità in tal proporzione ordinata avrà la prima delle prime alla terza maggior proporzione, che la prima delle seconde alla terza.

Propos. 31 del V. tra le aggiunte dal Capano nella sua traduzione d'Euclide.

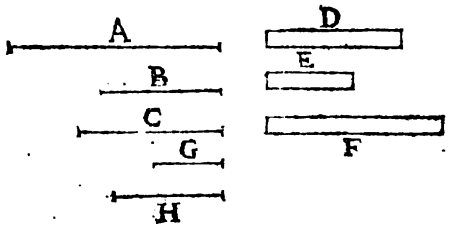
SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altrettante omogenee D, E, F, e la proporzione di A a B sia maggior della proporzione di D ad E; siccome la proporzione di B a C sia maggior della proporzione di E ad F. Dico che per l'ugualità ancora A a C à maggior proporzione di D ad F.

INTENDASI che G a C stia come * E ad F. Sarà dunque la proporzione di B a C, che era maggiore che di E ad F, maggiore

* *Per la domanda di questo.*

re * ancora che di G a C. Onde B sarà maggior [b] di G; e però A a G avrà maggior [c] proporzione che a B : ma la proporzione

* 5. Assioma.
[b] Prop. 7.
[c] 4. Assioma.



di A a B si è posta maggior che di D ad E, adunque la proporzione di A a G tanto più sarà [d] maggiore che quella di D ad E.

INTENDASI di nuovo che H a G stia come * D ad E. Avrà per tanto A a G maggior [e] proporzione che H a G, e però sarà [f] A maggior di H; sicchè A a C avrà maggior [g] proporzione che H alla stessa C, ma come H a C così è per l'ugualità [h] D ad F (perche si fece D ad E come H a G, & E ad F come G a C) adunque anco A a C l'avrà * maggiore che D ad F. Il che, &c.

[d] 8. Assioma.
* Per la domanda di questo
[e] 5. Assioma.
[f] Prop. 7.
[g] 4. Assioma.
[h] Prop. 18.
* 5. Assioma.

PROPOS. XXX.

Prop. 23. del V. tra le aggiunte dal Campano nella sua traduzione d'Euclide.

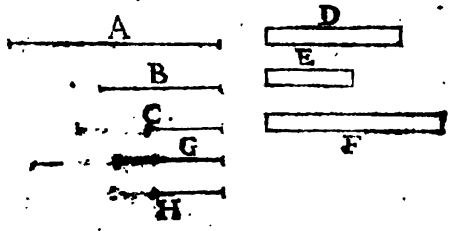
SE saranno tre grandezze omogenee, ed altrettante pur omogenee, e la prima alla seconda nel primo ordine abbia maggior proporzione che la seconda alla terza nel secondo, e la seconda alla terza nel primo abbia maggior proporzione che la prima alla seconda nel secondo, ancora per l'ugualità in tal proporzione perturbata avrà la prima alla terza nel prim' ordine maggior proporzione che la prima alla terza nel secondo.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altre pur omogenee, D, E, F; E nel prim'ordine abbia A a B maggior proporzione di E ad F nel secondo; e B a C nel primo abbia maggior proporzione che D ad E nel secondo. Dico che anco per l'ugualità A a C nel primo à maggior proporzione che D ad F nel secondo.

INTEN-

INTENDASI che G a C stia come * D ad E, sarà dunque la proporzione di B a C, che è data maggiore della proporzione di D ad E, maggior ª ancora della proporzione di G a C: onde B sarà maggior ᵇ di G; e però A a G avrà maggior ᶜ proporzione che la medesima A a B, ma la proporzione di A a B è posta maggiore che di E ad F, adunque la proporzione di A a G è molto maggior ᵈ che di E ad F.

* *Domanda di questo.*
ª *5. Assioma.*
ᵇ *Prop. 7.*
ᶜ *4. Assioma.*



ᵈ *Assioma.*

INTENDASI in oltre che H a G stia come * E ad F. Sarà dunque la proporzione di A a G, maggior ª che di H alla medesima G. Onde A sarà maggiore ᵇ di H, e però A a C avrà maggior ᶜ proporzione che H alla medesima C, ma come H a C, così sta per l'ugnalità ᵈ D ad F (perchè si fece D ad E come G a C, & E ad F come H a G) adunque anco la proporzione di A a C è maggiore ᵉ che quella di D ad F. Il che, &c.

* *Domanda di questo.*
ª *5. Assioma.*
ᵇ *Prop. 7.*
ᶜ *4. Assioma.*
ᵈ *Prop. 19.*
ᵉ *5. Assioma.*

PROPOS. XXXI.

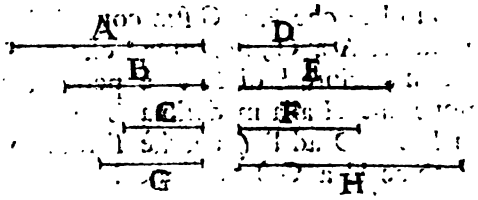
Prop. 34. del V. aggiunta dal Campano nella sua traduzione di Euclide, e dimostrata col Padre Clavio.

SE saranno due ordini d'egual numero di grandezze, e tutte omogenee, e la prima del primo ordine alla prima del secondo abbia maggior proporzione della seconda del primo alla seconda del secondo, e questa proporzione sia maggior della proporzione della terza del primo alla terza del secondo, e così sempre finchè vi sieno grandezze; tutte insieme l'antecedenti a tutte insieme le conseguenti avranno maggior proporzione di tutte l'antecedenti senza la prima, a tutte le conseguenti senza la prima; ma però minor proporzione che la prima alla prima, e maggior che l'ultima all'ultima.

SIENO prima nel primo ordine tre grandezze A, B, C, e nel ſecondo altrettante D, E, F, e tutte omogenee, e la proporzione di A a D ſia maggior della proporzione di B ad E, e queſta maggiore che di C ad F. Dico che la proporzione della ſomma A, B, C, alla ſomma D, E, F, è maggiore che della ſomma B, C, alla ſomma E, F. Ma ben minore che della prima grandezza A alla prima D. E finalmente maggiore che dell'ultima C all'ultima F.

IMPERCIOCCHE' avendo A a D maggior proporzione di B ad E, permutando [a] avrà maggior proporzione A a B che D ad E, e componendo [b] A con B a B maggior che D con E ad E, e di nuovo permutando [c] A con B a D con E maggior proporzione che B ad E. Perche dunque tutta la A, B, a tutta la D, E, à maggior proporzione che la parte B alla parte E, avrà ancora la rimanente A alla rimanente D maggior [d] proporzione di tutta la A, B, a tutta la D, E. Nello ſteſſo modo appunto ſi

[a] *Prop.* 23.
[b] *Prop.* 24.
[c] *Prop* 23.
[d] *Prop.* 28.



proverà che la ſola B alla ſola E à maggior proporzione delle due, B, C, inſieme, alle due inſieme E, F; adunque la ſola prima A alla ſola prima D avrà molto [e] maggior proporzione che la ſomma B, C alla E, F, e permutando, avrà maggior [f] proporzione A a B, C, che D ad E, F, e componendo, maggior [g] proporzione la ſomma A, B, C, alle B, C, che la ſomma D, E, F, alle E, F, e finalmente permutando, maggior [h] proporzione avrà la ſomma A, B, C, alla ſomma D, E, F, della ſomma B, C, alla ſomma E, F. Il che in primo luogo ſi doveva dimoſtrare.

[e] *Aſſioma* 8.
[f] *Prop.* 22.
[g] *Prop.* 24.
[h] *Prop.* 23.

AVENDO per tanto tutta la A, B, C, a tutta la D, E, F, maggior proporzione della parte levata B, C, alla levata E, F, avrà la rimanente A alla rimanente D maggior [x] proporzione che tutta l' A, B, C, a tutta la D, E, F, che è la ſeconda propoſta.

[x] *Prop.* 28.

E perchè B ad E à maggior proporzione che C ad F, e permutando, B a C l'avrà maggiore [a] di E ad F, e componendo, la B, C, a C maggiore [b] che la E, F ad F, e di nuovo permutando,

[a] *Prop* 23.
[b] *Prop.* 24.

do,

do, la B, C, alla E, F, maggiore * che la C alla F: ma la proporzione di A, B, C, alla D, E, F, si è provata maggiore che di B, C, ad E, F, adunque sarà molto [b] maggiore la proporzione di A, B, C, a D, E, F, che di C ad F; il che era l'ultimo da provarsi. * Prop. 23. [b] Assioma 8.

SIENO ora in ciascuno ordine quattro grandezze A, B, C, G, e D, E, F, H; e sieno date con la medesima condizione delle tre, sicchè ancora C ad F abbia maggior proporzione di G ad H. Dico pure seguirne le stesse cose.

PERCHE', come si provò nelle tre, avrà B ad E maggior proporzione della somma B, C, G, alla somma E, F, H, e però molto [c] maggiore A, a D, che B, C, G, ad E, F, H; e permutando, maggior [d] proporzione A, a B, C, G, che D ad E, F, H, e componendo, maggiore [e] A, B, C, G, a B, C, G che D, E, F, H, ad E, F, H; e permutando, maggior [f] proporzione A, B, C, G, a D, E, F, H, che B, C, G, ad E, F, H. [c] Assioma 8. [d] Prop. 23. [e] Prop. 24. [f] Prop. 23.

ESSENDO dunque la proporzione di tutta A, B, C, G, a tutta D, E, F, H, maggior della levata B, C, G, alla levata E, F, H, e la rimanente A alla rimanente D avrà maggior [g] proporzione che tutta A, B, C, G, a tutta D, E, F, H. [g] Prop. 28.

E finalmente, come si dimostrò nelle tre, à maggior proporzione la somma B, C, G, alla E, F, H, di G ad H, & è la proporzione di A, B, C, G, a D, E, F, H, maggiore che di B, C, G ad E, F, H, come si provò poco sopra; adunque la somma A, B, C, G, alla somma D, E, F, H, à molto maggior [h] proporzione che l'ultima G all'ultima H. Il che &c. [h] Assioma 8.

CON simile artifizio si concluderà seguirne le stesse cose in cinque grandezze per mezzo delle prime quattro, & in sei per mezzo delle prime cinque, com'appunto s'è provato in quattro per via delle prime tre. E però è manifesto tutto ciò che si propose di dimostrare.

IL FINE.

Dell'Aggiunta a gli Elementi d'Euclide della Scienza Vniversale delle Proporzioni.

Tanto basta intorno alla parte più elementare delle Proporzioni. Ma considerando io, che dall'aver poste nelle Prop. di num. 1. 3. 4. e 5. le dimostrazioni del Galileo delle Difinizioni quinta, e settima del V. Libro d'Euclide insieme con quelle de' lor converſi, e dalle quali io preſi occaſione di dar nuova forma al preſente Trattato, potrebbe eccitarſi in alcuni il deſiderio di vederle anco in fonte nella maniera ſteſſa in che furono da eſſo portate in Dialogo nel citato manoſcritto, ò riſoluto (con permiſſione dell'Alt. Reverendiſſima del Sereniſſimo Signor PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI dalla di cui graziosa benignità, com'io diſſi, ne fui già fatto degno) di ſtamparlo così tronco, e imperfetto com'io l'ottenni, e quale e' rimaſe, quando ſopraggiunto il Galileo da malattia, che fu l'ultima, l'andava egli dettando a Evangeliſta Torricelli in quel tempo, nel quale ci trovammo inſieme, in Arcetri, Oſpiti del medeſimo Galileo. Ben è vero, che parendo ancora convenevole il darlo fuori tal quale poi lo laſciò alla ſua morte lo ſteſſo Torricelli, e ſapendo io tutti gli ſcritti matematici di eſſo non pubblicati, eſſer appreſſo il Sig. Dottor Lodovico Serenai mio parzialiſſimo, & amorevoliſſimo Amico (di cui, per dare in breve ſoprabbondante contezza del merito, dottrina, fede, e candidezza d'animo incomparabile, baſti ſapere che egli ſi meritò ſopra gli altri l'amore, e la confidenza maſſima d'un Torricelli) ò procurato di riſcontrare tal mia copia con la bozza originale di quella che è nelle mani del predetto Sig. Serenai, & avendola ritrovata, verſo il fine con qual coſa di più, aggiuntavi, com'io credo, dallo ſteſſo Torricelli, non ò voluto mancare di unirla à queſta quinta Giornata, come ſi vedrà in carattere corſivo, e quale, dopo un diligente riſcontro del rimanente, mi à dettata il medeſimo Sig. Lodovico. Potrà per tanto aſſicurarſi il Lettore d'aver quì ora quanto fu ſcritto dal Galileo per chiarezza di quelle due difinizioni, e potrà inſieme godere della di lui maravigliosa evidenza, e natural felicità nello ſpiegare materie ſimili ſcientifiche, per lo cui mezzo, & in queſta, e nell'altre famoſe opere ſue, egli à nobilmente onorato, e arricchito la Toſcana favella, non men di quello che egli abbia mirabilmente illuſtrato, e promoſſo le matematiche Diſcipline, e con le molte ſue evidentiſſime dimoſtrazioni remote dalle comuni delle Scuole, poſto in libertà l'innocente Filoſofia, che quivi per tanti Secoli fu tenuta miſeramente ſoggetta ad un ſolo uomo, il quale non è da crèder ſi preſumeſſe che altri, ſenza l'armi della Geometria, e dell'Eſperienza, giunger poteſſe mai ad arreſtarla, non che a vincerla, e ſoggiogarla.

PRINCI-

PRINCIPIO
DELLA QVINTA GIORNATA
DEL GALILEO

Da aggiugnerſi all'altre quattro de' Diſcorſi, e Dimoſtrazioni Matematiche intorno alle due nuove Scienze appartenenti alla Meccanica, & a' Movimenti locali.

INTERLOCVTORI.

Salviati, Sagredo, e Simplicio.

Salv. GRANDISSIMA è la conſolazione, ch'io ſento nel vedere, dopo l'interpoſizione di qualch'anno, rinnovata in queſto giorno la noſtra ſolita Adunanza. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non ſa ſtare in ozio, però mi perſuado che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della noſtra lontananza, qualche reſſeſſione ſopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell'ultima Giornata de' noſtri paſſati colloqui. Io, che dalla virtuoſa converſazione di V. S. & anco del noſtro Sig. Simplicio, ò ſempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova conſiderazione ſopra le coſe del noſtro Autore già lette da noi. Così daremo principio a gli uſati diſcorſi per paſſar queſta Giornata nell'occupazione di virtuoſo trattenimento.

Sagr. Non nego a V.S. che in queſti anni mi ſieno paſſati per la fantaſia varj penſieri ſopra le novità dimoſtrate da quel buon Vecchio, intorno alla ſua Scienza del moto ſottopoſta, e ridotta da lui alle dimoſtrazioni della Geometria. Et ora, poichè ella così comanda, procurerò di rammentarmi qualche coſa, e darò a lei occaſione di beneficare il mio 'ntelletto co' ſuoi dotti ragionamenti.

Per

Per cominciar dunque per ordine dal principio del Trattato de' moti proporrò a V. Sig. uno scrupolo mio antico rinnovatomi nel considerare la dimostrazione, che l'Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi, e moderni Scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Questa è una certa ambiguità, che io ò sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta difinizione del quinto Libro d'Euclide. Stimo mia somma prosperità d'aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. Sig. del quale spero dover restar totalmente liberato.

Simpl. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento con le SS. VV. per benefizio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di Geometria, che io studiai già nelle Scuole da Giouanetto. Però ella s'immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

Sagr. Dico dunque, che avendo sentito nel dimostrar la prima proposizione dell'Autore intorno al moto equabile adoprarsi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero sesta difinizione del V. Libro d'Euclide, & avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa difinizione, non restai con quella chiarezza, che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose, che seguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Proccurerò di soddisfare al desiderio di V.S. con addomesticare in qualche altra maniera quella difinizione d'Euclide, e spianar la strada per quanto mi sarà possibile all'introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità Vomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati con la medesima poca soddisfazione, con la quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Quando, e con qual occasione sovvenissero al Galileo queste speculazioni.

Io poi confesso, che per qualche anno dopo aver istudiato il V. Libro d'Euclide, restai involto con la mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficultà, quando nello studiare le maravigliose Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del Libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore.

Quell'-

Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine, ed acquistare per me, ed anco per altri qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, & esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le definì) che le grandezze proporzionali si trovino. Cioè che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto, o quella relazione di quantità, che è la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi che per dare una definizione delle suddette grandezze proporzionali, la quale produca nell'animo del Lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte, e quella per appunto, che si stimi la più intelligibile anco dal Volgo non introdotto nelle Matematiche. Così fece Euclide stesso in molt'altri luoghi. Sovvengavi, che egli non disse, il Cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell'una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell'altra: ovvero dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand'anche così avesse detto sarebbero state buone definizioni. Ma mentre egli sapeva un'altra passione del Cerchio più intelligibile della precedente, e più facile da formarsene concetto, chi non s'accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara, e più evidente come definizione, per cavar poi da essa quell'altre più recondite, e dimostrarle come conclusioni? *Suppofizione.*

Sagr. Per certo che così è, & io credo che rari saranno gl'ingegni, i quali totalmente s'acquetino a questa definizione, se io con Euclide dirò così.

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici, della prima, e della terza, presi secondo qualunque multiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare, o pareggiare gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta.

E chi è quello d'ingegno tanto felice; il quale abbia certezza, che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali gli ugualmente multipiici s'accordino sempre? Ovvero chi sa, che quegli ugualmente multiplici, non s'accordino sempre anco quando

do le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto.

La proporzione trà due grandezze essere un tal rispetto, o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità.

Ora avendo il Lettore concepito già nell'intelletto, che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere, che quel rispetto, o relazione che è fra la prima, e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto, o relazione, che si trova fra la terza, e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima, e della terza s'accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta nell'esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Comunque ciò sia, parmi questo d'Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però avend'io incontrato tanti ingegni, i quali anno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella Geometria, e procederò in questo modo.

Difinizione delle grandezze proporzionali tra loro commensurabili.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda, e la terza ancora sarà eguale alla quarta. Ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverà dubbio alcuno il Signor Simplicio nell'intender questo?

Simpl. Certo che nò.

Salv. Ma perche non sempre accaderà, che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egnalità, ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Signor Simplicio. Intendete voi che le quattro grandezze allora sieno proporzionali quando la prima contenga per esempio tre volte, e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte, e mezzo la quarta?

Simpl. Intendo benissimo fin quì, ed ammetto che le quattro grandezze sieno proporzionali, non solo nel caso esemplificato da V. S. ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

Salv. Per raccoglier dunque ora in breve, e con maggiore universalità tutto quello che si è detto, & esemplificato fin quì, diremo che.

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro,

loro, quando l'eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all'eccesso della terza sopra la quarta.

Difin. generale delle grãdezze proporzionali, o commensurabili fra loro, o incommensurabili.

Simpl. Fin quì io non avrei difficultà, ma mi pare, che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poiche ella suppone, che la prima ecceda la seconda, e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

Salv. Risponderò, che quando V.S. avrà le quattro grandezze in tal modo, che la prima sia minor della seconda, e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima, e la quarta maggior della terza. Però V. S. le consideri con quest'ordine inverso, e s'immagini, che la seconda sia prima, e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

Sagr. Così è per appunto. Ma seguiti V.S. per grazia col presupposto già fatto di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso, & a noi l'intelligenza.

Altro modo di difinire le grãdezze proporzionali.

Salv. Stabilita questa per difinizione soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali, & è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione, che la terza alla quarta, non è punto nè maggiore nè minore di quello, che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi così.

Difin. delle grandezze nõ proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire, che la prima abbia maggior proporzione alla seconda di quella che à la terza alla quarta.

Simpl. Bene, ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta?

Salv. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione, che à la terza alla quarta, sarà segno evidente che la terza è maggior del

giusto per aver alla quarta quella tal proporzione, che à la prima alla seconda. Però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze, che erano terza, e quarta diventino prima, e seconda, e quell'altre che erano prima, e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza, e della quarta.

Sagr. Fin'ora intendo benissimo il concetto di V. S., e l'introduzione, con la quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose, cioè, o di dimostrare con questi suoi principj tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni poste da V. S. quell'altre due, che Euclide mette per quinta, e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto Libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

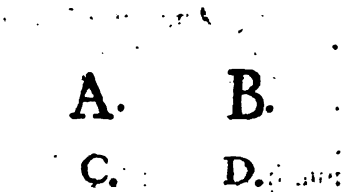
Salv. Questa per appunto è l'intenzion mia, poiche quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza s'accordano eternamente per necessità in pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e quarta, allora senz'altra scorta si può entrare nel quinto Libro d'Euclide, e si possono intender con evidenza i Teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora se con la posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò che, in qualche caso, presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, & anco della seconda, e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri Teoremi delle grandezze sproporzionali. Poiche questa nostra conclusione sarà per appunto la difinizione, della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

Simpl. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s'accordano nel pareggiare, o eccedere, o mancare; o che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi Geometrici.

Salv. Ora ditemi Sig. Simplicio, se noi supporremo che le quattro

quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C à verso la quarta D, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due delle terze verso la quarta.

Assioma.



Simpl. Io l'intendo assai bene, imperciocchè mentre una prima alla seconda à la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella che anno due delle terze alla quarta.

Il medesimo Assioma più universalmente spiegato.

Salv. Adunque mentre V. S. intende questo, intenderà ancora che quattro, o dieci, o cento delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione, che anno quattro, o dieci, o cento delle terze ad una quarta.

Simpl. Certo che sì, e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo, che la prima presa due volte, o dieci, o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda che à la terza presa anch'essa due volte, o dieci, o cento, verso la quarta. Sarebbe ben dificile persuadermi il contrario.

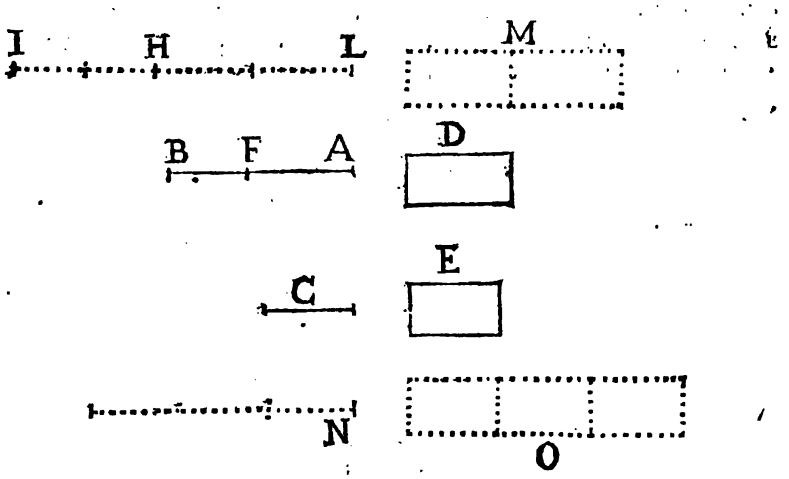
Salv. Non è dunque ardua cosa il capire, che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda che à l'ugualmente multiplice della terza alla quarta. Cioè che la prima multiplicata quante volte ci pare abbia alla seconda quella proporzione stessa, che à la terza multiplicata altrettante volte verso la quarta. Ora tutto quello che io ò esemplificato fin quì con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente senza punto alterare l'antecedenti, e ditemi. Credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella che à la terza a due delle quarte?

Simpl. Credo assolutamente di nò; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza à verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci delle seconde, avrà quella medesima proporzione che à la stessa terza verso due, o quattro, o dieci delle quarte.

sere, acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l'F B. Resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà la medesima proporzione, che à la D alla E.

Multiplichisi F B tante volte ch'ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato H I. Prendasi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l'H I sarà stata presa multiplice della F B. Stante questo non è dubbio alcuno, che tante volte sarà multiplice la composta L I della composta A B, quante volte la H I della F B, ovvero la M della D è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stes-



sa N sia prossimamente maggiore della L H, & in ultimo quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora essendo la multiplice N prossimamente maggiore della L H, se noi dalla N intenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C) resterà il residuo non maggiore della L H. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C, (che intendemmo esser levata) & alla L H, che è non minore di detto residuo aggiungneremo la H I, che pure è maggiore dell'aggiunta alla N, sarà tutta la L I maggior della N.

Ecco

Ecco dunque un caso, nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A F, C, D, E, fatte proporzionali da noi, & essendosi presi gli ugualmente multiplici L H, & M della prima, e della terza, & N, & O della seconda, e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell'esser maggiori, o minori, o uguali. Però essendo il multiplice L H della prima grandezza minore del multiplice N della seconda, per la nostra costruzione, sarà anco il multiplice M della terza minore necessariamente del multiplice O della quarta.

Si è per tanto provato che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere, per avere alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, & altri ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

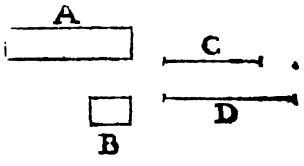
Sagr. Molto bene ò inteso quanto V. S. à dimostrato fin quì. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controverse difinizioni d' Euclide, il che spero gli sarà facile, avendo di già dimostrati due Teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5. difinizione io procederò così.

PROP. III.

che è la difin 5 del V. d'Eucl.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima, e terza presi secondo qualunque multiplicità sempre si accorderanno nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta respettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

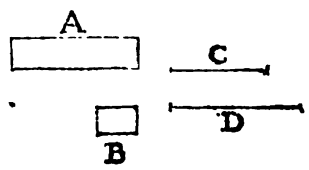


Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali. Adunque una delle antecedenti sarà maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione, che à l'altra antecedente alla sua conseguente. Sia per esempio la segnata A. Adunque per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A, e della C, in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo che si è insegnato, si mo-

mostrerà la multiplice di A maggior della multiplice di B, ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore della multiplice di D, che è contro al supposto fatto da noi.

PROP. IV. che è la 7 dif del V. d'Eucl

Per dimostrar la settima difinizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi, che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti prima, e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti seconda, e quarta, suppongasi dico che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D. Io dico che la A alla B avrà maggior proporzione che la C alla D. Cioè che la A sarà alquanto maggiore di quel ch'ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che à la C alla D.



Se è possibile non sia A maggior del giusto: sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza presi in qualunque modo sempre concordi nel pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; il che è contro alla supposizione.

Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno, che la terza sarebbe maggiore del suo dovere, per avere alla quarta quella proporzione, che à la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell'eccesso, che la fa esser maggior del giusto. E però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto, che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta. Adunque se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l'egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior che non era il multiplice di quella rimanente; e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta. Il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia, nella quale io n'avevo già lungo tempo bisogno:

Nè

nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io procurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso, che ella la conferiva a diversi Amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua Villa. Ma seguitiamo di grazia i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simpl. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte, e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga, e troppo lontana dal nostro principale intento. Oltre che io so, che le SS. VV. averanno veduto di simili compendj stampati da altri Autori.

Ora essendosi considerate fin quì a richiesizione delle SS. VV. le difinizioni quinta, e settima del quinto Libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un' antica mia osservazione sovvenutami sopra un' altra difinizione d' Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall'incominciato, e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro Autore ne' suoi Libri.

Trovasi fra le difinizioni del sesto Libro d'Euclide la quinta, della proporzion composta, la quale dice in questo modo.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

Difin. 5. del sesto Libro d' Euclide.

Osservo poi che nè il medesimo Euclide, nè alcun' altro Autore antico si serve della stessa difinizione nel modo, nel quale ell'è stata posta nel Libro: onde ne seguono due inconvenienti, cioè al Lettore difficultà d'intelligenza, ed allo Scrittore nota di superfluità.

Sagr. Questo è verissimo, ma non mi par probabile, che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi Libri posta questa difinizione inconsideratamente, & in vano. Però non sarei affatto fuor di sospetto, che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidì non si riconosca più, mentre dagli Autori si pone in opera nel dimostrare i Teoremi.

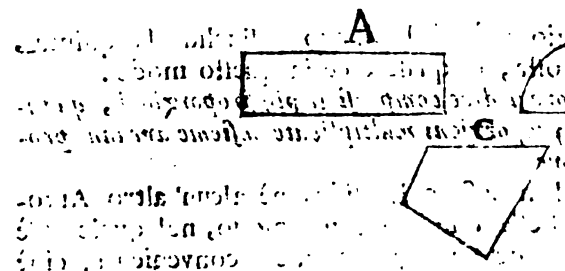
Simpl. Che gli altri Autori non se ne servano, io lo credo

alle SS. VV. non avendovi fatto molto ſtudio: mi diſpiacerebbe bene ſe da Euclide ſteſſo, il quale viene ſtimato da voi altri per tanto puntuale nelle ſue ſcritture, foſſe ſtata poſta indarno. Ma quì biſogna poi ch' io confeſſi come l'intelletto mio, il quale non ſi è mai più che mediocremente inoltrato nella Matematica, à incontrato difficultà intorno a queſta diſinizione, forſe non minore, che nelle già ſpianate dal Sig. Salviati.

Mi aiutai un tempo fa con legger lunghiſſimi Comenti ſcritti ſopra queſte materie, ma per dire il vero, non conobbi giammai che mi ſi ſgombraſſero quelle tenebre che mi tenevano offuſcato l'intelletto. Però ſe V. S. aveſſe qualche particolar conſiderazione, che mi facilitaſſe queſto ancora, l'aſſicuro che mi farebbe un favore molto ſegnalato.

Salv. Forſe ella ſi preſuppone che queſta ſia materia di profonde ſpeculazioni, e pure troverà che non conſiſte in altro che in un ſempliciſſimo avvertimento.

S'immagini V. S. le due grandezze A, B, dello ſteſſo genere. Avrà la grandezza A alla B una tal proporzione; e dopò concepiſca eſſer poſta fra di loro un'altra grandezza C pur dello ſteſſo genere. Si dice che quella tal proporzione che à la grandezza A



alla B viene ad eſſer compoſta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che à la C alla B. Queſto è per appunto il ſenſo, ſecondo 'l quale Euclide ſi ſerve della predetta diſinizione.

Simpl. E' vero che Euclide intende in queſto modo la proporzione compoſta, ma però non intend' io, come la grandezza A alla B abbia proporzion compoſta delle due proporzioni, cioè della A alla C, e della C alla B.

Salv. Ora

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio, intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

Simpl. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra, o diversa da quella che ell'è?

Simpl. Intendo questo ancora.

Salv. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C è una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione, poi, che è fra le due estreme A, e B, si chiama esser composta delle due proporzioni, che mediano fra esse estreme, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che è la C alla B.

Diffin. da porsi in luogo della 5 diffin. del VI. d'Euclide.

Aggiungo di più, che se fra queste grandezze A, e B, s'immaginerà che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d'una, come ella vede in questi segni A, C, D, B, s'intenderà pure la proporzione della A alla B esser composta di tutte le proporzioni, le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che anno la A alla C, la C alla D, e la D alla B; e così se più fussero le grandezze sempre la prima all'ultima à proporzione composta di tutte quelle proporzioni, le quali mediano fra di esse.

A. C. D. B.

Avvertisco ora in quest'occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all'ultima avrà, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all'ultima è una proporzione tanto multiplice della proporzione che è la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni, che si frappongono fra la prima, e l'ultima. Come per esempio se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima, e la seconda che è fra la seconda, e la terza, allora sarebbe vero, che la prima alla terza avrebbe proporzion composta delle due proporzioni, le quali sono fra la prima, e la seconda, e fra la seconda, e la terza: ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione, che è la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, & ancora che è tri-

plicata della proporzione della prima alla seconda, venuto composta tal proporzione, che è la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, &c.

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di composta, chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo più aggrada a V. S., solo accordiamoci in questo, che quando poi avremo tre grandezze dello stesso genere, & io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione che anno l'estreme di quelle grandezze, e non altro.

Sagr. Tutto questo intendo benissimo: anzi ò più d'una volta osservato l'artifizio d'Euclide nella propolizione, dove ei dimostra, che i paralellogrammi equiangoli anno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono i quattro lati de' paralellogrammi: però comanda, che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente; sicchè una di quelle proporzioni sia fra 'l primo termine, e 'l secondo, l'altra sia fra 'l secondo, e 'l terzo. Nella dimostrazione poi, non fa altro se non che e' dimostra che l'un paralellogrammo all'altro è come 'l primo termine al terzo. Cioè à la proporzione composta di due proporzioni, di quella che è il primo termine al secondo, e dell'altra, che è il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni, che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' paralellogrammi.

Salv. V. S. discorre benissimo. Ora intesa, e stabilita la diffinizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell'accordarsi, che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome) si può dimostrare la proposizion ventitre del sesto Libro d'Euclide, come la dimostra egli stesso, perchè quivi ei non suppone la diffinizione nel modo, nel quale ell'è divulgata, ma ben sì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23. io soggiungerei come Corollario di essa la divulgata diffinizione quinta del sesto Libro della proporzion composta, tramutandola però in un Teorema.

PROP. V. che è la 5 diff. del VI. d'Eucl.

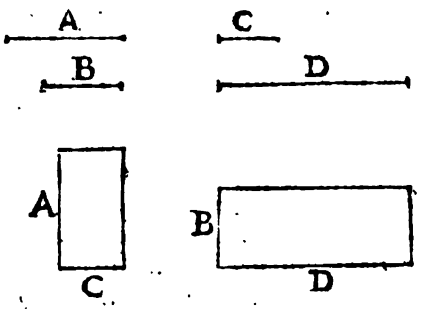
Pongansi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la diffinizione vulgata che la proporzione composta di queste due proporzioni si avrà se noi multiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io con-

corro

corro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi, e bisognosa di prova: però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due antecedenti A, B, un rettangolo, siccome delle due conseguenti C, D, un' altro rettangolo. E' chiaro, per la 23. del sesto d' Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrà quella proporzione che è composta delle due proporzioni A verso B, e C verso D, le qua-

Qui si suppone sapersi quali sieno le quantità delle proporzioni, e come s' intenda il multiplicarle fralore: ma il tutto meglio apparisce dal costruire, e dimostrare la presente proposizione.



li son quelle due, che ponemmo da principio a fine di ritrovare qual fosse la proporzione che risultava dalla comparazione di esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B, e C verso D quella che à il rettangolo A C al rettangolo B D, per la suddetta proposizion 23. del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi fatto per ritrovare questi due termini, ne' quali consiste la proporzione, che si cercava da noi?

Simpl. Io non credo che si sia fatt' altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno cioè con le antecedenti A, C, e l' altro con le conseguenti B, D.

Salv. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della Geometria corrisponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell' Arimmetica, come sa ogni Matematico, anche principiante, e le cose che noi abbiamo multiplicate sono state le linee A, C, e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni.

Ecco dunque, come multiplicando insieme le quantità, o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità, o la valuta della proporzione, la quale poi si chiama composta di quelle.

Non

NON più oltre passa il distesso di questa quinta Giornata del Galileo. Ma perchè (come saggiamente ne somministra il Serenissimo, e Reverendissimo Signor PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI, mio Sig.) bramerà quì il Lettor di sapere ciò che contener si doveva nel rimanente di questo Dialogo, e di qual' altre speculazioni ci privasse la deplorabil perdita dell'Autore; e dalla continua applicazione della medesima Alt. Reverendiss. in favorir le lettere, e gli studiosi, ne vien' ancora largito'l modo di poter in questa parte appagare appieno così lodevole curiosità per mezzo d'alcuni Capitoli di lettere del Galileo stesso scritte ad un Letterato Francese, e per antica oigine di Toscana, non m'abuserò delle grazie di tanto Principe, ma quì immediatamente andrò riferendogli, quali Sua Altezza Reverendiss. mi permette di ricavare dagli stessi originali, che dal medesimo Letterato furono inviati alcuni anni sono all' A. S., la quale di esse lettere, come di prezioso tesoro, procurò far raccolta, con pensiero di pubblicarle, e di collocarle poi a perpetua memoria fra gli altri singolari manoscritti della Famosissima Libreria Medicea di S. Lorenzo; dove pure, il già nominato Sig. Serenai (come Custode degli scritti originali Matematici del Torricelli non pubblicati) & io (come Deputato per comandamento del Serenis. GRAN DUCA FERDINANDO II. d' eroica fama, alla rivisione, & ordinazione de' medesimi scritti) per maggiormente onorare il nome del nostro comune Amico, e per reciproca soddisfazione risolvemmo già di procurare che questi originali del Torricelli, dopo stampati, ricevuti fossero, e fatti custodire; siccome ne concedè allor umanissimo beneplacito la prefata Altezza Serenissima confermatomi adesso benignamente dal SERENISSIMO GRAN DUCA COSIMO Regnante, Generosissimo Mecenate, e mio Unico, e Clementissimo Signore.

Da' seguenti Capitoli dunque trasportati da esse lettere originali le più interamente scritte, e l'altre sottoscritte di propria mano del Galileo, e tutte esistenti in quelle di S. Altezza Reverendissima, s'intenderà, come dalla viva voce di esso Galileo, ciò che dopo l'ultima, e massima dell' opere sue stampate lui vivente (quella cioè della Meccanica, e de' moti locali) gli restò per ultimo di scrivere, e di pubblicare, e s'aggiungeranno ancora altre notizie per soddisfare i Curiosi di quanto saper si possa in questo particolare, avvertendogli che per rimuovere ogni confusione, tutti i millesimi delle date riferiti da me in questi Capitoli, siccome nel resto del racconto, e di questo Trattato, per quello che riguarda a mesi di Gennaio, Febbraio, e Marzo, gli ho ridotti dallo stil Fiorentino, che è dall' Incarnazione, allo stil Romano, che è dalla Natività di N. S.

CAPI-

CAPITOLI DI LETTERE
DEL GALILEO
AD VN LETTERATO FRANZESE.

Per le quali si à notizia dell'Opere, che per ultimo meditava di scrivere il medesimo Galileo.

D'Arcetri in data de' 7. Marzo 1634. dopo altri ragguagli così soggiungne il Galileo.

ARRIVAI a Siena in Casa di Monsignor Arcivescovo Piccolomini, dove stetti cinque mesi trattato da Padre di S. Sig. Illustrissima, & in continue visite de' Nobili di quella Città, e quivi composi *un Trattato d' un' argomento nuovo in materia di Meccaniche*, pieno di molte speculazioni curiose, ed utili, &c. Per tanto V. S. si quieti, e consoli nel mio essere ancora invistato di poter ridurre al netto l'altre mie fatiche, e pubblicarle.

Da alcuni de' seguenti Capitoli s' inferisce il Trattato di Meccaniche esser quello della resistenza de' solidi all' essere spezzati.

D' Arcetri li 25. Luglio 1634. dopo aver nominato alcuni Oppositori che gli avevano scritto contro così segue.

A tutti questi miei Oppositori, che son molti, ò io pensiero di rispondere, ma perchè l'esaminare a parte a parte le vanità di tutti sarebbe impresa lunghissima, e di poca utilità, penso di fare *un Libro di postille* come da me notate nelle margini di tali Libri intorno alle cose più essenziali, ed a gli errori più maiuscoli, e come raccolte da un'altro mandarle fuori; ma prima, piacendo a Dio, voglio pubblicare i *Libri del Moto, ed altre mie fatiche, cose tutte nuove*, e da me anteposte all' altre fin' ora mandate in luce.

Per altre sue fatiche nuove, oltre a detti libri del moto, intende, come pur si vedrà appresso, il Trattato di Meccaniche nominato nel primo Capitolo.

D' Arce-

D' Arcetri nè 15. Marzo 1635. Soggiungne quant' appresso.

Aggiungnesi, ch'io vorrei pur che 'l mondo vedesse, avanti che me ne parta io, *il resto delle mie fatiche*, le quali io vò riducendo al netto, e trascrivendo, ma perchè nel rileggerle sempre mi cascano in mente nuove materie, e la maniera dello scrivere in Dialogo mi porge assai conveniente attacco per inserirvele, l'opera mi va crescendo per le mani, e 'l tempo diminuendosi.

Pe 'l resto delle sue fatiche intende i suddetti Trattati delle resistenze, e del moto, che sono le due Scienze nuove da lui solo il primo sopra i lor veri principij fondate, promosse, e geometricamente dimostrate.

D'Arcetri chiude una sua lunga lettera de' 9. Giugno 1635. con le seguenti parole.

Parte oggi il Sereniſſimo PRINCIPE MATTIAS per Alemagna, e porta seco *una copia de i due primi Dialoghi de' quattro che mi restano da stampare*, & a S. A. risoluto di volere egli stesso prendersi questa cura, e dedicargli a chi più gli piacerà. Questi contengono i frutti più stimati da me di tutti i miei studj, dove, coll' occasione di scrivere in Dialogo, ò avuto comodità d'inserirvi buon numero di contemplazioni tutte nuove, e perlopiù remote dalle opinioni comuni, come piacendo a Dio tra non molto tempo V. S. vedrà, alla quale intanto con vero affetto bacio le mani, come anco alli Signori Gaffendo, e Campanella.

I quattro Dialoghi soprannominati, che delle fatiche più pregiate de suoi studj gli rimanevano da stampare, molto bene ormai si comprende dal detto più volte fin quì esser quelli, che oggi si vedono sotto Titolo di Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche della Meccanica, e de Moti Locali.

D' Arcetri de' 6. Dicembre 1636. fra gli altri particolari negozj scrive così il Galileo.

All'Illustrissimo Signor Conte di Noailles manderò quanto prima

mà *un' Appendice d'alcune dimostrazioni di certe conclusioni de centro grævitatis solidorum*, trovate da me essendo di età di 21. anno, e di due anni di studio di Geometria, le quali è bene che non si perdano.

Qui è da saperſi, che un meſe, e mezzo prima del tempo della quì riferita Lettera, cioè verſo la fine del precedente Meſe di Ottobre 1636. il Gal. aveva preſentato a queſto Sig. Conte di Noailles (nel paſſar che fece queſti da Poggibonſi di ritorno a Parigi dalla ſua Ambaſciata di Roma) una copia manoſcritta de' medeſimi Dialoghi, com' appariſce dalla Dedicatoria di eſſi, diretti ad eſſo Signore.

Tal manoſcritto poi il medeſimo Signor Conte fece pervenire nelle mani degli Elſeviri di Leida, i quali coll' ornatiſſime ſtampe loro lo pubblicarono nell'Anno 1638. col Titolo, come ſi diſſe, di Diſcorſi, e Dimoſtrazioni Matematiche della Meccanica, e de' moti locali &c.

D'Arcetri de' 24. Aprile 1637. all'altre coſe aggiugne.

Tra tanto V.S. ſupplisca per me appreſſo il Signore de Carcavi, acciò mi diſpenſi dalla riſpoſta ancora per alcuni giorni, e mentre S. Signoria Illuſtriſſima farà metter mano alla ſtampa generale di tutte l'Opere mie, andrò riducendo al netto altre mie compoſizioni non ancor vedute, che ſaranno *un Libro de Centro grauitatis ſolidorum*, ovvero *una mano di Problemi parte Fiſici, e parte Matematici*, ovvero *un Libro di poſtille fatte a libri de' miei Oppoſitori*, che ſon molti.

Il mentovato Illuſtriſſimo Signor de Carcavi (che oggi, per la ſingolar ſua dottrina, e pieniſſima erudizione in ogni Scienza, e Letteratura, ſoprantende alla Biblioteca Regia, & è alla cura delle Medaglie della MAESTA' CRISTIANISSIMA DI LVIGI IL GRANDE mio Beneficentiſſimo, e Clementiſſimo Signore) nel trovarſi allora in Firenze, come devoto al gran nome del Galileo, e come delle Matematiche intendentiſſimo, ſi portò più volte in Arcetri per godere de' ſapienti colloqui di quello, e tra gli altri onori che gli fece S. Signoria Illuſtriſſima, corteſemente ſe gli offerſe, e ſpeſſo anco per lettere lo confermò di voler

fare ſtampare a ſue proprie ſpeſe in un ſol volume tutte l'opere di lui fin' allora pubblicate, e l'altre ancora che egli aveſſe da pubblicare. Il che ſia quì accennato per maggior intelligenza del detto di ſopra, e di quel che ſeguirà poco appreſſo.

Tra le compoſizioni del Galileo, che in queſto dì non s' erano ancor vedute, il Libro de centro gravitatis ſolidorum, *che ei dice quì di voler ridurre al netto per ſomminiſtrarlo al Signor de Carcavj nella riſtampa generale delle ſue opere, è quello, del quale nel paſſato Capitolo (cioè intorno a quattro meſi prima) egli aveva promeſſo, che avrebbe mandato copia al Sign. Conte di Noailles.*

Il Libro di poſtille è quello, di cui egli parlò nel Capitolo de' 25. Luglio 1634. e del quale, ſiccome de' Problemi Fiſici, e Matematici quì nominati, fa egli nuova menzione ne' Capitoli, che ne ſeguono.

D'Arcetri ne' 6. Giugno 1637.

Quanto poi all'impreſa, a che ſi apparecchia il Signor Carcavj, come per altra ò ſcritto a V. S. non mi mancherà d'aggiungnere *al reſto delle mie opere altre coſe di nuovo*, e quando io veda qualche principio dell'opera manderò quanto ſarà neceſſario.

Quì è luogo di far noto, che, eſſendochè gli Elſevirj di Leida ſi eſibiron di poi a far la riſtampa general dell'opere del Galileo, dopo ch'elle foſſero fatte latine, egli ſi applicò a tale traduzione, e deſiſtì di mandare a gl'Illuſtriſſimi SS. di Noailles, e di Carcavj il detto Libro de centro gravitatis, &c. *o altro di proprio, come quì promette; ma ben fu mandato eſſo libro a' medeſimi Elſevirj, che lo poſero in fine della citata opera delle Meccaniche, e de' Moti, la quale già eſſi avevano ſotto il Torcolo: e di quì è che l'Illuſtriſs. Sig. de Carcavj ſoſpeſe l'effettuazione del ſuo generoſo diſegno, non oſtante le ſpeſe da lui fatte nell'intaglio in rame di gran quantità di figure.*

Nel rimanente, l'altra lettera, che dice quì il Galileo di avere ſcritta, è quella de' 24. Aprile 1637. dalla quale è uſcito il Capitolo precedente a queſto, il quale, inſieme con gli altri fin quì regiſtrati, è copiato dagli originali di propria mano del Galileo. Gli altri che ſeguono, ſi ſon cavati dagli originali d'altre lettere tutte con la firma di mano ſimilmente del Galileo, e dettate

da

da questo ad un Rev. Sacerdote Fiorentino chiamato Messer Marco Ambrogetti, che per più d'un'anno, e mezzo egli tenne appresso di se per fare l'accennata traduzione di Toscano in Latino dell'opere sue già stampate, e compiacere all'instanze fattegliene da più parti.

D'Arcetri nè 4. Luglio 1637.

Io poi mi ritrovo da cinque settimane in quà nel letto prostrato di forze grandissimamente, e questo per più cagioni. Prima per una purga fatta, la quale per le molte evacuazioni m'à reso languido. In oltre per l'età di 74. anni, che non lascia luogo a restauri, che possano refocillarmi; ed anco per la stagione ardentissima, la quale con insoliti caldi prosterne il vigore de' più robusti Giovani. Aggiungasi (proh dolor) la perdita totale del mio occhio destro, che è quello che à fatto le tante, e tante, fiami lecito dire, glorioſe fatiche. Questo ora, Signor mio, è fatto cieco, l'altro che era, ed è imperfetto, resta ancor privo di quel poco di uso, che ne trarrei, quando potessi adoprarlo, poichè il profluvio d'una lacrimazione, che di continuo ne piove, mi toglie il poter far niuna, niuna, niuna delle funzioni, nelle quali si richiede la vista &c.

Con tutto che il Capitolo quì di sopra non attenga al dar notizie di opere del Galileo, ò voluto riferirlo come contenente l'avviso particolare d'un tanto infortunio, e come accennato di passaggio nel Capitolo che segue.

D'Arcetri nè 7. Novembre 1637.

In piè di questa lettera è una poscritta di propria mano del Galileo.

Porgami per sua pietà la sua mano adiutrice, acciocchè sgravato da cure, che mi tengono oppresso, io possa tornare à distendere *i miei Problemi spezzati Fisici Matematici*, che sono in buon numero, e tutti nuovi, & oltre a questi, alle *mie postille* per difesa mia, dalle opposizioni, contradizioni, e calunnie di quegli che mi anno scritto contro, e cercato d'abbassare la mia reputazione: e sia certa, che io, così languido, e quasi cieco, farò che la mia penna mi sostenti; e se bene sono di così grave età, spero in DIO, e nel-

l'aria perfetta, della quale io mi paſco, e reſpiro, di viver ancor tanto, ch'io poſſa prolungar la vita a' miei ſcritti, malgrado di coloro, che tanto rabidamente vanno proccurando di ſeppellirgli.

I Problemi ſpezzati, e le poſtille, &c. ſono tuttavia quelle ſteſſe coſe, delle quali parlò il Galileo ne' Capitoli de' 25. Luglio 1634. e de' 24. Aprile 1637. e tratterà ancora più diſtintamente.

Il Letterato Franzeſe, al Galileo, con lettera de' 22. Dicembre 1637.

In oltre, circa a queſto capo, aſpetto anco da lei *la Nota particolare dell' opere ſue ſin quì non ſtampate*; però con la maggior prontezza, che potrà mi mandi il tutto, & io ricevendolo non vi perderò tempo.

La Nota, domandata ora al Galileo, ſi vedrà nell'ultimo Capitolo de' quì regiſtrati.

D'Arcetri con lettera de' 2. Gennaio 1638.

Io ragguaglia del compaſſionevol caſo della ſua totale cecità: notizia, che, quantunque non faccia direttamente al propoſito che ſi cerca, indirettamente vi concorre, e l'ò ſtimata anco degna di ſaperſi da' Letterati.

In riſpoſta all'ultima gratiſſima di V. S. delli 26. Novembre intorno al primo punto, ch' ella mi domanda attenente allo ſtato della mia ſanità le dico, che, quanto al corpo, io era ritornato in aſſai mediocre conſtituzione di forze: ma aimè Signor mio! il Galileo, voſtro caro Amico, e Servitore, da un meſe in quà è fatto irreparabilmente del tutto cieco, talmentechè, quel Cielo, quel Mondo, e quell'Vniverſo, ch' io con mie maraviglioſe oſſervazioni, e chiare dimoſtrazioni aveva ampliato per cento, e mille volte più del comunemente creduto da' Sapienti di tutti i Secoli paſſati, ora per mè ſi è sì diminuito, e riſtretto, che e' non è maggiore di quello, che occupa la perſona mia.

D'Arcetri

D'Arcetri con Lettera de' 23. Gennaio 1638. dettata al ſuo Amanuenſe Ambrogetti, e ſoſcritta di propria mano, intorno al particolar della Nota delle ſue opere non ancora ſtampate chieſtagli con lettera de' 22. Dicembre proſſimo paſſato, così riſponde il Galileo.

Quanto poi all'altre mie fatiche, ſappia V. S. che io ò *buon numero di Problemi, e queſtioni ſpezzate, tutte al mio conſueto nuove, e con nuove dimoſtrazioni confermate.* Sono ancora ſul tirare avanti un mio concetto aſſai capriccioſo, e queſto è, di portare, pur ſempre in Dialogo, *una moltitudine di poſtille fatte intorno a' luoghi più importanti di tutti i Libri di coloro, che mi anno ſcritto contro, & anco di qualche altro Autore, in particolare d' Ariſtotile, il quale nelle ſue Queſtioni Meccaniche mi dà occaſione di dichiarare diverſe Propoſizioni belle, ma molto più ancora me ne dà nel Trattato de Inceſſu Animalium*: materia piena di coſe ammirabili, come quelle che ſon fatte meccanicamente dalla Natura: e quì moſtra eſſere aſſai manchevole, & in gran parte falſa la cognizione che dall'Autore ce ne vien data. *E queſte ultime mie Opere* ſaranno, s'io non m'inganno, d'una guſtoſa, e curioſa lettura. O' di poi *una mano d'Operazioni Aſtronomiche*, parte delle quali acquiſtan perfezione dall'uſo del Teleſcopio, & altre dalla maggiore ſquiſitezza nella fabbrica degli Aſtronomici ſtrumenti, mercè de' quali aiuti tutte l'oſſervazioni celeſti potranno eſſer con notabile acquiſto poſte in opera.

Queſto ſolo Capitolo di Lettere del Galileo (le quali ſono appreſſo di S. Altezza Reverendiſſima) par che baſtantemente dimoſtri con la Nota, che egli ſteſſo richieſtone, manda al Letterato Franzeſe, quali, in quel giorno de' 23. Gennaio 1638. foſſero in generale gli argomenti delle rimanenti Opere ſue, che allora in età di anni 74. e già cieco di circa due meſi prima, dopo l'impreſſione terminataſi in quell'anno delle quattro Giornate attenenti alle nuove Scienze della Meccanica, e de' Movimenti Locali, egli per ultimo aveva in animo di ſcrivere, con riſoluzione di portar il tutto in Dialogo per pubblicarlo.

Tali argomenti, in ſuſtanzia, vedeſi che quaſi tutti ſono quegli ſteſſi nominati ancora ne' paſſati Capitoli, che in riſtretto ſi riducono a' ſeguenti.

I. Buon numero di Problemi, e Queſtioni ſpezzate, nuove, e con nuove dimoſtrazioni confermate.

II. Poſtille, e note intorno a' luoghi più importanti de' Libri d' alcuni ſuoi Oppoſitori, e d' altri, & in ſpecie d' Ariſtotile ne' Trattati delle Queſtioni Meccaniche, e del Moto degli Animali.

III. Una mano d' Operazioni Aſtronomiche perfezionate dall' uſo del Teleſcopio, e dalla ſquiſitezza della fabbrica degli ſtrumenti per tutte l' oſſervazioni celeſti.

Quì il Galileo non fa più menzione de' Libri del Moto, nè delle Meccaniche, nè meno dell' Appendice, o Libro del centro della gravità de' ſolidi nominati ne' ſuoi primi Capitoli, perchè in queſto medeſimo tempo il tutto era già fuori diſteſo in Dialogo in quattro Giornate, & in un' Appendice, ſtampato in Leida, come dicemmo, dagli Elſeuiri, &c.

Oltre poi alle ſoprannarrate materie in genere, egli pure nella quarta delle ſopraddette Giornate trattante de' proietti, promeſſe a parte di voler trattare in un' altro congreſſo della forza della percoſſa, intorno alla quale eſſo quivi accennò qual coſa da fac. 263. a 265. & anco ſul fine a fac. 287. e 288. della medeſima impreſſione di Leida.

Quivi ancora promeſſe a facce 284. di ſpiegar l'uſo, e l'utilità delle catenuzze appeſe dall'eſtremità loro, le quali con la lor ſcecca, dice che naturalmente s' accomodano alla curvatura di linee proſſimamente Paraboliche.

Queſti ſon due di quegli, che egli chiama Problemi, o Queſtioni ſpezzate, i quali egli avrebbe diſteſo con gli altri della ſua Nota, & il primo della percoſſa, non ò dubbio che in molti più ſi ſarebbe ancora diffuſo, e diramato.

Rimarrebbe ora da ſaperſi, quali, e fino a che ſegno delle coſe promeſſe in queſta Nota reſtaſſero ſcritte alla morte del Galileo, e quel che poi ne ſia ſtato. Per informazione di che, e di altro ancora, che grato riuſcirà, procederò nella narratiua con l' ordine di que' particolari che mi ſon noti.

Ma prima ſappiaſi che dopo tal giorno de' 23. Gennaio 1638. ſopravviſſe il Galileo intorno a 4. anni, dentro al qual tempo patì

d' una

d'una continua fluſſione di occhi moleſtiſſima; cadde più volte gravemente ammalato, e fu ſpeſſo travagliato da dolori artritici; oltre ad altre indiſpoſizioni ſolite accompagnar la decrepità: ond'è ch'ei non potè applicar di propoſito a dettar, e diſtendere queſto reſiduo delle ſue ſpeculazioni; maſſimamentechè, dovendoſi egli ſervir degli occhi altrui, non quegli di ciaſcheduno eran atti a ſupplire alla di lui impotenza, ma ſi richiedevano quei di Perſona, la quale, non ſolamente gli foſſe amorevole, ma in iſtato libero a ſegno di poter conviver con lui dov'ei dimorava, ed ancora (quanto ogn'altra coſa) erudita, e ben inſtrutta nelle Matematiche, e nelle Filoſoficbe Diſcipline, affinchè, appena ch'egli aveſſe ſpiegato il ſoggetto ſuo, l'Amico poi nel diſtenderlo foſſe abile a dargli forma convenevole, e perfezione.

NON oſtante però la mancanza di tal Soggetto, e l'aſſidue afflizioni d'animo, e di corpo, quella in iſpecie del trovarſi privo della viſta, continuando egli, quaſi per un altr'anno, a valerſi della penna del ſuddetto R. P. Ambrogetti impiegata nel tradurre in latino l'Opere ſue, dettò a queſto la Relazione di quell'ultimo ſuo ſcoprimento celeſte della titubazione della faccia Lunare, indirizzandola al già Signor Conte Alfonſo Antonini di Vdine Commeſſario Generale della Cavalleria della Sereniſſima Signoria di Venezia, con iſpiegarla in una lettera de 20. Febbraio 1638. l'original della quale alcuni anni ſono mi fù conſegnata dal noſtro Sapientiſſimo Socrate il Sig. Priore Orazio Rucellai, d'immortal gloria degno, in nome dell'Eminenza Reverendiſſima del Sig. Cardinale Delfino, il quale (conſapevole della mia applicazione in andar facendo raccolta di ciò che vada attorno del mio Maeſtro) per l'incomparabil ſua Vmanità, e per ſommamente onorarmi ſi degnò d'impiegar in ciò i ſuoi favori coll'impetrarmela dal Sig. Conte Danielle Antonini, degniſſima Nipote del ſopraddetto Sig. Alfonſo, inſieme con altra lettera del Sig. Paolo Aproino de 27. d'Ottobre 1612. di Treviſo al già Sig. Conte Danielle, dove ſi parla del Galileo nel far menzione d'uno Strumento da multiplicar l'udito immaginato, e fabbricato dal medeſimo Sig. Aproino; le quai lettere originali io conſervo appreſſo di me in memoria di tanto onore.

SBRIGATOSI il detto R. Ambrogetti dalle traduzioni di tre dell'Opere del Galileo, cioè del Saggiatore, delle Macchie Solari, e delle Galleggianti (le quali anco per proprio eſercizio aveva con ſomma chiarezza tradotte in latino il Sig. Senator Filippo Pandolfini, Amico intrinſeco del Galileo, e nelle Matematiche verſatiſſimo) ſe ne tornò in Firenze intorno alla fine dell'Anno 1638. Et

ET essendochè pochi mesi prima, in età mia di circa anni 16. io fossi assiduamente esortato, e quasi dissi infestato dal mio Maestro di Logica (il P. Lettor Sebastiano da Pietrasanta, gravissimo Teologo, e Confessoro al presente di quest' ALTEZZA REVERENDISSIMA) à studiar anche la Geometria, asserendomi che senza questa una continua, e perfettissima Logica si praticava, mi lasciai in fine persuadere a pigliarne qualche lezione dal P. Clemente di S. Carlo, Sacerdote delle Scuole Pie per dottrina, e per bontà amabilissimo, che in quel tempo era quì solo a insegnarla, ed era stato Discepolo del P. Francesco di S. Giuseppe della stessa Religione, il quale attualmente instruiva allora nelle Matematiche la medesima ALTEZZA, e ne fu poi Lettor pubblico a Pisa, e Autore di quell'ingegnoso Trattato della Direzzione de Fiumi, che si vede fuori sotto nome di D. Famiano Michelini.

GVSTATA appena ch'io ebbi l'evidenza delle prove Geometriche, ben mi accorsi quanto vere fossero le Massime di que' due miei Maestri (a quali io conservo tuttavia gratissima obbligazione) del primo cioè, che nella sola Geometria sia ripasto ogni vero scibile, per mezzi dimostrativi, dall'Vmano intelletto: e dell'altro, che qualunque mediocre ingegno può molto felicemente intender l'Opere, e le proprietà dimostrate da' Geometri senza aiuto d'alcun Maestro, come che questi non possa a gli Scolari giovar in altro, che in mostrar loro a principio la regola del leggerle, e l'ordine, e'l modo dello studiarle. Et in vero, fondandosi le Dimostrazioni Matematiche sopra alcuni pochi principi, la scienza de quali nasce con noi medesimi, e camminando quelle con discorso ordinato d'una Logica rigorosa, e per mezzo di necessarie conclusioni dependenti l'una dall'altra, è forzato ancora il Maestro, s'e' non vuol confonder l'intelletto dello Studente, di spiegarle in quel modo appunto, in che le spiega l'Autore stesso, essendochè ogni poco di più sia superfluo, e difettivo ogni meno. Altro dunque non fa il Maestro che risparmiare a Discepoli l'affaticarsi gli occhi nella lettura, e la mente, e la testa nel dover applicar interrottamente, ora al discorso, & ora a' caratteri, & a' segni delle figure, dal qual risparmio però non così spesso adiviene, ch'altri ne ritragga profitto vero, conciosiecosachè l'unico mezzo di ben apprendere, e di possedere le Dimostrazioni geometriche sia quello del proprio studio, e non dell'altrui; per esser, al creder mio, fra queste due maniere d'erudirsi, molto maggior divario di quel ch'e' sia fra l'andar da se stesso con particolar curiosità, ed attenzione vedendo, e osservando 'l Mondo, e lo starsene semplicemente alle carte di Geografi, quantunque esatti, & a relazione di Scrittori più che fedeli.

MA

MA qui in grazia mi fia permesso, digredendo alquanto dal racconto, di far cuore al Giovane studiolo, che, in mancanza d'un Direttore (il qual però, sul principio, io non biasimo a procurarselo) voglia provarsi a veder da se stesso il primo Libro almeno d'Euclide, d'esposizion comentata la più chiara, e diffusa, che egli trovi, qual sarebbe quella del P. Clavio; avvertendolo, che dopo la reminiscenza delle notizie comuni, che vi si premettono, l'esplicazione de' termini da usarvisi, e l'approvazion delle domande concedibili che vi si fanno, egli segua per appunto quell'ordine, e non trapassi cosa, che più che ben non intenda; nè sul principio del cammino, benchè tediato, o stanco gli paia d'esserne, si abbandoni; nè si curi per ancor di sapere a che sia buona la Geometria: ma se pur ne è curioso, domandine al Galileo, il quale, o col suo solito piacevol motto gli dirà, che *dalle dimostrazioni della Geometria attenenti alle Misure, a i Pesi, & a' Numeri, s'impara a misurare i Goffi, a pesar gli Ignoranti, & a numerar gli uni, e gli altri*: o pur, rispondendo sul serio, gli affermerà, non potersi comprendere a che ella sia buona, se prima ella non si gusta, e dopo gustata, ella stessa colle sue tante, e sì evidenti Dimostrazioni darsi a conoscer per buona a tutte le cose. Ma se per avventura una sì fatta Proposizione gli paresse incredibile, & insieme troppo presuntuosa, in questo caso il medesimo Galileo s'ingegnerà d'insinuargliene la credenza col proporgli que' molti, e varii colori posti in confuso sopra una tavolozza, i quali, da chiunque non ne vide, o non ne seppe mai l'uso, sarebber creduti tanti piccoli ammassamenti di sozza materia, inutile, e da doversi trar via, o al più buoni a far apparire una superficie, rossa col rosso, gialla col giallo, e bianca col bianco, &c. nè mai gli caderebbe in pensiero, che dar si potessero al Mondo uomini di tal industria, e perizia, i quali con quegli stessi colori avessero a sapere, e poter al vivo rappresentare con ammirabil vaghezza l'immagini di tutte le cose visibili, non sol delle fabbricate dall'Arte, ma delle create dalla Natura, e quelle ancora d'ogni più strana grottesca, o chimerica fantasia, ancorchè sognatasi.

SV dunque, il Geometra principiante, a buona fede, e senza cercar più oltre, con generosa risoluzione, e con paziente assiduità, si

ostini pur di veder tutto, e di ben intendere quel piccol Libro (siccome io l'assicuro che gli fornirà) & osservi allora s'egli si sente invogliato, o nò di proseguir la navigazione intrapresa; quando che nò, torni al Lido, che questo Mare al certo non è per lui; all'incontro se sì, vi s'inoltri pure, imperciocchè, non al termine del cammino, come è solito negli altri Studi, ma fin per via s'avvederà che la Geometria è una chiarissima face, e sicura guida ad ogni sorta d'erudizione, e che per ella risvegliansi gli animi addormentati, ed assottiglianſi gli ottusi ingegni; ond'e' si fan più veloci, e più atti a penetrare, e comprendere, come è forza che provi, chiunque con essa terrà commercio, a cagione del continuo esercizio di concludenti discorsi, che far convien' in trattando seco. Di quì è, che altrettanto vero, quanto plausibile osservai sempre quel saggio detto pubblicato da me, come del mio Sourano Maestro, che *La Pietra Lavagna, sopra di cui si disegnano a' Principianti le Figure Geometriche, è La Pietra del paragone degli Ingegni*, vedendosi per prova continuamente, che quei, che reggono a tal cimento, riescono a tutta bontà in ogni altra facultà, & in qualunque maneggio, al quale intendano di applicarsi. Questa verità fu così ben conosciuta dal Divino Platone, che nell'instituire l'ottima Repubblica, lasciò scritto non esser veramente sì facile, ma non però fuor di proposito il credere che le Scienze Matematiche servano di strumenti per mandar giù le caterratte, che si parano d'avanti a gli occhi dell'Anima ragioneuole, e che questi, che dianzi trovavansi immersi in una foltissima caligine d'ignoranza, e per così dire, soffogati, anzi spenti dagli altri studi, & esercizi, mediante poi il nuovo lume, & il nuovo calor della Geometria, si ravvivino, e si riaccendano; e che, più tosto che mille occhi del corpo, assai più importante sia 'l custodire questi dell'animo, per mezzo solamente de' quali ci vien conceduto il rimirare, ancorchè remotissime, le occulte verità, che la sola Geometria ci disvela. Questa, o Giovane generoso, essendo una cognizione, non di quello, che or và, & or viene, ma di quello che è in un modo sempre, nè mai si muta, può sola condurti al prezioso conseguimento del vero, e preparati l'animo alla contemplazione della Filosofia naturale,

che

che il mio acutiſſimo Lince non vide ſcritta altrove, *che in un ſolo, ma però vaſtiſſimo Libro, quale è queſto dell'Vniverſo. Queſta*, dice-v'egli, *non vi è diſteſa, con altro alfabeto che di Figure della Geometria, nè con altri principi, e ragioni dimoſtrataci che Matematiche.*

OR da sì autorevoli ſentenze maggiormente eccitato il novello Navigante, dia pur libere vele al proſpero vento, da cui ſente portarſi per quel piccolo ſeno degli Elementi Geometrici, perchè guidato dall'infallibil Nocchiero della Ragione, e colla propria accortezza ſcanſati que' pochi ſcogli, che nel paſſar il brevet ratto de primi Scrittori Claſſici egli incontraſſe, ſcoprirà lieto nuovi Mondi, e s'approderà in Terra ferma, da niun'altro termine circonſcritta, ſempre verde, e feconda d'innumerabili, incognite, nè per altra via penetrabili verità, & in breve accorgeraſſi per mezzo ancora della Geometria poter trapelare a gli occhi foſchi delle noſtre menti qualche raggio del SOMMO SOLE, per cui, additandoci il diritto ſentiero alla di lui cognizione, confeſſar dobbiamo in una Bontade, e Providenza infinita l'Onnipotenza del CREATORE, il quale, eziandio nell'interminato, e profondo abiſſo delle proprietà Matematiche, mercè

La verità, che tanto ci ſublima, (pienza; *Dante Par. Canto 22.*

ci fa rimirar più d'appreſſo l'immenſità di ſua incomprenſibile Sa-

E quinci appar, ch'ogni minor Natura
E' corto recettacolo a quel Bene, *Canto 19.*
Che non à fine, e ſe in ſe miſura.

Che che di Scienze sì nobili ſciocamente ſi parlino certi uni Aghiacciati di dentro, e di fuor caldi, i quali, tutto che privi di ſimili cognizioni, e forſe inabili a capirne i primi principi, ma ſopra tutto come di lor natura in ſommo grado ſuperbi, preſuntuoſi, e gonfi, di quello, che eſſi chiamano ſapere, arrecandoſi a gran vergogna, e direi anche a ſcrupolo, s'io non ſapeſſi ch'e' ſi fingono quei ch'e' non ſono, d'aver talvolta, interrogati, a dar quell'onorata, ingenua, e commendabile riſpoſta, che ſpeſſo udij profferire dal mio Saggio Maeſtro, cioè. *Queſta è una di quelle tante, e tante coſe, ch'io non ſo*; e talvolta, *queſta è una di quelle tante coſe, ch'io sò di non ſapere*, ſotto 'l manto di ſimulato zelo, con l'autorità ch'e' non *Galileo.*

anno, ma ch'e' si pigliano, vanno in congiunture opportune annullando simili studi esser pericolosi, e d'impedimento all'acquisto di quel sommo bene, al quale, sopr'ogn'altra cosa, aspirar dobbiamo; per introdurre così bel bello, ed in carità il disprezzo, e l'odio verso quel di sublime, e di recondito ch'essi ignorano; e accrescere in tanto la stima, e 'l credito a quel di abietto, e di popolare, che anche e' si presumono di sapere. Ma dicanmi, su quai fondamenti insurgono a detestar in tal guisa quel che non mai intesero, non mai assaporarono? Forse muovonsi dagli esempli d'aver i Matematici co' lor Dogmi, co' loro Assiomi, e colle tante loro Dimostrazioni seminate zizzanie, sedotti Popoli, ed infettate Repubbliche, Provincie, e Regni? E pure per quanto io lessi non trovai mai che alcuno de' tanti perfidi Innovatori Matematico fosse, e che di Angoli, Triangoli, Coni, e Piramidi, che sono le acute armi sue, si valesse. Chi poi, e quali e' fossero non saprei dirlo; ma le Storie pur troppo lo diran loro. Io so ben questo che in ogni tempo le Scienze Matematiche furono accolte, favorite, e protette, ed ancora attentamente studiate, non solo da Principi, e da Monarchi, ma eziandio da Supremi Capi del Cristianesimo; e da Santissimi Padri in quelle versatissimi magnificamente esaltate, e fin coll'Opere loro illustrate; e più volte promosse da Sacratissimi Porporati, e di continuo professate da Religiosi di rifulgente lustro nella Chiesa Romana, ma in ispecie da' Seguaci del ferventissimo Ignazio, nella di cui inclita Compagnia, se non avesse fiorito sempre, quasi che per naturai discendenza, numerosa serie di Geometri, e Teologi insieme celebratissimi, che qui, lungo sarebbe il ridirgli (tralasciati tanti altri Matematici, viventi in essa, di chiaro nome) il solo esempio dell'insuperabile Ingegno del sapientissimo, e candidissimo P. Onorato Fabbri colle tante sue fatiche Opere, e Teologiche, e Fisiche, e Matematiche di salda, e di singolar dottrina ripiene; e (tra i Religiosi al Secolo di rinomata veneraz one) il solo, per meriti, eminentissimo, Sig. Ab. Michel Angelo Ricci, onor del Secol presente, e vera Idea di sinceriss ma integrità, come nobile Possessore d'ogni più grave, e profonda letteratura, e come Geometra di soprumana inventiva, dovrebbero

bero pur esser valevoli a confonder Genti di così mal talento, e ad attutire le lor malotiche lingue. Ma non ostante così degne testimonianze l'atra Ipocrisia di Costoro, d'apparente candor travestita, a tal segno arriva, che anche gli induce a manifeste, & esorbitantissime contradizioni a' lor medesimi detti; poichè, pronunziando ad ogn'ora, colla lingua almeno, se non col cuore, che tutte le Fatture di DIO, & i Cieli in particolare cantano l'immensa gloria di quello, e che in loro si vede scritta la Maestà Sua a caratteri di luce, e che quivi dobbiamo leggerla; accanto, accanto vanno insinuando per degne d'esser proscritte le Matematiche tutte, ed in conseguenza la Venerabil Astronomia, il di cui sublime, e singolare oficio si è il richiamar l'Anime di noi Mortali al riconoscimento di lor alta origine, e con liberarle dal basso carcere di questa Terra, su l'ali della Geometria sua Nutrice, e dell'Ottica, e dell'Arimmetica sue inseparabili Compagne, trasferirle colassù a contemplar con indicibile stupore per entro l'immense, e lucide Regioni del Cielo quegli innumerabili Mondi con magistral simetria collocativi d'un'ordinatissima confusione; anzi pur seminati, o sparsivi con generoso disprezzo per mano prodiga del lor medesimo CREATORE.

MA quì si avverta, che, in celebrando l'Astronomia, e la Matematica, io non ebbi in considerazione la professione di coloro, de quali scrisse Tacito, *Genus Hominum Potentibus infidum, sperantibus fallax, quod in Civitate nostra, & vetabitur semper, & retinebitur.* Non intesi parlar di quei, che, appresso l'indotto Volgo, colle vane loro superstizioni, e falsi indovinamenti si usurparono indegnamente il nome degnissimo di Matematico, e indifferentemente confusero l'Astronomia coll'Astrologia. Non intesi dico degli Astrologi Giudiciari, obbrobrioso avanzo di que' Caldei, che appestarono già il Mondo, e come contagiosi, e malefici, fin dalla cieca Gentilità con replicate leggi sbanditi furono dall'Italia, ed in ogni tempo dichiarati meritevoli di severissime punizioni, e contro de quali ancora fulminarono rigorose, non men che giuste censure, i Sacrosanti decreti de Romani Pontefici, ammaestrati, mi cred'io, dal DIVINO SPIRITO, che, se *Ignorat Homo, quid ante se fuerit,*

Nell'Istorie Lib. 1.

Eccleſiaſte Cap 10. *fuerit, & quid poſt ſe futurum ſit ei, quis poterit iudicare?* Io ſolo intendo, ed intendo di commendare i Matematici ſpeculativi, indagatori delle mirabili proprietà della quantità continua, e de numeri. Intendo esaltar gli Aſtronomi, che anno per oggetto, i moti, i tempi, le grandezze, le figure, e le diſtanze delle più nobili Creature dell'ONNIPOTENZA INCREATA. Gli uni, e gli altri di queſti, col proporci le maravigliе del Cielo, e della Natura, ci eccitano ad ammirar la grandezza di DIO, il quale, quaſi diſſi, occupato ſempre in geometrizzare, cioè a dire, nè i ben proporzionati lavori delle infinite, ed ammirande verità ch'ei maneggia, per via di que' pochi, e menomiſſimi ritagli, che di laſsù ce ne cadono fra le mani, ci fa riconoſcere la ſua interminata Sapienza, e ci dimoſtra la miſera noſtra ignoranza, obbligandoci a confeſſare. *Quod omnium Operum DEI nullam poſſit Homo invenire rationem eorum, quæ fiunt ſub Sole, & quantò plus laborаverit ad quærendum, tantò minùs inveniat, etiam ſi dixerit Sapiens ſe noſſe, non poterit reperire.*

Cap. 8.

OR non ſon queſti, della cognizione di DIO, e di ſe ſteſſo, acquiſti di teſori aſſai più prezioſi di quei, che poſſan mai riportarſi da qualunque più avventuroſa navigazione? Ed in vero, che per giugnere a conſeguirgli (fuor delle ſoprannaturali Scienze riſervate a' ſupremi P. P. ed a ſommi Teologi dalla DIVINITA' illuminati) non vi è mezo più atto, nè più potente della Geometria, Amica giurata della Natura, e gratiſſima a DIO, e per le di cui mani eſſ'ID-DIO *Omnia in Menſura, & Numero, & Pondere diſpoſuit.* Che ſe una volta Coſtoro ſi foſſero riſoluti di cominciare a addomeſticarſele, avrebbero ben compreſo (come ne avvertì loro il gran Galileo) *che quella vana preſunzione, che dianzi avevano d'intender, e di ſaper tutto, non veniva da altro, che dal non aver mai ſaputo, nè inteſo nulla: e dopo avere ſperimentato una ſol volta ad intender perfettamente una ſola coſa, e guſtato veramente com'è fatto 'l ſapere, conoſcerebbero, che, dell'infinito dell'altre concluſioni NIVNA, NIVNA affatto ne intendono*, e s'accorgerebbero gli Infelici d'aver peregrinato il tempo di vita loro a chius'occhi, e viſſuto mendicando, all'altrui mercede, e col ſempre ſtarſene a detta di Favolatori, e di Menzognieri ſenza *MAI, MAI, MAI*, veder in viſo la *VERITA'*.

Sapientia Cap. 11.

TAC-

TACCIANSI fra tanto questi Falsari della verità, Rebelli à IDDIO, e Nemici infestissimi degli Amatori del vero, e degli industriosi Cultori delle Matematiche Discipline, e tu Studioso Giovane, che intento sei ad erudirtene,

Non ti curar di lor, ma guarda, e passa. *Dante Inferno Canto 3.*

GVARDATI, volli dirti, dal dar orecchio ad un altra sorta di Guastatori spropositati, e ignoranti, ma nonmen presuntuosi degli altri, i quali ambiziosi, e vaghi d'acquistar nome, si pongono sul grave posto di Pirroni, tentando di rimetter sù l'antica Setta degli Scettici, col negar i principi della Geometria noti fino a Fanciulli, e perciò indubitabili, come insegnati loro dalla Natura.

DISSI spropositati, perchè questi medesimi, che deridon la Geometria, lodan le pratiche Operazioni, che ann'origine da quella, che è giusto giusto come se altri commendasse gli scherzi vari delle fonti, e disprezzasse poi l'Elemento dell'acqua, senza riguardo, che se questo non fosse di sua natura fluido, trasparente, e operante col momento di sua gravità specifica, e della sua propria altezza, niuno di que' dilettevoli effetti si goderebbe.

DISSI ancora Ignoranti, perchè mancando questi della più nobile prerogativa dell'anima ragionevole, da Savi d'ogni età raffigurata per una spezie di facultà creatrice, che assai più d'ogn'altra ci approssima, e ci rende simili al CREATORE (parlo di quel retto, e ben ordinato passaggio da verità note ad ignote, che da primi Uomini fu chiamato Inventiva) incapaci del gran pregio di questa, l'abborriscono, e disprezzano in quei, che dall'AVTOR DELLA VERITA' se ne trovano punto punto privilegiati; nè s'accorgono i miseri, che se negli andati Secoli non fossero stati Inventori, e nelle Scienze, e nell'Arti, il Mondo sarebbe sempre come nascente, e tutto involto in densissime tenebre d'ignoranza, nelle quali trovandosi immersi Costoro, lodano solamente quegli esercizi, che son da loro, dove cioè si richiede una assidua fatica di schiena, o un giocar di memoria, e burlansi degli altri studi, che vogliono opra d'ingegno, finezza di giudizio, e perspicacia nell'Inventiva, delle quali doti i Poverelli trovansi sprovveduti: ond'è, ch'e' van seminando questa dottrina, che le Matematiche speculative sieno studi

ari-

aridissimi; e che si perdano intorno a frivole sottigliezze, di niun profitto nè a se, nè al Pubblico, nè al Privato; e che assai più vaglia un'oncia di pratica, che cento, e mille libbre di Teorica, e cose simili solite andar per le bocche del Volgo ignaro. Quì con ben quattro esempi di casi avvenuti potrebbesi far loro toccar con mano quanto sien falsi i lor detti, col dimostrare che per mancanza di Matematica seguirono già inconvenienti gravissimi, ed irreparabili; ma perchè al fatto non è rimedio, è anche superfluo il parlarne; bastando risponder a simil Gente, che ve n'è pur in gran numero, *Nè sutor ultra crepidam, & quam quisque norit artem, in hac se exerceat.*

ALTRI poi ve ne sono, di gran circuito ben sì, ma contenente assai poco spazio, i quali avendo le Matematiche, e per belle, e per buone, senza cercar altro di loro si danno a credere, ch'elleno sieno studi sol per ornamento del Cavaliere, com'è forse il ballare, il saltar a Cavallo, il romper leggiadramente una lancia, o il far simil altri lodevoli esercizi, quantunque per avventura non de' più necessari. Da questi tali, che più oltre non sanno, io non premo tanto, o nobil Giovane, che tu fugga come dagli altri, anzi ti esorto a prestar lor fede, e dopo l'esserti ben corredato, di tanti, e così degni ornamenti, ad oggetto di renderti anche più riguardevole; provati un poco, in grazia del VERO, a imparar a conoscere, & a rilevar i caratteri di quel primitivo Idioma, con cui, dettante la SOVRANA SAPIENZA, di propria man della Geometria furono scritte in cifra l'eterne Opere di quella, tutte egualmente maravigliose, e delle quali è permesso tal or dedicarsi di quaggiù qualche breve passo da chi sol se ne procura la chiave, e la contracifra, che, come udisti poc'anzi, sta espressa colle figure, e spiegata dall'infallibili prove della medesima Geometria, unica Segretaria, e Interprete fedele della risposta *VERITAS*: che se mai per tua gran ventura ti sortirà balbettare, non che parlare speditamente sì bel linguaggio, io ti assicuro che ornatissimo allora, anzi beato in terra ti chiamerai. Trattanto sappi, e sappianlo ancora quei, che fin a quì ti ò descritti, che *a giudizio de Savi universale, È DI CHI QVA EREDITO' IL FILOSOFAR COL REGNARE*, quanto di buono, di onesto, d'utile, e dirò ancora di vago, si esercita nel viver civile,

tutto

tutto per singolar dono celeste trae l'origin sua, e suo' natali dalla sola Geometria seconda Madre dell'altre Teoriche dimostrative, applicate, oltre alla Filosofia naturale, alle pratiche, e dell'Aritmetica, e dell'Astronomia, e della Musica, e delle Meccaniche, e delle Prospettive: alla Geografia, alla Cronologia, & alla Nautica; oltre all'esser di sommo aiuto, in sentenza del grand'Ipocrate, alla stessa Medicina, & in somma a tutte le Arti, e facultà ridondanti a comun beneficio, & ad onesto diletto degli Uomini.

CHE se la nostra Chiesa Cattolica si gode comodo, e quiete dalla Correzion Gregoriana del Calendario. Se un Colombo, un Vespucci arditamente s'espongono agli insulti di Mari ignoti per tentar la conquista di nuovi Mondi, e con prosperità secondante i presagi loro la conseguiscono. Se il nostro divino Galileo investiga di proprio ingegno, appena uditone il grido, il più ammirabile fra gli Strumenti da umana industria inventati. Se con esso armatane la propria vista, da questi bassi a' sublimi oggetti rivolto, trapassa ad isvelarcene innumerabili Stelle fregiate di viva luce, & oltre a tante

Nuove cose, e giammai più non vedute

Petr. Trionfo 3. d'Amore.

osserva, il primo, con maravigliosa accortezza, il suo benefico Giove, non da una sola, ma da quattro Lune assistito, e consagrata questa (che ben può dirsi

Clara Deum Soboles, Magnum Iovis incrementum)

Vergilio Eglog. 4.

all'Augusta Prosapia del *SUO SIGNORE*, e sì eseguiti gli ALTI ETERNI DECRETI, gli sovviên subito d'interessarla col suo fortunatissimo Occhiale al glorioso guadagno della tanto ricercata invenzione del navigar per lunghezza, & alla correzion geografica dell'Isole, delle Coste, e de Continenti; e perciò con Atlantiche fatiche, e per tanti lustri offerta, e rintraccia al fine l'esatte misure de' moti, e de' giri di questa, coll'inclita *FAMIGLIA MEDICEA*, quasi dissi, *GIOVIALE CONSORTERIA*. Se il medesimo Galileo Ristauratore, o più tosto Inventor del vero, e saldo filosofare, anatomizza, per così dir, la Natura; e a confusion de passati Filosofanti s'interna a contemplar le più riposte passioni del moto, per cui essa Natura,

Dal gran *Maestro di color, che sanno*,

Dante Inf. Canto 4.

vien difinita; e lo ferma egli il primo, e lo sottopone alle rigide leggi dell'invariabile Geometria, applicandolo di più con Matematico artifizio alle pratiche militari; e sì per ogni guisa,

Lucrezio lib. 1. *Nec Mare, nec Tellus, nec Cœli lucida Templa*

esenti vannosi dalla curiosa, e nobile persecuzione di questo perspicacissimo Lince, il tutto fu pur opra d'una profonda cognizione delle dottrine de' tempi, e de' numeri; della forma, e constituzione delle parti dell'Vniverso; dell'ordine, moto, e via de raggi visivi sì riflessi, come rifratti; e del mirabile operare della Natura con Matematiche dimostrazioni penetrato. Scienze tutte Suddite obbedientissime alla Geometria lor Regina? Ma se ciò non ostante, quest'Anime smarrite, e inviluppate quà di soverchio tra i lacci de terreni interessi, scordatesi in tutto di quel di Diuino, che anno in loro

Petrarca Son. 220. *Al ver non volgon gli occupati sensi,*

ma sol rimirano al compiacimento, & a gli agi del proprio corpo, assiduamente anelando di posseder quaggiù quel, ch'eziandio posseduto, non farà loro, sappiano almeno, che se la regola aurea governa tutta la Mercatura, di cui *la Turba al vil guadagno intesa* fa sì gran conto, l'Arimmetico Geometra l'inventò. Se la bussola, e la carta con acquisti di tesori immensi reggono la Nautica, il Geografo Matematico a così grand'usi quella applicò, e questa descrisse, e si preparò. E che una sola Proposizione d'Euclide, una sola d'Archimede dan legge, e regola, questa alla Meccanica tutta, e quella alla Altimetria, alla Geodesia, & ad altre simiglianti pratiche, sole avute in prezzo da Costoro, i quali se abili fossero d'andar discorrẽdo, e con progresso retrogado esaminando, quali sieno stati i principi delle più rilevanti operazioni, e de' più insigni ritrovamenti dell'Vomo, riconoscerebbergli in fine dal Matematico speculativo, e per conseguente dal Geometra, che a quello inseparabilmente precede: e così esclamerebber anch'essi col Divino Filosofo, doversi dar ordini rigorosi, che niuno di questa fioritissima Città nostra sia tanto ardito, qual Pirrone, o Aristippo, di disprezzar la Geometria, essendochè, quelle cose ancora, che paion esser affatto fuor di sua sfera; e che non abbiano che far con essa, non son già di poco rilievo, ma rilevantissime, ed alla Repubblica necessarissime.* Ma troppo io mi son dilungato dall'intrapreso Racconto. *Inva-*

* *Del gran pregio della Geometria, di cui sì poco aviam detto, e molto scrissero tanti celebri Autori, assai più di recondito, e di singolare possiam probabilmente sperar di sentire dal nostro dottissimo, & eruditissimo Signor Carlo Dati, insigne Professore in questo nobile studio di lettere greche, e latine, in alcuna delle sue veglie Fiorentine, che già un tempo ecci sa avidamente desiderare.*

Invaghitomi io dunque, per divina grazia, di ſcienza così ſublime aſſai più godevo di farvi ſtudio per me medeſimo: ma appena ebbi ſcorſi i primi Elementi, che impazziente di vederne l'applicazione, paſſai alla ſcienza de' moti naturali nuovamente promoſſa dal Galileo, e che allora appunto era uſcita in luce: ed arrivato a quel principal ſuppoſto, che le velocità de' mobili naturalmente diſcendenti per piani d'una medeſima elevazione ſieno uguali tra loro, dubitai, non già della verità dell'aſſunto, ma dell'evidenza di poterlo ſupporre come noto: Onde, perche, mediante il ſopraddetto Padre Clemente, mi s'era già aperto l'adito di trasferirmi ſpeſſo in Arcetri a godere de' ſuaviſſimi, e ſaggi ammaeſtramenti di quel buon Vecchio, il quale mi porgev' ardire di ricorrere a lui per la ſoluzione di quelle difficultà che (sì per fiacchezza del mio ingegno, sì per la novità di quell'argomento di Natura Fiſico, e perciò non interamente ſottopoſto all' inrefragabili evidenze Geometriche) io foſſi andato incontrando, lo richieſi un giorno di qualche più chiara confermazione di eſſo principio, con che porſi a lui occaſione che in una delle ſeguenti notti, ſolite paſſarſele con moleſta vigilia, egli ne ritrovaſſe la dimoſtrazione Geometrica Meccanica, deducendola dalla dottrina da lui ſteſſo dimoſtrata già contro ad'una Propoſizione di Pappo Aleſſandrino, la quale egli aveva confutato in quell'antico ſuo Trattato di Meccaniche dato fuori per la prima volta dal Padre Marin Merſennio Celebre Matematico Franzeſe.

Permettendo dipoi la BONTÀ SVPREMA, che dopo quattro meſi di ſtudio di Geometria verſo il principio del 1639. il Galileo mi voleſſe appreſſo di ſe come ſuo Oſpite, e Diſcepolo, per guidarmi così cieco ch'egliera, co' ſuoi amorevoli inſegnamenti per quel ſentiero, che egli ogni giorno più mi dav' animo di proſeguire, volle che quivi io faceſſi il diſteſo della dimoſtrazione di quel Teorema per ſupplire alla di lui cecità, che gli toglieva il così bene ſpiegarſi, dove occorrevano far figure, & appor caratteri; e di tal diſteſo mandò egli copia ſubito al P. Abate Don Benedetto Caſtelli Monaco Caſſinenſe, e nobil Breſciano, uno de' ſuoi più antichi, e devoti Diſcepoli, & inſigne per l'egregia ſua Opera della miſura dell'acque correnti; Trattato Elementare da eſſo nuovamente promoſſo. Di queſto Teorema ſteſſo mandò poi copia il Galileo a diverſi altri Amici per l'Italia, e fuori, & è quel medeſimo, che io con altre coſe non più ſtampate ſomminiſtrai all'ultima impreſſione di tutte l'opere di lui fatta in Bologna nel 1656. come qui-

UNIV. OF MICH.

vi si vede a facce 132. del Terzo Dialogo. Questa medesima proprietà la confermò dipoi in varj modi il degnissimo Successore del Galileo, Evangelista Torricelli, nel suo Trattato de' Moti, quando non aveva avuto notizia ancora di quella di esso Galileo, con valersi però, in alcuno di que' modi, di certe altre proprietà dimostrate già da questo in quel suo antico Trattato di Meccaniche, poco avanti quì nominato. La medesima passione volle ancora con sottilissimo progresso autenticare quel sublime ingegno di Cristiano Vgenio nell'opera sua due anni sono pubblicata, e con stupor de' Matematici applaudita, trattante del moto de' Pendoli; e l'istessa pure si prese ultimamente a confermare, & a stabilire l'ingegnosissimo Sig. Alessandro Marchetti Filosofo Ordinario nella celebre Accademia Pisana.

Per una simile occasione di dubitare intorno alla quinta, ed alla settima difinizione del Quinto d' Euclide mi aveva per avanti conferito il Galileo le dimostrazioni di quelle difinizioni del Quinto Libro senza però applicarle a figure, che, fermatomi poi in Arcetri, egli mi dettò in Dialogo assai prima della venuta quivi del Torricelli quando ancora il Galileo non aveva risoluto di porla nella quinta Giornata, ma pensava tuttavia d' aggiugnerla alla quarta a facce 153. dell' impressione di Leida, dopo la prima Proposizione de' Moti equabili nel caso del ristamparsi con l' altre opere sue quell' ultima delle due nuove Scienze. Questa tal dettatura diede poi qualche facilità al medesimo Galileo, ed al Torricelli per fare quel più amplo disteso in Dialogo, che si è veduto: e la medesima, come inutile, rimase a me, & ancora la conservo. Mi restò in oltre quella breve lettera indirizzata dal Galileo al Sig. Conte Piero de' Bardi in soluzione del Problema, onde avvenga che d'estate l' acqua del fiume, a chi v' entra, appaia prima fredda, e poi calda assai più di quella stessa aria temperata, che prima, trovandosi bagnato, fredda appariva. Dettommi dipoi quella lunghissima lettera in data de' 25. Marzo 1641. scritta allora al Serenissimo Signor PRINCIPE LEOPOLDO di Toscana, oggi l' Alt. Reverendissima del Sig. CARDINAL DE' MEDICI, il quale col solito stimolo d'erudirsi l'aveva richiesto del suo parere intorno al Cap. 50. del Litosforo del Famoso Filosofo Fortunio Liceti, dove questi confutava l' opinione del Galileo riferita nel suo Trattato delle Macchie Solari, & altrove ancora: ma questa lettera fu poco dopò stampata dal Liceti stesso in una sua replica, e di nuovo nell' impressione Bolognese dell' Opere del Galileo insieme con la sopraddetta lettera al Sig. Conte Bardi, e con l' altra ancora al Sig. Conte Alfonso Antonini.

Nel

Nel ſuſſeguente meſe d' Aprile 1641. giunſe di Roma in Firenze per paſſare a Venezia al ſuo Capitolo Generale il predetto Padre Abate Caſtelli, che ſi trasferì di ſubito dal Galileo, dove io pur mi trovava, & avendo egli appreſſo di ſe il Manoſcritto di quel Trattato del Moto, compoſto allora da Evangeliſta Torricelli, il quale 10. anni indietro era ſtato ſuo Scolare nelle Matematiche, fece ſentire in riſtretto al Galileo il contenuto, e la diverſa maniera che in varj luoghi aveva praticato quegli per ampliare la di lui maraviglioſa Scienza del Moto naturalmente accelerato, e del violento. Si rallegrò queſti che in vita ſua aveſſe già preſo così grand' agumento, e favore quella dottrina da ſe nuovamente promoſſa, e di quì, e dalle relazioni dategli da quel Padre dell' altre ſingulari qualità del Torricelli, fece egli di queſto concetto altiſſimo, nè s' ingannò. Con tale occaſione conſiderando il Padre Abate Caſtelli, che per la compaſſionevole cecità, e per l' età ormai cadente del Galileo ſi correva pericolo di perder quel reſiduo delle di lui ſpeculazioni non pubblicate, che egli ſapeva non eſſer ancora poſte in carta, preſe animo di proponergli il Torricelli per Aiuto a farne il diſteſo, & il Galileo ben volentieri accettò uomo così degno, e per Aiuto, e per Compagno, e reſtò col Padre Abate, che al ſuo arrivo in Roma l' avrebbe potuto incamminar liberamente a queſta volta. Si trattenne queſti in Venezia aſſai più del credutoſi, e perciò non prima che il dì 10. d' Ottobre 1641. ſegnì in Arcetri la nobil Copula di queſti due gran Lumi nel Siſtema Filoſofico, e Matematico.

Immantinente cominciò il Galileo a communicar al Torricelli ciò che allora ei meditava di ſpiegar in Dialogo in altre Giornate: ma, iniqua ſorte invidiando agli uomini acquiſti, e cognizioni maggiori nelle Scienze (appena ſcorſi tre meſi, dopo la congiunzione di queſti Pianeti al Mondo Letterato così benefici) interpoſeſi fra di loro, eclissandoci per ſempre il maggiore concedutoci da DIO Sommo Sole per diſcoprir ne' Cieli, e nella Natura maraviglie non più vedute, e verità ammirande ſtate occulte a tutta l' Antichità.

Dentro sì breve tempo, e del quale la malattia ſteſſa del Galileo portò via la parte maggiore, altro non potè fare il Torricelli, che la bozza del diſteſo della quinta Giornata quì avanti riferita (la quale egli, ſeguita la morte del Galileo, ſi ritenne per ridurla al ſegno che s' è veduta) e non ſo quali coſe a parte intorno alla forza della percoſſa.

Erede del Galileo fu il Dottor Vincenzio ſuo figliuolo, uomo di non volgar letteratura, d' ingegno perſpicace, e inventivo di ſtrumenti

Mecca-

Meccanici, & in particolare musicali, e fra gli altri d'un Liuto con tal'arte fabbricato, che sonandolo egli per eccellenza, cavava ad arbitrio suo dalle corde le voci continuate, e gagliarde, come se uscissero dalle canne d'un'Organo: & in vero con suavissima armonia, come più volte io l'udj nel trovarmi in sua casa; imperciocchè quell'amica corrispondenza, che seco io aveva contratto vivente il Padre, la medesima continuò tra'l Figliuolo, e me fin ch'ei visse. Nelle mani di questo, (il quale col Torricelli, e con me aveva assistito alla malattia, ed alla morte del Galileo suo Padre seguita a gli 8. di Gennaio 1642.) veddi oltre alle bozze Originali dell'Opere già stampate, quelle ancora di varie lettere, e discorsi, scritti dal Galileo in diversi tempi in occasioni di ragguagliare, o di rispondere, o di dir pareri sopra quesiti fattigli, o simili, che di tutte si contentò, ch'io ne avessi copia, dettandomene molte da se stesso, quando, e bene spesso mi ritrovavo da lui: se bene ò veduto poi che della maggior parte di queste vanno attorno altre copie pur manoscritte.

Tra le dettatemi, tre ve n'erano, ch'io sapeva di certo non esser anvor fuori in istampa, ma non sapeva già il Sig. Vincenzio, nè meno io, se ne fossero copie altrove, credendosi allora più tosto che nò.

La prima contiene il distesо di sei Operazioni Astronomiche, di quelle, mi cred'io, mentovate in quest'ultima nota dal Galileo, dall'introduzion delle quali manifestamente apparisce, che tali Operazioni sarebbero state molte più in numero. So bene che queste poche lette da me, si meritaron l'applauso d'uno degli Eminenti Letterati della famosissima Adunanza Reale di LVIGI IL GRANDE mio Sig. Clementissimo, che fu il Sig. Gio: Domenico Cassini, celebre Astronomo, quand'un'Estate molti anni sono egli fu quì di passaggio.

La seconda consiste in numero 12. Problemi, o Quesiti spezzate del medesimo Galileo, parte delle quali si vedono risolute in alcuna dell'Opere sue fin quì stampate, e l'altre son forse di quelle della nota sopra riferita. Questi Problemi erano di mano del Sig. Vincenzio, che dissemi avergli distesi lui medesimo su le soluzioni spiegategli dal proprio Padre, già cieco, in alcuni giorni, ne' quali avanti al mio stanziare in Arcetri egli andava colà a visitarlo: E tanto le sopradette Operazioni Astronomiche, quanto questi Problemi, insieme con quei più (che impossibil'è indovinar quali, e quanti) parmi che dovevan comprendersi nella continuazione della quinta Giornata scritta dal Torricelli, dopo qualche esplicazione, & aggiunta ad alcuna delle cose dette nelle precedenti quattro Giornate; e nella medesima quinta, si avevan ad esaminare, e risolvere que' Problemi diversi,

e parti-

e particolarmente d' Ariſtotile, & in ſpecie del Trattato del muoversi degli Animali.

La terza ſcrittura dettatami, è un' altro principio di nuovo congreſſo, intitolato Vltimo, *forſe così detto dal Galileo avanti che gli veniſſe concetto di ridurre anco le poſtille a' ſuoi Oppoſitori in forma di Dialogo. In queſto Congreſſo il Galileo introduce (al ſolito) per Interlocutori il Salviati, ed il Sagredo, eſcludendo Simplicio, e ponendo per terzo quel ſoprannominato Sig. Paolo Aproino ſtato già ſuo Vditore delle Matematiche in Padova. Tal principio è diſteſo in Dialogo in ſei fogli in circa, dove ſi ſpiegano alcune ſperienze fatte dal Galileo fin ne' tempi, ch' egli era colà Lettore, allora che andava inveſtigando la miſura della forza della percoſſa (che in ultimo egli conſiderò come infinita) e queſta materia, dopo ſpiegate le ſperienze, voleva il Galileo trattar matematicamente in tutto 'l reſtante di tal Congreſſo, come terza Scienza, dopo le due già promoſſe da lui medeſimo, e con queſta finir di pubblicare il rimanente delle ſue più elaborate fatiche, quale ſarebbe ſtata queſta, intorno alla quale egli medeſimo diſſe aver conſumato molte migliaia d' ore ſpeculando, e filoſofando, & avervi in fine conſeguito cognizioni lontane da' noſtri primi concetti, e però nuove, e per la loro novità ammirande.*

Finalmente per quanto ſi cava dalla ſuddetta nota del Galileo de' 23. Gennaio 1638. di ciò che gli rimaneva da ſcrivere, e pubblicare, dovevanſi comprender in un' altro Dialogo, che ſarebbe ſtato il ſettimo (oltre a' primi quattro de' due maſſimi ſiſtemi) tutte quelle note, oſſervazioni, e repliche da lui chiamate poſtille, fatte intorno a' luoghi più importanti de' libri di coloro che gli avevano ſcritto contro.

Immenſa dunque è ſtata la perdita delle preziose ſpeculazioni rimaſte entro sì ricca miniera d' un tanto Filoſofo, e Matematico; ma ſiccome quella della percoſſa è ſtata poi egregiamente trattata dal celebratiſſimo Sig. Gio: Alfonſo Borelli, così è da aſpettarſi che ſegua dell' altra da eſſo promeſſaci de' Moti degli Animali, in quella guiſa ancora che dall' acutiſſimo Sig. Lorenzo Bellini inſigne Anatomiſta nel famoſo Studio Piſano ſi attende di veder matematicamente trattata la materia fin' ora oſcuriſſima della reſpirazione, che egli ſteſſo ci fa ſperar di godere in breve, per la quale ben ſi vedrà (come nella ſua Miologia lo dimoſtrò pure il Dottiſſimo, e Candidiſſimo Sig. Niccolò Stenoni) quanto vaglia, e quanto ſia neceſſaria al Filoſofo, all' Anatomiſta, & al Medico la nobile, ma negletta Geometria.

Ma

Ma tornando alla copia, ch' io mi ritrovo della Scrittura intitolata Vltimo Congresso, questa, in alcuni luoghi dov' io aveva qualche difficultà, mi fu in aiuto a riscontrarla col proprio suo Originale, il Molto Reverendo Sig. Cosimo figliuolo del suddetto Sig. Vincenzio, e degno Nipote del Galileo, prima che egli partisse di Firenze per passare al servizio suavissimo dell' Eminenza Reverendissima del Signor Cardinal Barbarigo mio Benignissimo, e Riveritissimo Sig., & in quell'occasione dissemi averne egli medesimo già dato fuori altre copie. Col di lui aiuto riscontrai ancora la mia copia col suo Originale delle Operazioni Astronomiche, e nel margine di quello sovviemmi ch' io feci di mia mano una certa nota. Ebbi finalmente di mano del medesimo Sig. Cosimo copia d' un frammento di parere, o risposta del Galileo a quesito Meccanico, e mi permesse il copiare certe postille da' Libri d' alcuni de' Contradittori alle di lui prime Opere. So inoltre che esso Sig. Cosimo aveva un' esamina, & alcuni calculi fatti in proposito di que' del Chiaramonti in materia della Stella nuova, siccome altre simili postille, e risposte a varj degli Oppositori più moderni, delle quali cose mi son poi meco stesso più volte doluto di non m' esser fatto dar copia, per essere il Sig. Cosimo, già son due anni, passato a miglior vita in Napoli, dove egli era Superiore di quella Congregazione della Missione, e per diligenze fatte allora da me colà, & a Roma, d' ordine ancora del Sig. Carlo, fratello (per la Dio grazia) vivente del medesimo Sig. Cosimo, si ricevè per risposta, che un' anno avanti, prima di tornare a stanziare a Napoli, egli aveva stracciato, e abbruciato in Roma gran quantità di Scritture; tra le quali non si sà se vi erano i sopraccennati Originali, & i libri postillati, &c. giacchè non erano tra quelle Scritture che furono ricevute quattr' anni sono da me per mano del detto M. Reverendo Sig. Cosimo l'ultima volta ch' egli se ne tornò di qui a Roma per passar a Napoli, com' apparisce dall' Inventario, che fatto da esso, e da me sottoscritto, rimase allora nelle mani del soprannominato Sig. Carlo suo fratello ultimo de' tre felici Nipoti del Galileo.

Le Scritture del sopraddetto Inventario consistono, (fuori d'alcuni discorsi, e lettere di Altri) o in bozze dell' Opere stampate del Galileo, o in discorsi, e lettere del medesimo, che di già si vedono fuori sparse; e solo tra le cose del Galileo, ch' io non so che ne vada copia attorno, due ve ne sono.

La prima, un manoscritto del Galileo in più quinternetti in ottavo intitolato fuori sulla coperta De Motu antiquiora, il quale si riconosce esser de' primi giovenili studj di lui, e per i quali nondime-

no

no si vede, che fin da quel tempo non seppe egli accomodare il libero intelletto suo all'obbligato filosofare della comune delle Scuole. Quello però di più singulare, che è sparso in tal manoscritto, tutto, come si vede, l'incastrò poi egli stesso opportunamente a' suoi luoghi nell' opere, che egli stampò.

L'altra è un libretto in foglio di mano del Padre Don Benedetto Castelli intitolato. Errori del Signor Giorgio Coresio, raccolti dalla sua Operetta del galleggiar della figura, ma con qualche postilla, e rimessa in margine di mano del Galileo; dal che, siccome dal vedere che le bozze delle Risposte, e Considerazioni di esso Padre Castelli contro al Grazia, & alle Colombe sono, per la maggior parte, di mano del medesimo Galileo, io prendo occasione di credere, che, e quell'Opere, e queste fossero dettate, se non in tutto, almeno in qualche parte da esso Galileo al detto Padre, e poi da lui fatte pubblicare, & a lui attribuitele, forse per non dar onor di soverchio col proprio nome a' suoi così deboli Oppositori. Non sò già per qual cagione questa risposta al Coresio non uscisse allora in luce coll'altre due, giacchè, per esser coll' approvazione de' Superiori, non restav' altro che metterla sotto 'l Torcolo: ma forse di ciò ne dà, benchè oscuramente, qualche cenno il medesimo Padre Abate Castelli nella Dedicatoria di quelle sue Considerazioni stampate.

Restami ora a dir quant'io sò intorno all'uso delle catenuzze promesso dal Galileo nel fine della quarta Giornata, riferendolo quale egli me l'accennò quando, presente lui, io stava studiando la sua scienza de' Proietti. Parmi dunque che egli intendesse di valersi di simili catene sottilissime pendenti dall'estremità loro sopra un piano, per cavar dalle diverse tensioni di esse la regola, e la pratica di tirar coll' artiglieria ad un dato scopo. Ma di questo a sufficienza, e ingegnosamente scrisse il nostro Torricelli nel fine del suo Trattato de' Proietti, onde tal perdita rimane risarcita.

Che poi la sacca naturale di simili catenuzze s'adatti sempre alla curvatura di linee Paraboliche, lo deduceva egli, se mal non mi sovviene, da un simile discorso.

Dovendo i gravi scender naturalmente colla proporzione del momento, che essi anno da' luoghi dove e' son' appesi, & avendo i momenti de' gravi uguali attacati a' punti d'una libra sostenuta nell'estremità, la medesima proporzion de' Rettangoli delle parti di essa libra, come il Galileo stesso dimostrò nel Trattato delle resistenze, e questa proporzione essendo la medesima che quella tra le linee rette, che da' punti di tal libra, come base d'una Parabola, si tirano pa-

ralelle al diametro di tal Parabola (per la dottrina de' Conici) tutti gli anelli della catenuzza, che son come tanti pesi uguali pendenti da' punti di quella linea retta, che congiugne l'estremità dove essa catena è attaccata, e che serve di base della Parabola, dovendo in fine scendere quant' è loro permesso da' lor momenti, e quivi fermarsi, fermar si dovranno in que' punti, dove le scese loro son proporzionali a' proprj momenti da' luoghi di dove pendono essi anelli nell'ultimo stante del moto; che poi son que' punti, che s'adattano ad'una curva Parabolica lunga quanto la catena, & il di cui diametro, che si parte dal mezzo di detta base, sia perpendicolare all'Orizonte.

Sappiasi finalmente, che del riferito, e scritto fin quì resta appieno informata l'Altezza Reverendissima del Sig. PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI, alla di cui straordinaria affezzione alle scienze, da essa ad alto grado non men possedute, che protette, dovete, o Lettori, aver tutto l'obbligo delle ricevute notizie, assicurandovi per la mia parte del continuato mio buon volere di far pubblico tutto ciò, che del Gran Galileo mio riverito Maestro per ora si stà privato, e sparso in diverse mani, e da me raccolto; di quello cioè, non solo, ch'io ricevei dal di lui Figliuolo, e dal predetto Nipote, ma di quell'ancora, che mercè alla protezione, e favore della prefata Altezza Reverendiss., & alla cortesia d'Amici, e Padroni di quì, e fuori, dopo una particolare attenzione, e diligente ricerca m'è riuscito d'andar di quà, e di là rispigolando. Et affinchè segua ciò in forma la più copiosa che possibil sia, supplico tutti quegli, a' quali perverrà notizia di questi miei grati sentimenti, a voler essermi liberali in farmi pervenir i Trattati, o discorsi, o le lettere ch'essi trovansi del Galileo non ancora pubblicate, ò in procurarmele da altre parti, perchè, oltre al non tacere il nome di chi a così nobil opera avrà contribuito, vi sarà in ricompensa, non dico il mio gradimento, che nulla vale, ma quello di tutta la Repubblica Letterata.

FRattanto, perchè tra' luoghi degli Elementi d'Euclide con varietà d'opinioni agitati quello ancora vi è, ormai vulgatissimo, intorno all'Angolo, detto del contatto, sopra del quale il Galileo partic pò già per lettera ad Amico suo con opportuna congiuntura il proprio sentimento, e questo parmi che sia molto plausibile, e degno dell'Autore, ò risoluto di aggiugnerlo quì, corretto intanto da' molti errori di stampa, che sono in essa lettera, la quale perchè venne inserita di passaggio dall'Amico stesso in una sua piccola Opera Matematica, trovo che a' pochi è pervenuta a notizia fin ora, siccome è nota a mè da poc'anni in quà.

PA-

PARERE
DEL GALILEO
INTORNO ALL'ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da esso in una lettera di risposta scritta dalla Villa d'Arcetri ne' 30. Ottobre 1635. a Giovan Cămillo Glorioſi Matematico Napoletano,

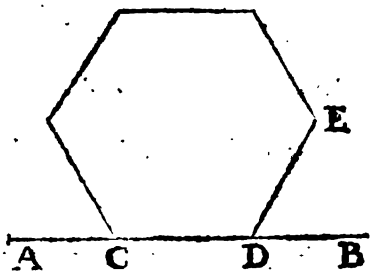
E stampata da questo nella sua terza Deca delle Esercitazioni Matematiche a fac. 146. dell'impressione di Napoli nel 1639. in quarto.

Dopo d'accusare la ricevuta di questa Deca inviatagli dall'Autore, così segue il Galileo.

IN tanto, per segno d'aver pur veduto qualcosa delle sottilissime speculazioni di V. S. voglio conferirle certo mio discorso, che gran tempo fà mi passò per la fantasia, per provare, che l'angolo del contatto sia detto così equivocamente, e che insomma non sia veramente angolo, convenendo in questo col Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. S. vada redarguendo; ficchè se mi mostrerà la fallacia della mia, che mi par poco meno che concludente dimostrazione, bisognerà ch'io sia con Lei.

Stando dunque su la ricevuta difinizione, che *l'Angolo sia l'inclinazione di due linee poste in un piano, che si toccano in un punto, e non son poste fra loro per diritto*; figuriamoci un Poligono rettilineo, & equilatero inscritto nel Cerchio. E' manifesto le inclinazioni, o direzioni de' suoi lati esser tante quanti gli stessi lati, se saranno di numero dispari, ovvero quanto la metà, se 'l numero sarà pari (avendo gli opposti la medesima direzione). Ora, se intenderemo a qualsisia linea retta A B *della seguente figura* esser applicato il lato C D d'uno di detti Poligoni; questo con quella non formerà angolo, camminando amendue per la medesima direzione, ma ben lo formerà il lato seguente D E, come quello, che sopra la segnata retta si eleva, & inclinandosegli

ſopra la tocca. E perchè 'l Cerchio ſi concepiſce eſſer un Poligono di lati infiniti, è neceſſario che nel ſuo perimetro ſieno tutte le direzzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualſivoglia linea retta ſegnata, la quale non può 'ntenderſi eſſer altra, che quella del lato (degl'infiniti che ne à il Cerchio) che ad eſſa ſia applicato; adunque quello del Cerchio che alla linea retta ſi applica, non forma angolo con eſſa; è tal è il punto del contatto. Quì poi non ſi può dire, che ſe bene 'l punto che tocca, non contiene angolo colla tangente, tuttavia pur lo contenga 'l punto contiguo conſeguente; ſiccome nel Poligono, non il lato, che s'applica alla retta propoſta, ma il lato ſeguente è quello che l'angolo forma, e conſtituiſce; non ſi può dico dir queſto, perchè 'l punto, che ſuccede a quel del contatto, non tocca la retta, la quale da un ſol punto del Cerchio, e non da più vien toccata; ma nella difinizione dell'angolo ſi ricerca, oltre all'inclinazione, il toccamento ancora, adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè è veramente angolo, nè à grandezza alcuna.

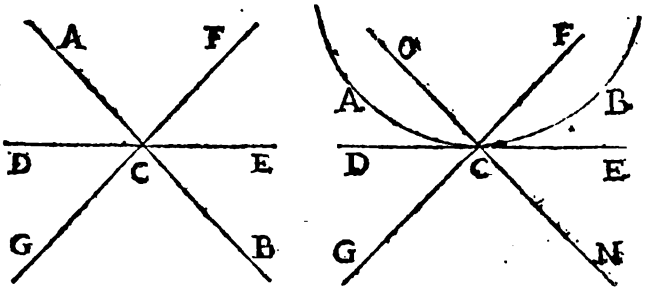


Sovviemmi anco, oltre a molt'altri, aver fatto un diſcorſo in cotal forma.

Se ſtando ferma la D E, intenderemo la ſegante A B girarſi ſopra 'l punto del ſegamento C, ſicchè dallo ſtato A B calando A verſo D, trapaſſi in G F, facendo l'angolo F C E ſuperiore alla D E, dove prima conteneva l'inferiore E C B; è manifeſto l'angolo B C E andarſi per tal converſione inacutendo, e riſtrignendo in modo, che finalmente la ſua quantità ſi annichili, e del tutto ſvaniſca, il che accaderà quando eſſa retta A B ſi congiugnerà con la D E. Ora applicando lo ſteſſo diſcorſo all'arco A C B ſegato dalla retta O N nel punto C, conſtituendo i ſuppoſti angoli miſti A C O, N C B; ſe intenderemo eſſa retta O N girarſi ſopra 'l punto C, da O verſo D inacutendo i detti angoli, e finalmente trapaſſando nello ſtato di G C F, ſicchè l'angolo inferiore N C B ſi faccia ſuperiore, come F C B, non comprendo come ciò poſſa accadere ſenza paſſar per l'annichilazione di eſſi

an-

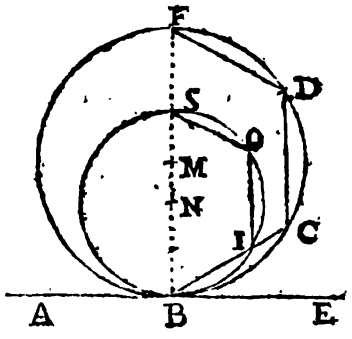
angoli, la quale annichilazione non può essere, se non quando essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che



avviene quando essa si unisce con la tangente D E. Nell'arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l'annichilazione degli angoli.

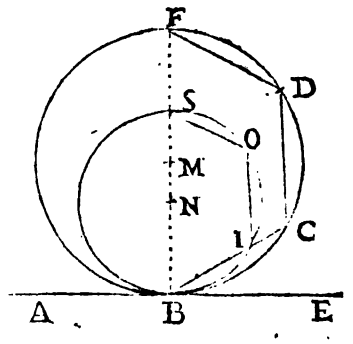
Il discorso anco, che vien fatto per confermare che l'angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto ch'e' sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s'io non m'inganno, manchevole; imperciocchè non l'angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso, e suddiviso dalle maggiori, e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par che si possa mostrare coll'esempio de' molti Poligoni rettilinei simili, e diseguali nella seguente maniera.

Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, & intendasi nel minore inscritto un Poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C essere un lato del Poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due



CD,

C D, D F sieno lati conseguenti. Quì si vede che 'l perimetro E D C B divide ben lo spazio intercetto tra 'l perimetro del Poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l'angolo I B E, essendo 'l lato I B parte del lato B C, & esso angolo I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e dà i due lati de' Poligoni B I, B C; e discorrendo nello stesso modo di tutti gli altri Poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l'angolo I B E sarà sempre comune, nè giammai segato, ma ben'andrà sempre facendosi più acuto multiplicandosi i lati del Poligono; vero è che l'angolo I B E sarebbe esso ancora diviso dal lato d'un Poligono maggiore, tuttavolta ch'e' fosse di più lati, & in conseguenza dissimile. Di quì mi par che si possa ritrarre, che essendo i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente, e l'arco interno B I O S, diviso dall'arco esteriore B C D F, ma non già l'angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l'essere i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, toglie il potersi dire il Cerchio maggiore esser Poligono di più lati, che il minore, e perciò atto a dividergli il suo angolo, perchè siccome non si può intendere Poligono alcuno potersi inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo; così non si può dire, che l'angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal'angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.



Considerisi appresso, che siccome multiplicandosi più, e sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del Poligono, l'angolo I B E sempre si fa più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti tal'angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, &c.

Segue

Segue dipoi il Galileo con altro breve capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Glorioſi inferiſce dalle ragioni addotte dal ſopranominato Franceſco Vieta: Ma eſſendochè per l'intelligenza di tali ponderazioni converrebbe riferire, e ciò che ſcriſſe l'iſteſſo Vieta, e ciò che v'oppoſe il Glorioſi, con la riſpoſta di queſto al medeſimo Galileo, tralaſcio di traſcriver più oltre eſſo Capitolo, e rimetto i Curioſi, a ſoddisfarſi pel rimanente ne' proprj Autori; poichè non è preteſo di portar quì il progreſſo tutto della quiſtione, con le propoſte, e riſpoſte altrui, ma ſolamente le principali ragioni, che a ſtimar nullo tal angolo moſſero il mio reverito Maeſtro, al di cui parere liberamente ſottoſcriuendomi, così mi fo lecito di ſoggiugnere.

Se trà le condizioni dell'angolo piano volle Euclide nella diſiuizione di eſſo, quella ancora, che le linee conſtituentilo non ſieno poſte frà loro in diritto, parmi che di quì aſſai manifeſtamente ſi comprenda, ch'ei non inteſe per modo alcuno di chiamar con quel nome l'incontro d'una linea curva con una retta, e perciò non quello della circonferenza d'un Cerchio con la retta linea toccantelo: eſſendo aſſolutamente impoſſibile conſtituire, o adattare una linea curva talmente ch'ella torni in dirittura con una retta, e tanto più è impoſſibile il far ciò con due curve inſieme congiunte. Onde, non potendoſi mai con eſſe linee effettuare la vietata poſizione, ſuperfluamente, e fuori di propoſito l'avrebbe egli eſcluſa da ſimil ſorta d'accoppiamento. Se dunque egli ſtimò neceſſaria alla diſinizione dell'angolo piano quella particolare eccezione, parmi che, di quì concluder ſi debba, che egli inteſe di parlar d'angoli fatti ſolo da quelle linee, che qualche volta coll'eccettuata poſizione ſi abbattano d'accoppiarſi: E tali ſono le linee rette ſolamente, due delle quali toccandoſi in qualche punto comune ad eſſe, poſſono dà poi l'infinite inclinazioni, e aperture ſempre maggiori giugnere finalmente a ſituarſi trà loro in una medeſima dirittura. Di quì è che io mi fò a credere, che Euclide adduceſſe la diſinizione ſolamente per l'angolo rettilineo, e non quella generale per queſto, e per gli altri, chiamati comunemente curvilinei, cornicolari, e miſti, &c. E ciò maggiormente mi ſi conferma dall'oſſervare che il medeſimo Euclide in tutti i ſuoi Elementi, & in ogn'altra ſua Opera cognita a noi, non propone mai, come ſi dice, ex profeſſo, di dimoſtrare alcun Teorema, o di riſolver Problema intorno a gli angoli, che ſon detti curvilinei, nè gli paragona mai fra di loro, come egli fà in più luoghi de' rettilinei. Che ſe nel ſuo terzo Libro ſi trova che tali accoppiamenti fatti dalla circonferenza del Cerchio con una retta,

che

che lo tocchi, o da quella che passi per lo suo centro, o da altre che lo seghino vengono paragonati, nella Proposizione 16. con gli angoli acuti rettilinei, e nella 31. coll'angolo retto, io non son lontano dal creder quello, di che sospettò col Peletario quel sublime 'ngegno Franzese tra' Restauratori dell'antica Geometria forse 'l primo, dico Francesco Vieta, che queste tali comparazioni sieno state aggiunte alla fine di dette Proposizioni da qualche bello spirito degli Antichi, o, come sogliamo dire, da qualche Saccente: anzi tengo per fermo, che cotal uomo le cavasse quivi come Corollarj delle medesime proposte d'Euclide, onde poi a contemplazione di queste sue aggiunte gli convenisse alterar la difinizione dell'angolo premessa da Euclide al suo primo Libro, la quale stando forse così (Angolo è quella scambievole inclinazione de due linee rette poste in un piano, che toccandosi in un punto non son poste in dirittura fra di loro) la riformasse per farla più generale, e che servisse à quelle sue aggiunte, con levar la condizione di rette alle linee, e così la riducesse universale per tutti gli angoli da lui intesi, e che di poi v'aggiugnesse di proprio la difinizione particolare pe' soli rettilinei, siccome ancora che al terzo Libro premettesse la difinizione per gli angoli delle porzioni, la quale io per mè stimo adattata a questi non meno impropriamente, che à quello chiamato del contatto. Ma in qualunque modo ciò sia seguito, non mi par già ch'e' merti il conto il diffonderſi, e confonderſi di vantaggio in simil contesa; poichè quando bene 'l tutto fosse veramente d'Euclide stesso, non sò poi veder che gran biasimo glie ne venga, e qual pregiudizio resulti alla stabilità de' fondamenti Geometrici, ond'egli occorra affannarsene col medesimo Vieta dicente che non a torto si tiene per qualcuno tali conclusioni controverse essere adulterine, nè sibi non satis constet Euclides, & alioqui Geometrica multa corruant fundamenta; perchè finalmente quando mai si concordi, o si conceda che l'addotta difinizione non si competa ad altri angoli, che a' rettilinei, e che questi soli come enti, e però come quanti sieno divisibili, e comparabili fra di loro, e che gli altri tutti impropriamente si chiamino angoli, e si voglia poi, non ostante, che le comparazioni de' curvilinei co' rettilinei sieno proprie d'Euclide, il maggior disordine, che accader possa in Geometria, sarà che le dette comparazioni fatte nel fine delle citate proposizioni del terzo Libro sieno improprie, o non vere, e conseguentemente n'avverrà, che 'l numero delle vere proprietà Geometriche (il qual non vi è dubbio, ch'e' sia infinito) manchi di un due, o di un trè al più. Ma che? esso numero pur tut-

tavia

tavia resterà infinito. Oltrechè, quando tali conclusioni si togliessero affatto dagli Elementi, tutto 'l rimanente, avrebbe per appunto suo vigor come prima, come che esse abbian fine nel medesimo lor principio, e da esse non dependa pur una delle tant'altre proprietà dimostrate in tutti i quindici Libri degli Elementi d'Euclide, o degli altri Trattati che di lui ci son pervenuti alle mani.

Oltr'all'addotte, altre ragioni vi sarebbero per confermare 'l non essere di sì fatt'angolo: ma parendomi in fine tal disputa, come dir sogliamo, di lana caprina, chiunque à più genio alle controversie di cose frivole (che di questi il Mondo letterato pur troppo abbonda) che alla sodezza delle verità inrefragabili Matematiche, potrà veder'a piacer suo ciò che negando, o affermando ingegnosamente ne scrissero, oltre a' mentovati Autori, il Cardano, il Peletario, il Clavio, il Tacquet, ed altri celebri Matematici che non vi mancano, e per tal guisa tentar d'estinguere, se non accender viè più questa sete, ch'io per me in materie simili stimo sete d'infermo più che di sano, la quale appagata, suol bene spesso più tosto offenderlo, che ristorarlo.

ESSENDOSI preteſo col pubblicato fin quì di ſpianare alcune difficultà, e di facilitar varie coſe de' primi Elementi Geometrici, non ſarà fuor di propoſito l'addurre in queſto luogo le Propoſizioni 28. e 29. del ſeſto Libro d'Euclide dimoſtrate in un modo aſſai ſpedito, con che ſoleva ſpiegarle congiuntamente il celebratiſſimo Matematico di S. A. Evangeliſta Torricelli mio Anteceſſore, e ſono le ſeguenti.

PROPOS. XXVIII. E XXIX.

DEL SESTO LIBRO D'EVCLIDE

Dimoſtrate congiuntamente

DAL TORRICELLI.

ALLA data linea AB applicare un paralellogrammo uguale al dato rettilineo C, e che manchi, o ecceda d'un paralellogrammo ſimile al dato E: ma biſogna che, quando ſi deve adattare il paralellogrammo che manchi, &c. il dato rettilineo non ſia maggiore del paralellogrammo che è ſimile al dato, e che è deſcrittibile ſopra la metà della linea data.

SEGHISI per mezzo la BA in F, e ſopra l' F A ſi faccia [a] un rettilineo F G ſimile al dato E, che ſarà paralellogrammo, e ſi compiſca ſopra tutta la data A B il paralellogrammo AH. Dipoi alla retta BH, nell'angolo B H I ſi applichi [b] il paralellogrammo BI uguale al dato rettilineo C, e tra le G L & L I ſi prenda la media proporzionale L M, e tirato il diametro L A ſi finiſca la figura dal punto M. Dico che il paralellogrammo B O, che è adattato alla data A B, e che nella prima figura à il mancamento A O, e nella ſeconda à l'eccesſo A O ſimile all' F G, ovvero al dato E, è uguale all'altro dato rettilineo C.

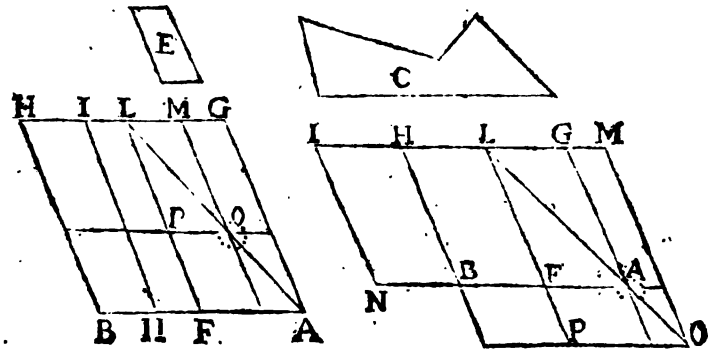
[a] *Prop. 28. del Lib. 6.*

[b] *Prop. 45 del Lib. pr.*

IMPER-

IMPERCIOCCHE' la figura A L alla ſimil figura L O ſta [a] come la linea G L alla linea L I delle tre G L, L M, L I in continua proporzione, ovvero come [b] la medeſima figura A L, alla figura L N, adunque i paralellogrammi O L & L N ſono [c] uguali, e nella prima figura, tutto L A [d] è eguale a tutto L B, adunque il rimanente gnomone P A M è uguale al rimanente paralellogrammo B I. MA, nella ſeconda figura, eſſendo tutto O L uguale a tutto L N, come poco fà s'è provato, e la parte L A uguale [e] alla parte L B, reſterà il gnomone PAM uguale al rimanente paralellogrammo B I

[a] *Coroll. delle Prop. 19. del 6.*
[b] *Propoſ. 1. del 6.*
[c] *Aſſioma 7. del preſente Trattato delle Proporzioni.*
[d] *Propoſ. 1. del 6.*
[e] *Per la medeſima.*



E' dunque in ciaſcuna figura il paralellogrammo B I uguale al gnomone P A M, cioè al paralellogrammo B O (perchè il paralellogrammo B P è uguale [f] al P A, ovvero all' A M, & aggiunto comune F O, tutto B O è uguale a tutto 'l gnomone P A M) ma il paralellogrammo B I è fatto uguale al rettilineo C, adunque anco il paralellogrammo BO ſarà uguale al medeſimo C, & è il BO adattato alla data linea A B, e manca, nella prima figura; & eccede, nella ſeconda, del paralellogrammo A O ſimile al dato E. Che è quanto fu propoſto di fare.

[f] *Per la medeſima.*

PERCHE' gli Originali della paſſata Propoſizione, e dell' altra poſta quì ſotto 'l numero 19. di queſto Trattato delle proporzioni, ſi trovano, com'io diſſi, con gli altri ſcritti non ancora ſtampati del Torricelli appreſſo 'l Sig. Lodovico Serenai, ſtimai convenirmiſi, avanti di farne 'l diſteſo, di accennare a lui ſteſſo il deſiderio ch'io aveva d'inſerir in queſto medeſimo Tratato le due ſopraddette Propoſizioni. Egli non contento di favorirmi colla ſua approvazione datamene in voce, per maggiormente obbligarmi, volle dipoi confermarmela con ſua propria lettera, per la quale riconvenendo mè con alcune molto diſcrete, e giuſte domande, corteſemente mi prega a pigliar congiuntura in queſto Libretto di far paleſi al Mondo varie particolarità toccanti principalmente le ſue, & incidentemente alcuna delle mie diſcolpe intorno alla differita pubblicazione de' medeſimi Originali del Torricelli. Io che diffido di ſaper riferire ſimili notizie meglio di come in eſſa lettera ſono rappreſentate, dovendo, e volendo pur cooperare alle ſoddisfazioni dell'Amico, ò riſoluto di pubblicar queſte verità, note a pochi, per mezzo della medeſima lettera, la quale, colla dovuta participazione dello ſteſſo Sig. Serenai, ò quì puntualmente traſcritta, dall' Originale ch'io tengo appreſſo di mè, rimettendomi a quel di più, che per quel che s'attiene a mè io ſono per narrare a parte coll'opere proprie del Torricelli, che ben preſto a DIO piacendo verranno in luce.

LETTERA

LETTERA

DEL SIG. DOTTOR LODOVICO SERENAI

CONTENENTE

Il ragguaglio dell' ultime Opere Matematiche D'EVANGELISTA TORRICELLI non ancora pubblicate.

Mio Sig. e Padron Singolarissimo.

ALLA delicatissima modestia di V. Sig. si deve attribuire il non aver voluto senza la mia licenza, inserir nel Trattato ch' ella sta per pubblicare delle Proporzioni, la XI. Proposizione di quel Libretto, che il Sig. Evangelista Torricelli compose con lo stesso titolo, e che si stamperà coll' altr' opere sue postume; nè anco quella sua costruzione, e dimostrazione, della qual sola con la consueta sua brevità maestosa ei si serviva per ispiegar insieme l' ottavo, & il nono Problema del sesto d' Euclide: siccome alla vaghezza ch' ella à d' onorar me, io attribuisco l' aver a me domandata licenza tale, quasi che la licenza mia, come Esecutore da lui eletto della pubblicazione dell' Opere sue, deva supplire per questa parte alla pubblicazione non ancor fatta: atteso chè, può valersi V. S. più d' ogn' altro, e in detto Trattato, & in qualunque altr' Opera sua, non solamente di quelle due, ma di tutte le di lui cose simili, massime volendone citar l' Autore, e non tacerlo, come bene spesso fanno molti, per altro lodevoli Scrittori, senza vergognarsi d' usurpar l' altrui gloria; e quel che più importa, perchè ell' à nell' Opere Geometriche postume del Torricelli quella parte, che dopo l' Autore non può vantare alcun' altro. Però è tanto superfluo che per valersi delle due, e d' altre dimostrazioni di lui ell' abbia bisogno di mia licenza come d' Esecutore ch' ei si compiacque di farmi della sua volontà, e testamento, che anzi più tosto io devo, come tale, fincerar il Mondo che a lei sola sarà dovuto il merito della pubblicazione di tutte. La qual cosa confido mi verrà fatta per mezzo delle notizie contenute in

Al Sig Vincenzio Viviani, &c. que-

questa Lettera, se V. S. darà di esse contezza al Lettore nell'istesso Trattato, com'io ne la prego, acciocchè servano a me per discolpa della differita pubblicazione, e per consolazione di chi temesse che la tardanza abbia dato campo franco a chi si fosse fatto Autore di qualche invenzione del nostro Amico.

Due furono i Matematici, de' quali per ordine da lui datomi io doveva far capitale per la detta pubblicazione; il Padre Fra Buonaventura Cavalieri, e il Sig. Michelagnol Ricci come più abili a riconoscere negli scritti ch'ei lasciava, le cose da stamparsi, e a ordinarle, perchè con loro qua in Italia aveva conferite molte delle sue speculazioni; e nominò prima il Cavalieri, che aveva fra mano appunto allora la stampa dell'ultimo suo Libro intitolato *Exercitationes Geometricæ*, affinchè con esso stampasse ancora delle cose di lui quelle, che trovasse più all'ordine; e per l'altre elesse il Sig. Ricci; stimandolo il maggior ingegno da lui conosciuto nelle Matematiche, e da lui in esse introdotto, e il maggior amico che avesse, Ma il primo mi fu rapito dalla morte poche settimane dopo al Torricelli, e il secondo, che DIO lodato ancor vive mio reverittissimo Signore, me lo tolsero la sua precedente disapplicazione per lungo tempo da queste speculazioni, molte cure domestiche necessarie, studi più gravi, & affari più importanti nella Corte Romana. E non ebbi altro degno, e sicuro refugio che V. S. La quale se ben a principio, e per quattr'anni ci ebbe gran renitenza, contrastandogliele l'assiduo servizio al SERENISS. FERDINANDO II. tanto affezionato a' Professori di queste scienze; l'esser Capo di Casa con molti travagli di liti, e di frequenti indispositioni; l'Opere Geometriche sue proprie concepite, e non condotte; e la debolissima complessione; accettò nondimeno di farci il possibile; quando intese che l'istesso SERENISS. (informato da me del capitale mancatomi, e ricordatosi aver S. ALT. in Firenze un Matematico qual era V. S. fin allora) applicò l'animo a fare stampar quì quest'altre opere dell'amato suo Torricelli, come a sue spese aveva già fatto l'anno 1644. le prime pubblicato da esso Autore; e a quest'effetto mi comandò S. ALTEZZA far sapere a V. S. aver caro, ch'ella ci si disponesse. Accettò dissi, ma con inviolabil patto, e condizione, ch'io dovessi sempre, e tenacemente custodir presso di me inseparabili gli scritti del Torricelli, & a lei darne solamente le copie. Il che dalle necessarie, e continue occupazioni dovute per la mia famiglia, e per l'offizio, non mi fu permesso di fare di

tutti

tutti gli originali prima che nello spazio d'altri quattr'anni, otto cioè dopo la morte di lui. Nelle quali copie impiegai la più attenta diligenza ch'io seppi trascrivendo con la scrittura non tanto le figure anco fregate, e cassate, ma ogni linea, ogni punto, e quasi ogni scorbio; acciocchè nelle mie copie non mancasse nulla di quel che l'Autore avesse accennato alla sua propria memoria; e così ell'equivalessero a gli stessi Originali per lo fine proposto: siccome elle sono state sufficienti, mercè principale alla grande intelligenza, e speculazione di V. S. giacchè ella mi dice aver condotta l'opera al termine, e non è memoria ch'ella m'abbia richiesto più che una volta di confrontar certa copia coll'originale.

Potranno ben soddisfarsi i Matematici che leggeranno l'Opere postume, di confrontarle co' propri scritti del Torricelli; poichè posti da me in casa mia d'avanti a V. S. confusi, come gli avevo trovati nello staffale del defunto Autore, furon da lei, me sempre presente (così convenendomi fare per compiacere al gusto, e voler suo, e alla sua delicata natura) distinti con applicata attenzione in diverse classi; e da me poi, in piè della lor prima faccia numerati a caratteri rossi d'abbaco che arrivarono al numero 253, ne fù fatto puntualissimo Inventario, descrivendo in esso a numero per numero se eran più fogli, o un solo, e se mezzo, se quarto, e quanto ne fosse scritto. Quale Inventario di mia mano con gli stessi Originali in un Volume composti, furon già da me, con gusto, e consiglio di V. S. concorrendoci il beneplacito della prefata Serenis. Altezza, destinati a depositarsi, dopo la pubblicazione dell'opere (se ci farà come spero permesso dal SERENISS. PADRON REGNANTE) nella famosissima MEDICEA Libreria di San Lorenzo, Tesoro notissimo al Mondo di manoscritti reconditi, e d'Opere d'Autori singolarissimi, e al quale ricorrono, e concorrono giornalmente Litterati Italiani, e Oltramontani per appagar le virtuose curiosità loro.

Quivi detti Originali mai veduti presso di me da altri che da V. S. nel modo già detto, e poi una sol volta di passaggio, e in pied'in piede molti anni fà dal Molto Reverendo Padre Fra Stefano Angeli oggi Lettore delle Matematiche in Padova, che me ne pregò; e mi riconobbi tenuto a compiacergli per mostrarmi cognitore dell'ingenuità sua, e grato a gli obblighi seco contratti, quando mi mandò cortesissimamente più lettere del Torricelli trovate da esso fra le scritture del morto Cavalieri. Quivi dico conservati testificheranno la fedeltà mia: confrontati coll'opere postume,

ſtume, manifeſteranno la nobil fatica di V. S. e vivendo nella propria penna dell' iſteſſo Autore, queſta (qual d'Aquila) divorerà le penne vili di chiunque tentaſſe, o aveſſe tentato di farſi bello di alcuna delle Invezioni del noſtro Torricelli, che ne comunicò molte a più d'uno.

Queſte notizie, con altre ancora, m'ero perſuaſo di poter pubblicare col favor di V. S. nel principio delle ſteſſe Opere Poſtume. E mi ſon rallegrato ſentendo ch'ella ſi trova in punto per la ſtampa di eſſe quando ſarà finita l'impreſſione di queſto ſuo Trattato delle Proporzioni, e dell'altra ſua Opera Conica ch'io veggo ſotto al Torcolo. Ma perchè la quotidiana, e ſenſibil diminuzione delle forze di corpo, e di mente mi fà ragionevolmente temere, in queſta mia cadente età di 75. anni, che la dimora, benchè breve, di V. S. d'attorno a queſt'Opere proprie, ſia per eſſer più lunga della mia vita; concedami prego la ſua gentilezza di aggiugner queſte notizie al ſuo Trattato da ſtamparſi ora il primo; perchè io goda vivendo di veder paleſate queſte almeno. E ſien caparra dell'altre che poi ſi vedranno coll'Opere Poſtume: la vita cioè dell'Autore: l'infortunio del depoſito di ſuo cadavere: la memoria che il medeſimo SERENISS. FERDINANDO aveva comandato ereggerſegli nel Chioſtro di S. Lorenzo, con Ritratto in marmo fattone già il modello dallo Scultor Foggini: le Lettere paſſate tra lui, e diverſi Matematici in materie Geometriche, da me doppiamente dovute al Pubblico; in eſecuzione cioè del ſuo teſtamento, e in confermazione della robuſtiſſima difeſa compoſta, e ſtampata l'anno 1663. con titolo di Lettera a' Filaleti di Temauro Antiate dal Sig. Carlo Dati Profeſſor di lettere greche, e latine in queſto Studio, e mio Sig. zelantiſſimo della verità, e della gloria dovuta all'Amico; come anco in confermazione dello ſtrumento ad inſtanzia mia celebrato d'avanti al Sig. Conſolo della noſtra Fiorentina Accademia, e ſtampato con quella Lettera del Sig. Carlo: e caparra finalmente delle Lezzioni Accademiche dell'iſteſſo Torricelli, da lui a me donate liberamente, al qual'onore io non ò ſaputo come meglio corriſponder gratamente, che liberandole dalle tenebre del mio Scrittoio, reſtituirle alla luce meritata a prò dell'ingenua Filoſofia, che quanto dal gran Galileo, altrettanto fù amata da lui.

Il quale come fu il primo che apriſſe la ſtrada a' Geometri di miſurar l'Infinito, & a eſſo uguagliare il finito; così mi perſuadono i virtuoſiſſimi ſuoi coſtumi aver aperta a lui quella del Cielo

lo; dove vegga la vita sua quà sì presto finita, quivi uguagliata all' eternità: e non più infiniti, che non sono altrove che nell' Intelletto de' Geometri, e quivi anco sfuggono la capacità de gli stessi intendenti; ma gli sia visibilmente manifestato, e comunicato QVELLO CHE E' PRINCIPIO SENZA PRINCIPIO, FINE SENZA FINE, SOLO E VERO INFINITO. E nulla curando quella vana immortalità che in questo secolo moribondo può esser del suo nome da noi propagata, e a lui non più appartenente, (com' egli stesso diceva in una delle dette Lezzioni) gradisca nondimeno che quanto prima sieno pubblicati i suoi scritti in aumento dell' umane scienze, e a gloria di DIO. A cui piaccia di conceder a V. S. lunga, e felice vita; acciocchè avendo cortesemente posposte all' Opere dell' Amico, tante che le restano delle sue proprie, ella possa con queste ancora arricchir le Matematiche quanto prometton quelle ch'ell' à già pubblicate, e che ora sta pubblicando. Con questa sola ma continuata, e affettuosa preghiera io posso ringraziar V. S. già che il mio debol talento non arriva a farlo com' io vorrei, e quanto, com' Esecutore, io dovrei. Saprà ben l' Autore con impetrarle questa, e ogni altra grazia maggiore remunerarla, mentre io mi rassegno qual mi professo

Di V. S. mio Sig. e Padron Singularis.

Di Casa 27. Dicembre 1673.

Devotis. e Obbligatis. Serv. vero
LODOVICO SERENAI.

ALCVNE NOTE, E AGGIVNTE DI V. V.

AL PRIMO LIBRO D'EVCLIDE.

VN' Amico de' miei ſtudi informato m'eſorta ad aggiugner alle coſe addotte fin quì, (appartenenti tutte a' primi Elementi, Geometrici) alcune mie dimoſtrazioni intorno al primo libro d'Euclide, delle quali io non feci mai troppo conto come ch'elleno ſien intorno a proprietà già note per altre vie, e ſolo per eſercizio de' Principianti: ma perchè a queſti appunto è deſtinato 'l preſente Libretto, e tali dimoſtrazioni tendono pur'anch'eſſe, o a facilitarne, o ad illuſtrarne alcun'altre d'Euclide ſteſſo, e tutte anno con loro la prerogativa almeno d'eſſer Geometriche, cioè vere, volentieri m'induco a compiacernelo, come ſi vede. Quando poi mi ſi preſenti ozio più opportuno, colla pubblicazione d'altri, e Problemi, e Teoremi ſpezzati, in gran numero, cercherò di recuperarmi quegli, che certi Tali, per mancamento forſe di memoria, anno dato fuori per propri, e con evidenza maggiore d'ogni eccezzione ricorderò loro, e moſtrerò a gli altri ch'io una volta ne fui l'Autore, affinchè quei che per miei gli ſentiron già non inferiſcano dal mio tacere conſeguenze direttamente contrarie a quelle, che eſſi dopo le mie riprove ne deduranno.

DICO dunque per ora che già ſono poco men di trent' anni che riflettendo alla difficultà che per lo più arrecar ſuole a' Principianti nella Geometria, la quinta Propoſizione del primo degli Elementi, attribuita da Proclo a Talete, a ſegno che, riuſcendo malagevole a' molti il paſſarla felicemente, e ſenza inciampo, alcuni di eſſi non proſeguivano più oltre il viaggio loro, mi ſovvenne altra maniera più facile per dimoſtrar in primo luogo la prima parte ſolo di tal Propoſizione, poichè la prova della ſeconda veddi che ſi poteva immediatamente cavar dalla Prop. 13. del med.ſimo Libro, ſenza biſogno fin quivi d'uſarla mai; e perciò la medeſima prima parte ſono ſtato ſolito dall'ora in quà di ſpiegarla, e darla ancor in iſcritto come ſegue, dependendo tutta dalla paſſata quarta Propoſizione.

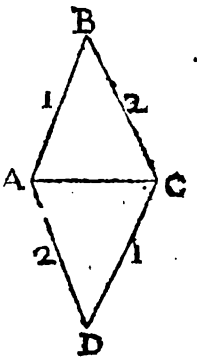
Pri-

Prima parte della PROP. V. del Lib. I. d'Euclide.

IN ogni triangolo equicrure, gli angoli ſopra la baſe ſono uguali fra loro.

DEL triangolo A B C ſieno i lati uguali B A, B C. Dico che gli angoli B A C, B C A ſopra la baſe A C ſono tra loro uguali.

IMMAGINIAMOCI rivoltarſi il triangolo A B C intorno la ſua baſe A C, e cadere dalla parte contraria in A D C, in modo che il lato A B cada in A D, il C B in C D, ſiccome l'angolo B in D, l'angolo B A C in D A C, e 'l B C A in D C A.

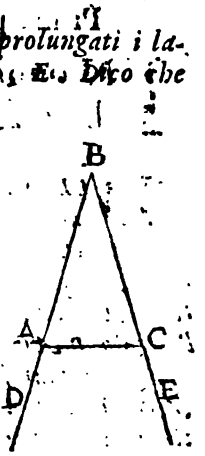


QVI è manifeſto che eſſendo A B uguale ad A D, e C B a C D, & i due A B, C B, dati uguali, anco i due A D, C D ſaranno uguali, e perciò tutti quattro uguali: onde per noſtra comodità potremo ne' triangoli A B C, A D C contraſſegnare i lati a modo noſtro, e dire che il lato A B nel primo è uguale al lato C D nel ſecondo, il C B nel primo all' A D nel ſecondo, e l'angolo compreſo A B C nel primo, è uguale all'angolo C D A nel ſecondo, (per eſſer queſto per così dire l'impronta di quello) ſicchè, per la precedente quarta Propoſizione, gli angoli rimanenti oppoſti a' lati uguali ſono uguali: cioè l'angolo, per eſempio, B A C, nel primo triangolo, oppoſto al lato B C ſegnato 2, è uguale all'angolo D C A nel ſecondo, oppoſto al lato D A ſegnato 2: ma ancora l'angolo B C A del primo è uguale all'angolo medeſimo D C A del ſecondo, (per eſſer queſto ancora la ſtampa, o l'impronta di quello) adunque ſe l'uno, e l'altr' angolo B A C, B C A è uguale al medeſimo D C A, que' due ſaranno fra loro uguali, e ſono ſopra la baſe A C del dato triangolo equicrure A B C. Adunque è manifeſto quanto ſi propoſe di dimoſtrare.

Seconda parte della PROP. V. del Primo Libro d'Euclide da dimoſtrarſi immediatamente dopo la PROP. 13.

IN ogni triangolo equicrure prolungati i lati uguali, gli angoli ſotto la baſe ſono fra loro uguali.

SIA il triangolo equicrure *ABC*, di cui sien prolungati i lati uguali *BA*, *BC* sotto la base *AC* verso *D*, *E*. Dico che gli angoli *CAD*, *ACE* sono uguali fra loro.



PERCHE', tanto gli due insieme *BAC*, *DAC*, che gli due insieme *BCA*, *ECA*, sono uguali a due retti, per la Prop. 13. d'Euclide, ma tutti gli angoli retti, per la quarta domanda, sono uguali, adunque la coppia d'angoli intorno *A* è uguale alla coppia d'angoli intorno *C*; ma quei di sopra la base si sono provati uguali, per la Prop. 5. passata, adunque tolti questi dalle dette due coppie rimarranno, pel terzo assioma, quei di sotto la base uguali fra loro. Il che si doveva dimostrare.

SEGVE la sesta Prop. nell'ordine d'Euclide: ma perchè questa serve immediatamente alla settima, e la settima è Lemma dell'ottava, e non è mai più altr'uso in tutti gli Elementi, e l'ottava io la soglio provar subito dopo la mia quinta, al modo di Proclo, riferito ancora dal P. Clavio, senza bisogno alcuno delle precedenti sesta, e settima, però io tralascio affatto la settima, riservandomi a provar la sesta, (che è il converso della prima parte della quinta, e che serve a molt'altre degli Elementi) dopo la Prop. 18. d'Euclide, così.

PROP. VI. del Primo Libro d'Euclide da provarsi dopo la XVIII.

SE un triangolo avrà due angoli uguali, anco i lati opposti ad essi saranno uguali.

IMPERCIOCCHE, se uno di essi lati fosse maggior dell'altro, sarebbe, per l'antecedente Prop. 18. il suo angolo opposto maggiore dell'angolo opposto al lato minore, il che è contro 'l supposto, che fu, che i detti angoli fossero uguali. Adunque tra' detti due lati opposti non vi è il maggiore, e però sono uguali per necessità. Il che, &c.

IL Teorema che viene appresso lo dò in quel modo in ch'io me lo trovo disteso latino, premettendovi una mia lettera scritta ad un R. Sacerdote Pollacco a chi io lo nviai fattone richieder pochi anni sono, per la quale apparisce il tempo, e l'occasione, ch'io porsi a mè medesimo di dimostrarlo.

ADM. REVER. AC VERE' ADAMANDO VIRO

P. ADAMO ADAMANDO

SPECTATISSIMI FLORENTINI

COLLEGII SOC. IESV

MATHEMATICO PRAESTANTISSIMO

Vincentius Viviani

S. D. P.

NON est cur tibi superbè denegem modestissime Vir, & eruditissime, meam Theorematis illius demonstrationem, quam hesterna die per gratissimum Nuntium pro tua humanitate a me expetere dignatus es, tum quod ad annos triginta verbis, & scriptis eam ipsam plurimis alijs iam communicatam volverim, tum quod tua praeclara nota ingenuitas non hanc tantùm unam è Geometricis meis exercitationibus, sed quidquid unquam ex ingenij mei tenuitate proditum fuerit fidei tuae committere hilari, tutoque animo me invitet.

Quod autem ad huius Theorematis indagationem, vix Geometriae limini appulsus, tunc temporis applicuerim, in causa fuit admirandum illud Pythagorae inventum de aequalitate potentiae (in triangulo quocunque rectangulo) lateris recto oppositi, erga poten-

potentias laterum reliquorum rectum angulum comprehendentium. Quùm primùm enim, nullo explicantis Præceptoris præsidio, ad illius demonstrationem perveni, ignorans adhuc universalem propositionem trigesimam primam de similibus figuris ab Euclide in sexto Elementorum allatam, excogitare cœpi, num, quod de figura quadrata, verum quoque esset de prima, ac simplicissima rectilinearum figurarum æqualium pariter laterum, & angulorum, nimirum de triangulo æquilatero; tuncque, ut aperte fatear, magna cum animi alacritate, haud minore fortassis ea, quam Pythagoram expertum fuisse ferunt ob Hecatombes immolationem, in sequentes incidi demonstrationes, duplici via, ac posthabita quacunque ipsius Pythagoricæ Prop. ope, meum idem propositum comprobantes. Has itaque nugas meas, quas aliquid esse putasti, quasque, ut tibi citò morem gererem, quàm citissimè perscripsi, grata mente complecti ne graveris, tuque interim uniuersæ Matheseˊ, ac bono publico vale; meque, ut cœpisti, sic amare perge, atque iterum vale. E meis Ædibus III. nonas Februarij Anno Salutif. Incarn. MDCLXIIX.

THEOREMA

Apud PROP. XXXVII. Primi Elementorum apponendum.

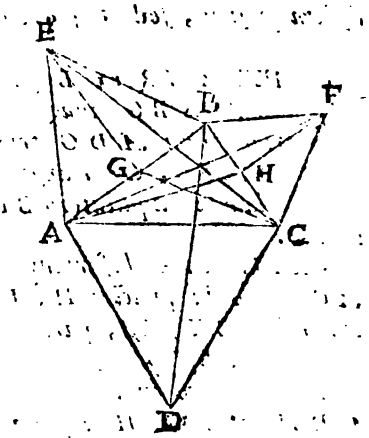
IN triangulis rectangulis, æquilaterum triangulum, quod a latere rectum angulum subtendente describitur, æquatur iis, quæ a lateribus rectum angulum continentibus describuntur æquilateris triangulis simul sumptis.

IN triangulo rectangulo ABC sit rectus angulus ad B, ac super ipsius latera descripta sint triangula æquilatera ADC, AEB, BFC. Dico unicum triangulum ADC reliquis duobus simul AEB, CFB æquale esse.

IUNGANTUR rectæ lineæ DE, AF, CE, (quæ utique in uno eodemque

eodemque puncto intra triangulum A B C se mutuò secabunt, sed hæc nihil ad nos) atque ex E puncto ducatur E G ipsi B C parallela.

IAM, cùm angulus C B G rectus sit, ex hypothesi, ipsi quoque parallelarum alternus E G B rectus erit ; itemque rectus E G A, qui ei deinceps est : quare, in triangulis E G A, E G B, cùm anguli ad G sint æquales, & ad A & B etiam æquales, (quum sint super basim trianguli æquilateri) latusque E G ipsis oppositum utrique triangulo commune sit, & reliqua latera G A, G B, æqualia erunt: quapropter, si iungatur C G, erit triangulum A G C æquale triangulo B G C, hoc est A G C erit dimidium totius dati trianguli rectanguli A B C ; sed triangulum C A E componitur ex tribus E G A, E G C, A G C, & triangulum E G C æquatur triangulo E G B (sunt enim super eadem basi E G, ac inter easdem parallelas E G, B C, per constructionem) ergo triangulum C A E componitur, seu æquale est tribus simul triangulis E G A, E G B, A G C, sed duo E G A, E G B conficiunt æquilaterum A E B, & A G C superius ostensum æquale fuit dimidio trianguli rectanguli A B C, ergo idem triangulum C A E æquale est triangulo æquilatero A E B, unà cum dimidio dati trianguli rectanguli A B C.



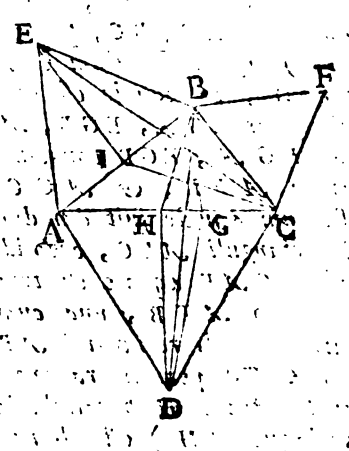
EADEM penitus ratione (ducta ex F recta F H parallela ipsi B A iunctaque A H) ostendetur triangulum A C F æquale esse triangulo æquilatero C F B unà cum dimidio eiusdem dati trianguli rectanguli A B C, quarè duo simul triangula C A E, A C F, æquantur duobus simul æquilateris triangulis A E B, C F B unà cum duobus simul dimidijs trianguli A B C, nempe unà cum integro triangulo A B C, qua simul omnia constituunt quinquilaterum A E B F C A, sed triangulum C A E æquale est triangulo D A B (sunt enim latera D A, A B unius, lateribus C A, A E alterius æqualia, utrumque utrique, ex hypothesi ; & anguli D A B, C A E, æquales, eò quod uterque ipsorum D A C, B A E sit duæ tertiæ unius anguli recti, & C A B sit ijsdem communis) & triangulum A C F ob easdem pariter rationes æquale est triangulo D C E ; ergo & duo

simul

simul triangula D A B, D C B, sive quadrilaterum D A B C D æquale erit duabus simul triangulis C A E, A C F, hoc prædicto quinquilatero A E B F C A. Si igitur ex his figuris, quinquilatero nempe, & quadrilatero dematur commune triangulum A B C, supererit æquilaterum triangulum A D C reliquis duobus simul triangulis æquilateris A E B, C F B æquale. Quod erat demonstrandum.

ALITER.

QVVM verò ad Pythagoræ morem quæsissem, quæ nam partes trianguli æquilateri A D C, triangulis A E B, C F B sigillatim æquales essent, id tunc facilè assecutus fueram, iisdem positis, sed in sequenti schemate, sic.



DEMITTATVR ex B super A C perpendicularis B G, iungaturque D G. Dico triangulum A D G triangulo æquilatero A E B, & triangulum C D G alteri triangulo æquilatero B F C æquale esse.

SECTIS enim bifariam lateribus A C, A B in punctis H, I, iungantur rectæ D H, E I, pariterque D B, E C, B H, C I.

ET quoniam in triangulis A D H, C D H latus A H æquale est lateri C H, per constructionem, & D H communis, basis verò A D basi C D, ex hypothesi, est æqualis, erunt & anguli ad H inter se æquales, nempe, recti; & similiter anguli ad I in triangulis E I A, E I B recti existent, quapropter & D H ipsi B G, & E I ipsi B C, ob alterorum angulorum æqualitatem, æquidistabit; ideoque triangulum D G H triangulo D B H; itidemque triangulum E C I triangulo E B I æquale erit.

ET cùm sit A H æqualis H C, erit triangulum A B H æquale triangulo H B C, hoc est triangulum H B C dimidium erit totius dati trianguli rectanguli A B C. Cùmque sit A I æqualis I B, triangula item A I C, B I C, æqualia erunt, atque unicum A I C dimi-

dimidium erit eiusdem toties dati trianguli rectanguli A B C.

RURSUS, cùm angulus D A C æqualis sit angulo B A E (uterque enim est duæ tertiæ unius recti anguli) si ipsis communis addatur C A B, erit, in triangulis D A B, C A E angulus D A B æqualis angulo C A E: at latera circum ipsos æqualia sunt, utrumque utrique, per suppositionem; quare & triangulum D A B æquale est triangulo C A E, a quibus si æqualia demantur triangula A B H, A B C (nam utrumque ipsorum ostensum est dimidium eiusdem dati trianguli rectanguli) residua erunt æqualia, nempe triangulum D H A, una cum triangulo D H B, ipsis E I A, E I C æquale erit; sed, vice trianguli D H B, sumpto D H G ipsi æquale (quòd ea sint super eàdem basi D H & inter easdem parallelas D H; B G). & vice trianguli E I C, sumpto triangulo E I B super eàdem basi E I ac inter easdem æquidistantes E I, E C, provenient hinc duo simul triangula D H A, D H G, nempe totum triangulum A D G, duobus simul triangulis inde sumptis E I A, E I B, sive unico triangulo æquilatero A E B æquale. Quod &c.

CONSIMILI omnino ratione, facta eàdem penitùs constructione ac supra pro triangulis D C G, C F B, demonstrabitur ipsum triangulum D C G æquale alteri triangulo æquilatero C F B: quare totum triangulum æquilaterum A D C, super latus A C recto angulo A B C oppositum, duobus simul æquilateris triangulis A E B, C F B, super latera rectum angulum continentia descriptis æquale est. Quod aliter ostendere propositum fuerat.

POSTQUAM verò primos quatuor Elementorum Libros perceperam, quædam alia ex prima huius Theorematis constructione animadverti, levia equidem, at forte non iucunda, quorum nonnulla Tyrombus tantùm Geometris explicare libet, suntque huiusmodi in sequenti figura.

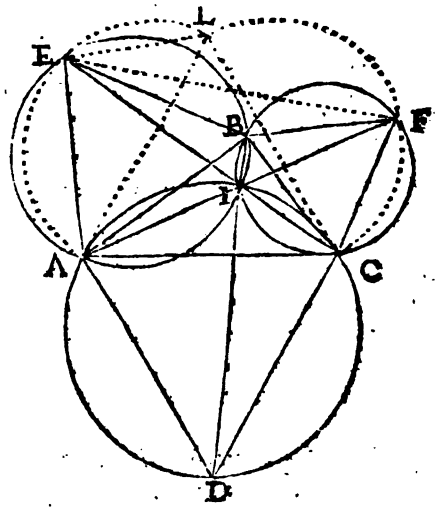
PRIMO. Descriptis super latera cuiuscunque trianguli rectanguli A B C tribus æquilateris triangulis A D C, A E B, C F B. Dicatur rectas diagonales D B, A F, C E, iungentes vertices triangulorum æqualium laterum cum oppositis angulis trianguli rectanguli, inter se æquales esse; atque omnes, quarta recta E F iungenti vertices minorum triangulorum æqualium laterum.

ESTO itaque duarum diagonalium A F, C E communis sectio punctum I.

IAM, cùm sit angulus E A B æqualis angulo D A C, uterque

enim in ſuo triangulo æquilatero duæ tertiæ eſt unius recti, communi addito B A C, erit angulus C A E æqualis angulo D A B, latera verò C A, A E æquantur lateribus D A, A B, utrumque utrique, cùm ipſa ſint latera triangulorum æqualium laterum; ergo & baſis C E baſi D B æqualis. Eàdem ratione in triangulis A C F, D C B oſtenditur baſis A F æqualis eidem D B: quarè & C E, A F interſe æquales.

PRÆTEREA, cùm omnes ſimul anguli ad B quatuor rectos conſtituant, duodecim nempe tertias unius recti, tres autem ſimul E B A, A B C, C B F conficiant ſeptem tertias eorundem, reliquus E B F erit quinque tertiæ unius recti, hoc eſt æqualis angulo A B F, qui ex tribus tertijs A B C, & duabus C B F conſtituitur; ſuntque latera E B, B F æqualia ipſis A B, B F; E B nempe ipſi A B, & B F commune, ergo & baſis E F baſi A F, vel ipſi C B, vel ipſi D B æqualis.



SECVNDO. Dico diagonalem D B per punctum I, in quo duæ A F, C E ſe mutuò ſecant, neceſſariò tranſire; hoc eſt iunctas D I, B I, unam rectam lineam conficere.

IN triangulis enim A B F, E B C, latera A B, B F; E B, B C ſunt æqualia utrumque utrique, & contenti anguli A B F, E B C æquales, uterque ex ſeptem tertijs unius recti compoſitus, erit reliquus angulus F A B, reliquo C E E æqualis: ſed in triangulo A E I externus angulus A I C æquatur duobus ſimul I E A, I A E; iſque duobus I A B, B A E eſt æqualis, atque I A B oſtenſus nuper eſt æqualis ipſi I E B, ergo externus A I C æquatur tribus B A E, I E A, I E B: ſed I E A, I E B æquantur unico B E A, ergo externus A I C duobus ſimul B A E, B E A æqualis eſt, nimirum quatuor tertijs unius recti: quapropter ſi circa triangulum æquilaterum A D C fiat circulus A D C I, is omnino tranſibit per I (nam circuli portio minor A I C ſuper latus trianguli æquilateri inſiſtens capit angulos æquales qua-

tuar

thor tertijs unius recti, cùm reliqua maior portio ADC capiat angulos duabus tertijs æquales, & duo simul oppositi anguli in quadrilatero, quod circulo inscribitur, æquales sint duobus rectis). Et quoniam chorda DA æquatur chordæ DC, & arcus AD, DC, & anguli AID, DIC super eos constituti, æquales erunt, nempe uterque duæ tertiæ unius recti, ergo reliquus AIE, qui cum predictis AIB, DIC, complet duos rectos, erit quoque duæ tertiæ unius recti, sed est etiam ABE duæ tertiæ recti unius, ergo circulus circa triangulum ABE descriptus transit utique per I: sed in portione EAIB est angulus EIB æqualis angulo EAB, qui est duæ tertiæ unius recti, quare & EIB est duæ tertiæ recti unius, nempe æqualis angulo DIC; sed EIC est unica recta linea, ergo & DIB erit unica recta, eò quod anguli ad I contrapositi, sint æquales. Recta igitur DB transit omnino per I.

TERTIO. Dico sex angulos ad I per tres diagonales constitutos interse æquales esse. Quod facilè patet ex ostensis. Quatuor enim DIC, DIA, AIE, EIB singuli æquales sunt duabus tertijs unius recti, quintus verò, ac sextus CIF, FIB æquantur suis ad verticem AIE, AID, hoc est uterque duabus itidem tertijs unius recti: quapropter sex omnes ad I interse sunt æquales.

QVARTO. Constat & peripherias circulorum duobus æquilateris triangulis AEB, CFB circumscriptorum necessariò transire per I. Quoniam angulus AIE, qui est duæ tertiæ unius recti, æquatur angulo ABE, eâdemque ratione angulus CIF æqualis est angulo CBF.

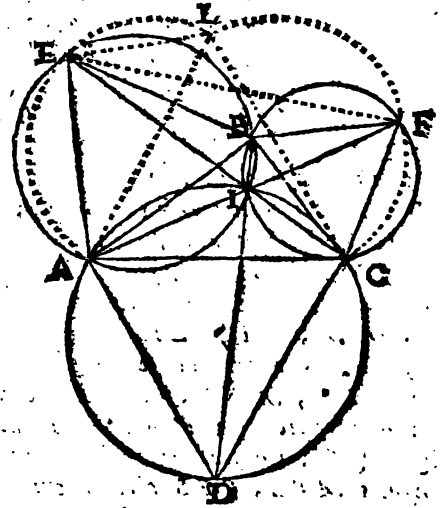
QVINTO. Patet, manente eâdem basi AC trianguli rectanguli ABC (quæcunque postmodum fuerint latera AB, BC) omnes occursus I prædictarum trium diagonalium semper reperiri in eodem arcu AIC, qui est triens peripheriæ circuli circa maximum triangulum æquilaterum ADC descripti.

SEXTO. Dico vertices triangulorum super latera AB, BC, angulum rectum ABC comprehendentia, quæcunque illa sint, dummodo basis AC semper maneat eadem, esse ad peripherias semicirculorum AEL, CEL, quorum diametri sint latera AL, CL trianguli æquilateri ALC, quod super basim AC dati trianguli rectanguli ABC describitur ad partes eiusdem trianguli rectanguli.

NAM, cùm in triangulis æquilateris ALC, AEB, sit angulus CAL æqualis angulo BAE, dempto, vel addito, prout opus fuerit, angulo BAL, proveniet angulus CAB, angulo LAE æqualis, atque est latus CA lateri LA, & latus AB lateri AE æquale: quarè, iuncta EL, erit in triangulis CAB, LAE, basis

CB basi LE aqualis, & angulus ABC, angulo AEL, cùm aequalibus lateribus sint oppositi: sed ABC rectus est, ergo & AEL rectus erit, ac propterea punctum E, vertex trianguli aequilateri AEB, est ad peripheriam semicirculi AEL. Idemque pariter ostendetur de vertice trianguli BFC. Quare patet &c. Sed de his fusiùs aliàs.

SEPTIMO. Ex VI. Prop. Appendicis ad iam editam Divinationem meam Geometricam de Maximis & Minimis, se se mihi interim obuiam fit punctum I, in quo simul conveniunt tres ipsæ diagonales AF, CE, DB, id esse, cui occurrunt tres rectæ minimam quantitatem efficientes trium iungentium angulos dati trianguli rectanguli ABC, ac minimam quoque trium iungentium vertices D, E, F, descriptorum triangulorum: quoniam unusquisque angulorum AIC, CIB, BIA, ac unusquisque EID, DIF, FIE est quatuor tertiæ unius recti, seu grad. 120. prout requiritur in eadem Prop. prædictæ Appendicis. Quod ultimò &c.



MA di troppo è ecceduto quello di geometrico, ch'io intendeva dar per ora di proprio a richiesta dell'Amico, e per esercizio di Voi Geometri Principianti. Per quello poi, che riguarda a gli altri Studiosi Giovani ancor digiuni della Geometria, conoscendo che quanto poe' anzi io dissi in commendazione di essa non può aver appresso di loro quell'autorità, e quella forza ch'io pur vorrei, per invogliargli ad assaporarla, è risoluto, a fine di più efficacemente stimolarnegli, di aggiugner qui una raccolta di vari luoghi di Sapientissimi Scrittori, d'onde appariscan loro i sentimenti di stima, e di venerazione, co' quali essi Autori le considerarono, come utili non solo, ma eziandio come necessarie al particolar individuo, & alle Repubbliche in universale.

SEN-

SENTIMENTI

DI

AVTORI ILLVSTRI

INTORNO

ALL'ECCELLENZA, E ALL'VTILITA'

DELLA GEOMETRIA.

IPOCRATE

A Teſſalo ſuo Figliuolo, dalla verſione del Foeſio.

GEOMETRIAE, & Arithmetices cognitioni Studium adhibeto mi Fili. Neque enim ſolùm vitam tuam glorioſam, & ad multa in rebus humanis utilem, verùm etiam mentem acutiorem, & longè ſplendidiorem ad fructum eorum omnium, quæ in Arte Medica uſui ſunt, conſequendum reddet. Quamquam quidem Geometriæ cognitio, cùm multas, & varias formas habeat, & omnia cum demonſtratione ad exitum perducat, tum ad oſſium poſitus & articulos ſuis ſedibus emotos, tum etiam ad reliquam membrorum compoſitionem, utilis futura eſt. Nam ad horum affectuum variam cognitionem facilius perveniet, tum etiam articulorum repoſitione, tum oſſium contritorum reſectione, & perforatione & coaptatione, & ſubſtractione, reliquaque curatione ductus, qui locum, & os quale ſit ex eo emotum cognoverit. Numerorum verò ſeries, tum ad ambitus, tum ad eas mutationes, quæ præter rationem in febribus fiunt, & ad iudicandos AEgros, & ad morborum ſecuritatem ſatis futura eſt. Præclarum enim eſt id tibi in Re medica ſubminiſtrari, quod intenſionis ac remiſſionis partium, quæ ex parte inæquales ſunt facilem tibi abſque errore notitiam præbeat. Quapropter ad huius experientiæ facultatem valdè contendito. Vale.

PLA-

PLATONE

Nel Lib. VII. della Repubblica, dalla versione di Marsilio Ficini.

GEOMETRIA, eius, quod est semper, non eius, quod, & oritur quandòque, & interit cognitio est. Attollet igitur, o Generose Vir, ad Veritatem animum, atque ita ad philosophandum præparabit cogitationem, ut ad supera convertamus, quæ nunc, contra quàm decet, ad inferiora deiicimus. Quàm maximè igitur præcipiendum est vt, qui præclarissimam hanc habitant Civitatem, nullo modo Geometriam spernant; nam, & quæ præter ipsius propositum quodammodo esse videntur; haud exigua sunt; &c.

Quivi più a basso.

QVA'M dulcis Vir es? nempe vereri videris ne multi te, putent inutiles Disciplinas *Mathematicas* inducere. Est autem non leve istud, sed difficilè admodum persuadere, quod ex huiusmodi Disciplinis instrumentum quoddam cuiusque animi repurgatur, reviviscitque, quod ante ex alijs studijs infectum, occæcatumque fuerat, cùm potiùs id servandum sit quàm oculorum corporis decem millia. Solo enim hoc inspicitur Veritas.

Lo stesso luogo, dalla versione di Teone Smirneo Platonico tradotto per la prima volta dal greco in latino, e con dottissime note illustrato dall'Eminente Astronomo, e Matematico Ismaele Bulialdo.

LEPIDE' agis cùm formidare videris nè tibi inutiles Scientias Mathematicas proponam. Non ineptè equidem, sed non facilè quivis crediderit, hisce Scientijs, seu instrumentis, repurgari animæ oculos singulorum hominum, atque novo igne reviviscere caligine obductos, & extinctos ab alijs exercitijs; & studijs, quos maximi interest servari, ac potiùs quàm mille oculos corporeos; illis enim solis animi oculis Veritatem intuemur.

Nell'Epinomide, dalla versione del Ficini.

NOLITE, ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse. Nempe necesse est verum Astronomum esse, non eum,

cant, qui secundùm Hesiodum, omnesque huiusmodi, occasum ortumque considerent, sed cum potiùs, qui circuitus octo, & quomodo septem sub primo versentur, quove ordine circulos suos singuli peragant. Quod, nulla Natura, nisi mirabilis sit, facilè unquam inspiciet, ut modò diximus, ac dicemus, declarantes, quid oporteat, & quomodo oporteat discere. Primò itaque id dicatur, quod Luna celerrimè circulum suum evoluit, atque ita plenilunium primum, ac mensem peragit. Sol deinde inspiciendus est, qui solstitia, versionesque temporum circuitu efficit suo; præterea, & qui una cum Sole currunt considerandi. Denique, ne eadem eisdem sæpiùs differamus, cursus omnes, quos paulò ante tetigimus, quive non facilè intelliguntur, contemplari debemus, ita ut Naturæ, priùs doctrinis ad hæc pertinentibus longo usu, laboreque a Iuventa, immo verò, & a Pueritia præparentur. Quocirca Doctrinis, quæ Mathematicæ appellantur, opus est. Primò verò, ac maximè, numeris; non ijs dico numeris, qui corpus habent, sed, qui omnem paris, imparisque generationem, atque virtutem, quam ad perficiendam, cognoscendamq; rerum naturam conferunt. Quibus perceptis, illam deinceps, quam ridiculè Geometriam appellant, discenda est. Numerorum verò inter se natura dissimilium similitudo ad planorum partem relata clarescit. Quod quidem non humanum, sed divinum miraculum, si quis planè intelligat, videatur oportet. Post hanc numeri, qui in tres usque dimensiones adaucti sunt, naturæ solidæ similes, ac rursus dissimiles alia quadam arte, Stereometria videlicet huic simili, considerandi sunt: sed hanc quoque, qui in ea obiter versati sunt, Geometriam nominaverunt. Illud autem mirum, divinumque intelligentibus est &c.

Nel medesimo luogo più sotto.

HAEC igitur ita fiant, & ita se habeant. Horum finis est ut ad Divinam generationem, & eorum, quæ cernuntur oculis, pulcherrimam, Divinamque Naturam considerandam nos conferamus, quatenus hanc Hominibus inspiciendam DEVS largitus est, quam nunquam sine dictis Artibus (*Mathematicis nempe*) assequemur &c.

Quivi pure più a basso.

VNVM enim horum omnium intelligendi vinculum apparebit. Qui verò aliter hæc adipisci studet, fortunam, ut dicimus

cimus, invocet. Nunquam enim absque his Naturâ in Civitatibus ulla felix efficietur. Etenim hic modus est, hæc educatio, hæ Disciplinæ. Per hæc itaque, sive facilia, sive difficilia sint, eundum. Nefas autem est Deos negligere, cùm felix omnium illorum doctrina omnibus recta ratione patuerit. Eum sanè, qui cuncta hæc ita percepit, verè Sapientissimum appellamus.

QVINTILIANO

Nel Libro primo dell'Institutzione Oratoria, Al Capitolo X.

IN Geometria, partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: agitari namque animos, atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut cæteras artes cùm perceptæ sint, sed cum discatur existimant. Id vulgaris opinio est, nec sine causa summi Viri etiam impensam huic Scientiæ operam dederunt. Nam cùm sit Geometria divisa in numeros, atque formas &c.

PROCLO DIADOCO

Filosofo Platonico, e Matematico, nel primo Libro sopra il primo di Euclide, al Cap. VIII. dalla versione del Barocci.

AD Philosophiam Moralem nos Mathesis instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus sanè Athenienſis etiam hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutum insuper rationes in medium affert, aliter quidem in numeris, aliter verò in figuris, aliter autem in musicis consonantiis; vitiorumque demum excessus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ordinatique efficimur. Et idcirco Socrates, in Gorgia, Caliclem inordinatæ, intemperatæque vitæ accusans, Geometriam, inquit, ac geometricam æqualitatem negligis &c.

Nel

Nel I. Libro, al Cap. XV.

HEAC itaque Matheſis eſt, ſive Diſciplina, quæ externarum in anima rationum reminiſcentia eſt: & Mathematica (hoc eſt diſciplinativa Scientia, ut ſic exponam) propter hanc ea cognitio potiſſimùm nuncupatur, quæ nobis ad earum rationum reminiſcentiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huius Scientiæ quale porrò ſit, a nomine fit manifeſtum. Id nempe, quòd inſitam movet cognitionem, & promit formas, quæ nobis ſecundum eſſentiam inſunt, & aufert oblivionem, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu noſtro innatæ ſunt: & ſoluit vincula, quæ ab irrationabilitate proveniunt, ad DEI planè ſimilitudinem, huius Scientiæ Præſidis, qui intelligentia munera manifeſtat, & cuncta divinis rationibus complet: animas quoque ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuſcitat ſopore, & inquiſitione ad ſe ipſas convertit, & obſtreticatione quadam perficit, puræque mentis inventione ad vitam beatam deducit.

TEONE SMIRNEO

Nell'Eſpoſizione di ciò, che appartiene all'intelligenza delle coſe Matematiche di Platone, al Cap. I. dalla verſione del dottiſſimo Bulialdo.

ERATHOSTENES in Libro, cui Platonico nomen impoſuit refert, poſtquam Delios ſuper peſtis liberatione interrogantes, oraculo dato, iuſſiſſet DEVS *ALTARE DVPLVM* eius, quod tunc erat erigere, multam Fabris, ingentemque obiectam animi anxietatem quærentibus. *Quomodo oporteat ſolidum ſolidi dati duplum efficere*. Ipſoſque adiiſſe Platonem de hoc *Problemate* interrogaturos, huncque eis reſpondiſſe, quòd DEVS eiuſcemodi Oraculum Deliis ediderit, non quaſi dupli Altaris egenus; ſed obiecerit Græcis, & exprobraverit, circa Mathematicas Scientias & Geometriam, neglectum, atque ſocordiam.

Più ſotto. NOS Pueros erudimus in Muſica, Gymnaſtica, Literis, Geometria, & Arithmetica, nihil aliud molientes, quàm vt concipiant (veluti tincturam) rationes de omni virtute quam didiſcerint, vbi præuias deterſiones, purgationes, aliaſque præparatio-

nes, has nempe Disciplinas, quasi quædam adstringentia medicamenta, adhibuerimus; vt indelebilis sententia illorum vigeat, cùm indolem, & educationem commodam nacti fuerint, nè strigmenta illa absterſiua, colorem, tincturamque abradant, voluptas scilicet omni perturbatione, & consuetudine periculosior, dolor etiam, metus, & cupiditas alio quouis strigmento magis corrosiua.

Illustrazione ingegnosa del luogo sopraferito, presa dalle Note eruditissime del Bulialdo.

QVEMADMODVM igitur lanas præparant Tinctores alumine eas repurgando, & condensando, ita Philosophus animos Discipulorum suorum præparat repurgando ipsos ab omnibus præconceptis prauis, distortisque opinionibus, instipandoque Disciplinis Mathematicis, vt alia Philosophica dogmata faci iùs, & ad satietatem imbibant, & firmissimè retineant, nec se praua mente abripi vnquam patiantur.

Il medesimo Teone più a basso.

PRIMVM enim quadam purificatione ab ineunte pueritia utendum, exercitatione nimirum in Disciplinis Mathematicis conuenientibus. Sic enim Empedocles. *Oportet sordibus mundari hauricntem puro ære ex quinque fontibus.* Plato verò ex quinque Disciplinis Mathematicis ait purgationem petendam esse; Arithmetica scilicet, Geometria, Stereometria, Musica, & Astronomia.

SEVERINO BOEZZIO

Nel Primo Lib. dell'Arimmetica, al Cap. I.

QVIBVS quatuor, Arithmetica nempe, Geometria, Musica, & Astronomia, si careat Inquisitor, Verum inuenire non possit, ac sine hac quidem speculatione Veritatis nulli rectè sapiendum est. Est enim Sapientia, earum rerum, quæ veræ sunt cognitio, & integra comprehensio. Quòd hæc qui spernit, ideò, has semitas Sapientiæ, ei denuncio non rectè philosophandum. Siquidem Philosophia est Amor Sapientiæ &c.

IL

IL CARDINALE NICCOLO' DI CVSA

Alla ſua Opera de' Compimenti Matematici dedicata alla Santità di PAPA NICCOLO' V. premette la ſeguente Lettera.

TANTA eſt poteſtas ſummi tui Pontificatus *NIC. V. PATER BEATISSIME*, ut per eos, qui vim eius attentè conſideraverunt, aſſimiletur potentiæ quadrandi rotundum, & quadrum circulandi, quaſi maior illa dari non poſſit. Verùm, cùm in te non tantùm Primatus ſit clauis, & poteſtas Scientiæ, ſupremæque Hierarchiæ Eccleſiæ, ſed velut perfectus Magiſter omnium ſcibilium ex tuo feliciſſimo ingenio incomparabilis notitiæ eſſe iudiceris ab omnibus, id magnificentiſſimè effeciſti, ut omnium, tam Græcorum, quàm Latinorum ſcripta, quæ reperiri queunt, tua mirifica diligentia in omnium noſtrum notitiam accuratiſſimè pervenerint. Ita ut etiam *Geometrica* non neglexeris; quæ ſanè omni honore digna a Maioribus noſtris habita fuerunt. Tradidiſti enim mihi proximis diebus *MAGNI ARCHIMEDIS GEOMETRICA GRÆCE' TIBI PRÆSENTATA, ET TVO STVDIO IN LATINVM CONVERSA*, quæ mihi tam admiranda viſa ſunt, ut circa ipſa non niſi magna cum diligentia verſari potuerim; ex quo id effectum eſt ut meo ſtudio, & labore complementum aliquod illis addiderim; quod, *TVÆ SANCTITATI* offerre decrevi. Solùm enim te dignum ſcio, ut quæ a Sæculo incognita remanſerunt, per te cunctis pateſiant, & non tantùm ſcibilia, quæ ſemper circa quæſitam circuli quadraturam verſari conſueverunt; ſed, & quæ in omni Mathematica perfectione præſtant complementum, ex his ipſis meo iudicio perfectè conſequi poſſint.

MAGNA equidem Chriſtianorum Geometrarum gloria! Heroicus, immo Sacer ipſiuſmet Geometriæ Triumphus, de quo altum, & miror, undequaque ſilentium!

GEOMETRARVM PRINCEPS, de cuius ſola, conſepulti tandiù ſepulcri inventione Romanæ eloquentiæ Princeps tantopere gloriatur, latina Europa multis iam ſæculis intermortuus, ac per duodeviginti ferè græcè locutus, nunc, opera, doctrina, ſtudio, MAXIMI CHRISTIANI ORBIS PRINCIPIS revivſcit, ſacroque ex ore tanti Romani Pontificis Romano ſermone loqui primùm incipit.

DE alijs Sanctiſſimi NICOLAI V. eruditis huiuſmodi verſionibus te-

ſtantur quoque poſtrema carmina Epitaphij ſepulcro illius ſuperadditi, extante Romæ in Baſilica Divi Petri, vbi

Attica Romana complura volumina linguæ
Prodidit; en tumulo fundite thura ſacro.

GIO: BATISTA BENEDETTI

Nobil Veneziano Filoſofo, e Matematico di gran nome, nella ſua Prefazione al Libro degli Orivuoli.

SI quæ autem ſunt Diſciplinæ, quæ ſpeculationis excellentia, tractationis iucunditate, atque uſus utilitate præſtent, hæ profectò ſunt Mathematicæ, per quas, & Divinas operationes intelligimus, & præſtantiſſimum rerum Opificem emulamur, dum ſicut ille naturalium, nos artificialium rerum Authores efficimur. Harum uſque adeo Hominibus conveniunt, ut vel ex his Homines ipſi an verè ſint dignoſcantur. Vnde Ariſtippus Cyrenaicus ex naufragio in Rhodiorum litus excuſſus, vbi Mathematicas vidit in pulvere figuras, gaudio geſtiens, proſiliſſe fertur, quòd veſtigia Hominum cognoviſſet &c.

IL P. CRISTOFANO CLAVIO

Matematico celebratiſſimo dell'inclita Compagnia di Gesù, nella ſua Prefazione a gli Elementi d'Euclide, al Cap. IV.

QVONIAM Diſciplinæ Mathematicæ de rebus agunt, quæ abſque ulla materia ſenſibili conſiderantur, quamuis re ipſa materiæ ſint immerſæ, perſpicuum eſt eas medium inter Metaphyſicam, & naturalem Scientiam obtinere locum, ſi ſubiectum earum conſideremus, vt rectè a Proclo, *Platone Duce*, probatur. Methaphyſices etenim ſubiectum ab omni eſt materia ſeiunctum, & re, & ratione: Phyſices verò ſubiectum, & re, & ratione, materiæ ſenſibili eſt coniunctum. Vnde cùm ſubiectum Mathematicarum Diſciplinarum extra omnem materiam conſideretur, quamuis re ipſa in ea reperiatur, liquidò conſtat hoc, medium eſſe inter alia duo. Si verò nobilitas, atque præſtantia Scientiæ ex certitudine demonſtrationum, quibus utitur, ſit iudicanda, haud dubiè

dubiè Mathematicæ Disciplinæ inter cæteras omnes præcipuum habent locum. Demonstrant enim omnia, de quibus suscipiunt disputationem, firmissimis rationibus, confirmantque, ita ut verè Scientiam in Auditoris animo gignant, omnemque prorsus dubitationem tollant; id quod alijs Scientijs vix tribuere possumus, cùm in eis sæpenumerò intellectus multitudine opinionum, ac sententiarum varietate, in veritate conclusionum iudicandâ suspensus hæreat, atque incertus. * Huius rei fidem apertè faciunt tot Peripateticorum Sectæ (ut alios interim Philosophos silentio involvam) quæ ab Aristotele, veluti rami è trunco aliquo, exortæ, adeo & inter se, & nonnunquam a fonte ipso Aristotele diffident, ut prorsus ignores, quid nam sibi velit Aristoteles, num de nominibus, an de rebus potiùs disputationem instituat. Hinc fit, ut pars Interpretes Græcos, pars Latinos, alij Arabes, alij Nominales, alij denique Reales, quos vocant (qui omnes tamen Peripateticos se esse gloriantur) tanquam Ductores sequantur. Quod, quàm longè a Mathematicis demonstrationibus absit, neminem latere existimo. Theoremata enim Euclidis, cæterorumque Mathematicorum, eandem hodie, quam ante tot annos, in Scholis retinent veritatis puritatem, rerum certitudinem, demonstrationumque robur, ac firmitatem. Huc accedit id, quod Plato ait in Philebo, seu Dialogo, qui de summo bono inscribitur, eam Scientiam esse digniorem, præstantioremque, quæ magis synceritatis, veritatisque est amans. Cùm igitur Disciplinæ Mathematicæ Veritatem adeo experant, adament, excolantque, ut non solùm nihil, quod sit falsum, verùm etiam nihil, quod tantùm probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirment, corroborentque, dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias Scientias omnes sit concedendus.

* *PERRARA profectò, non minùs quàm syncera confessio Peripateticam Philosophiam Profitentis: a singulis tamen Philosophis, qui ad instar huius optimi Viri Geometricam nouerint veritatem, contrectarintque, semper audienda, nunquam è contra ab Ageometris (quos Plato ex Academia reiicere consueuerat) expectanda. Id enim peculiare Geometriæ munus est, quod ipsa imbuti, de naturali Philosophia se nihil scire ingenuè, ac liberè fateantur, dum alij, qui, illotis, ut aiunt, pedibus, Geometria videlicet orbati, repentè ad Philosophiam accedunt, omnia penitùs, quæ ad Physicen spectant se scire putant, atque in his animitùs, seù, ut veriùs dicam,*

Ecclesiastis Cap. III.

cam, audacia nimia gloriantur, mirabilium DEI effatorum immemores, quod nempe Mundum tradidit disputationi eorum, ut non inveniat homo opus, quod operatus est DEVS ab initio usque ad finem.

SECVS autem evenit de Matheseos obiectis, Mensura scilicet, Numero, ac Pondere, in quibus (duntaxat) DEVS omnia disposuit, quique a Planimetria, ac Stereometria (utraque Geometriæ nomine perperam appellata) ab Astronomia (mensuris, ac numeris alligata) atque a Statica (de ponderum momentis agente) firmissimis demonstrationibus pertractantur: in his enim luce clariùs patet placuisse Veritatum DEO ex innumeris suis, immo infinitis, quasdam paucas posse Homines assequi veritates, ac reliquis aperire, ut singuli sint memores DEI, & benedicant eum in omni tempore, in veritate, & in tota virtute sua.

Tobiae Cap. XIV.

Il medesimo P. Clavio, più sotto.

AD has omnes utilitates accedit maxima incunditas, atque voluptas, qua cuiusque animus his Artibus colendis, exercendisque perfunditur. Sunt enim hæ præcipuæ ex septem Artibus liberalibus, in quibus non solùm ingenui Adolescentes, verùm etiam nobiles Viri, Principes, Reges, ac Imperatores ad honestissimam, maximèque liberalem oblectationem animi, quam summa etiam cum utilitate coniunctam pariunt, diù, multùmq; versari solebant: quorum exemplum multos adhuc nostra hac ætate imitari conspicimus.

IL P. D. BENEDETTO CASTELLI

Discepolo del Galileo, nelle Risposte all'Oppositioni di Lodovico delle Colombe, contro al Trattato delle Galleggianti del medesimo Galileo.

SE il Galileo à dell'opinioni diverse dalle comuni, ciò è nato dall'aver egli per lunghe osservazioni conosciute queste mal fondate, & inabili a sciorre le difficultà, che nascono circa le cause degli effetti di Natura, e dal non voler mantener sempre sottoposta

la libertà del discorso all'autorità delle nude parole di questo, o di quell'Autore, uomo di sensi, e di cervello simile a molt'altri figliuoli della Natura: e però dopo l'aversi impennate l'ali con le penne delle Matematiche, senza le quali è impossibile sollevarsi un sol braccio da terra, à tentato di scoprire almeno qualche particella degli infiniti abissi della Scienza naturale, la quale egli stima tanto difficile, & immensa, che concedendo lui molti uomini particolari aver saputo perfettamente chi una, e chi un'altra, e chi più d'una dell'altre facultadi, crede poi, che tutti gli uomini insieme stati al Mondo fin'ora, e che saranno per l'avvenire, non abbiano saputo, nè forse sieno per sapere una piccola parte della Filosofia naturale.

IL GALILEO

Nel Saggiatore.

PARMI di scorgere in alcuni ferma credenza, che nel Filosofare sia necessario appoggiarsi all'opinioni di qualche celebre Autore, sicchè la mente nostra, quando non si maritasse col discorso d'un'altro, ne dovesse in tutto rimanere sterile, ed infeconda; e forse stimano che la Filosofia sia un libro, e una fantasia d'un uomo, come l'Iliade, e l'Orlando furioso, libri, ne' quali la meno importante cosa è che quel che vi è scritto sia vero. Ma la cosa non istà così. La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci stà aperto innanzi a gli occhi (io dico l'Vniverso) ma e' non si può intender se prima non s'impara a 'ntender la lingua, nella quale egli è scritto. Egli è scritto in lingua Matematica, & i caratteri sono Triangoli, Cerchi, & altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un'aggirarsi vanamente per un oscuro Laberinto.

Il GALILEO nel fine d'una sua Postilla ad alcune Esercitazioni Filosofiche d'Antonio Rocco, fatte in difesa d'Aristotile.

TANTO basti per ora aver notato sopra queste poche conclusioni d'Aristotile, e vostre, tra le moltissime attenenti al

moto

moto locale. E dopo che avrete, Signor Rocco, ben bene esaminati, ponderati, e paragonati insieme i vostri discorsi co' miei, e ridottovi a memoria il detto veriſſimo del Filoſofo, che, *ignorato motu ignoratur Natura*, giudicate con giuſta lance qual de' due modi di filoſofare cammini più a ſegno, o 'l voſtro ſiſico, puro, e ſemplice bene, o 'l mio condito con qualche ſpruzzo di Matematica, e nello ſteſſo tempo conſiderate chi più giudizioſamente diſcorreva, o Platone nel dir che ſenza la Matematica non ſi poteva apprender la Filoſofia, o Ariſtotile nel taſſar il medeſimo Platone, per troppo ſtudioſo della Geometria.

Il GALILEO, nella prima Giornata de due Siſtemi.

Salv. CIRCA' al ſecondo punto, io mi maraviglio che v'abbiate biſogno che il Paralogiſmo d'Ariſtotile vi ſia ſcoperto, eſſendo per ſe ſteſſo tanto manifeſto; e che voi non v'accorgiate che Ariſtotile ſuppone quello che è in queſtione; però notate.

Simpl. DI grazia Sig. Salviati parlate con più riſpetto d'Ariſtotile. E a chi potrete voi perſuader giammai, che quello che è ſtato il primo, unico, & ammirabile eſplicatore della forma ſilogiſtica, delle Dimoſtrazioni, degli Elenchi, de' modi di conoſcere i Soſiſmi, i Paralogiſmi, & in ſomma di tutta la Logica, equivocaſſe poi sì gravemente in ſuppor per noto quello, che è in quiſtione? Signori biſogna prima intenderlo perfettamente, e poi provarſi a volerlo impugnare.

Salv. SIGNOR Simplicio, noi ſiamo quì tra noi diſcorrendo familiarmente per inveſtigare qualche verità; io non avrò mai per male che voi mi paleſiate i miei errori, e quand'io non avrò conſeguita la mente d'Ariſtotile, riprendetemi pur liberamente, ch'io ve ne avrò buon grado. Concedetemi in tanto ch'io eſponga le mie difficultà; e ch'io riſponda ancora alcuna coſa alle voſtre ultime parole, dicendovi, che la Logica, come beniſſimo ſapete, è l'Organo, col quale ſi filoſofa; ma ſiccome può eſſer ch'un Artefice ſia eccellente in fabbricar Organi, ma imperito in ſapergli ſonare, così può eſſer un gran Logico, ma poco eſperto nel ſaperſi ſervire della Logica: ſiccome ci ſon molti che ſanno per lo ſenno a mente tutta la Poetica, e ſon poi infelici nel comporre quattro verſi ſolamente: altri poſſeggono tutti i precetti del Vinci, e non ſaprebbero poi dipignere uno ſgabello. Il ſonar l'Organo

no non s'impara da quelli che fanno far Organi, ma da quelli che gli sanno sonare: la Poesia s'impara dalla continua Lettura de' Poeti: il dipignere s'apprende col continuo disegnare, e dipignere: e il dimostrare, dal continuo studio de' libri pieni di Dimostrazioni, che son poi i libri Matematici soli, e non i Logici. Ora tornando al proposito, &c.

Il GALILEO nella seconda Giornata.

Dopo aver il Salv. addotto una Dimostrazione Fisica Matematica intorno ad un supposto effetto Fisico, soggiugne così il

Sagr. VERAMENTE il discorso è molto sottile, ma altrettanto concludente; & è forza confessare ch'il voler trattare le quistioni Naturali senza Geometria, è un tentar di far quello, che è impossibile ad esser fatto.

Il GALILEO nella terza Giornata.

Interrogato Simpl. dal Sagr. di quello gli paia d'un discorso Fisico Matematico fatto, ex hypothesi, *dal Salv. così risponde*

Simpl. QUESTE, (s'io devo dire il parer mio con libertà) mi paiono di quelle sottigliezze geometriche, le quali Aristotele riprende in Platone, mentre l'accusa che per troppo studio della Geometria si scostava dal saldo filosofare: & io ò conosciuti, e sentiti grandissimi Filosofi Peripatetici sconsigliare i lor Discepoli dallo studio delle Matematiche, come quelle, che rendono l'intelletto cavilloso, & inabile al ben filosofare; instituto diametralmente contrario a quello di Platone, che non ammetteva alla Filosofia se non chi prima fosse impossessato della Geometria.

Salv. APPLAVDO al consiglio di questi vostri Peripatetici di distorre i loro Scolari dallo studio della Geometria, perchè non ci è Arte alcuna più accomodata di quella per iscoprire le fallacie loro; ma vedete quanto coteste sieno differenti da' Filosofi Matematici, i quali assai più volentieri trattano con quei, che bene sono informati della comune Filosofia Peripatetica, che con quei,

che mancano di tal notizie, i quali, per tal mancamento, non possono far paragone tra dottrina, e dottrina.

Il GALILEO nella prima Giornata.

Sagr. ESTREMA temerità m'è parsa sempre quella di coloro, che voglion far la capacità umana misura di quanto possa, e sappia far la Natura; dove che all'incontro e' non è effetto in Natura, per minimo ch'e' sia, all'intera cognizione del quale possano arrivare i più speculativi ingegni. Questa così vana presunzione d'intender il tutto, non può aver principio da altro che dal non aver inteso mai nulla; perchè quand'altri avesse sperimentato una volta sola l'intender perfettamente una sola cosa, & avesse gustato veramente come è fatto 'l sapere, conoscerebbe come dell'infinità dell'altre conclusioni niuna ne intende.

Salv. CONCLVDENTISSIMO è il vostro discorso, in confermazione del quale abbiamo l'esperienza di que' ch'intendono, o anno'nteso qualcosa, i quali, quanto più sono Sapienti, tanto più conoscono, e' liberamente confessano di saper poco; & il Sapientissimo della Grecia, e per tale sentenziato dagli Oracoli, diceva apertamente conoscer di non saper nulla.

Simpl. CONVIEN dunque dire, o che l'Oracolo, o che lo stesso Socrate fosse bugiardo, predicandolo cirello per Sapientissimo, e dicendo questo di conoscersi Ignorantissimo.

Salv. NON ne seguita nè l'un nè l'altro, essendo che amendue i Pronunziati possono esser veri. Giudica l'Oracolo Sapientissimo Socrate sopra gli altri uomini, la sapienza de' quali è limitata. Si conosce Socrate non saper nulla in relazione alla sapienza assoluta, che è infinita: e perchè dell'infinito, tal parte n'è il molto, che'l poco, o che'l niente (perchè per esempio, al numero infinito, tanto è l'accrescer migliaia, quanto decine, o quanto zeri) però ben conosceva Socrate la terminata sua sapienza esser nulla all'infinita che gli mancava. Ma perchè pur tra gli uomini si trova qualche sapere, e questo non egualmente compartito a tutti, potette Socrate averne maggior parte de gli altri, e perciò verificarsi 'l responso dell'Oracolo.

Sagr. PARMI d'intender benissimo questo punto. Tra gli uomini, Signor Simplicio, è la potestà di operare, ma non egualmente

te

te posseduta da tutti: e non è dubbio, che la potenza d'un Imperadore è maggior assai che quella d'una Persona privata, ma, e questa, e quella è nulla, in comparazione dell'ONNIPOTENZA DIVINA. Tra gli uomini vi sono alcuni ch'intendon meglio l'Agricoltura, che molti altri; ma il saper piantar un fermento di vite in una fossa, che è che fare col saperlo far barbicare, attrarre 'l nutrimento, da quello scerne quella parte buona per farne le foglie, quest'altra per formarne i viticci, quella per i grappoli, quell'altra per l'uva, & un altra per i fiocini, che son poi l'opere della Sapientissima Natura? Questa è una sola opera particolare delle innumerabili che fà essa Natura, & in questa sola si conosce un infinita sapienza: talchè si può concludere, IL SAPER DIVINO ESSER INFINITE VOLTE INFINITO.

Salv. ECCONE un altro esempio. Non diren noi che 'l sapere scoprire in un marmo una bellissima Statua è sublimato l'ingegno del Buonarruoti assai sopra gli ingegni comuni degli altri uomini? e quest'opera non è altro che imitare una sola attitudine, e disposizione di membra esteriore, e superficiale d'un uomo immobile: ma però che cosa è in comparazione d'un uomo fatto dalla Natura, composto di tante membra esterne, & interne, de i tanti muscoli, tendini, nervi, ossa, che servono a' tanti, e sì diversi movimenti? che diremo de' sensi, delle potenze dell'anima, e finalmente dell'intendere? Non possiamo noi dire, e con ragione, la fabbrica d'una statua cedere d'infinito intervallo alla formazione d'un uomo vivo, anzi anco alla formazione d'un vilissimo verme?

Sagr. E qual differenza crediamo che fosse tra la Colomba d'Archita, & una della Natura?

Simpl. O io non sono un di quegli uomini ch'intendano, o 'l questo vostro discorso è una manifesta contradizione. Voi tra i maggiori encomi, anzi pure per il massimo di tutti, attribuite all'uomo fatto dalla Natura, questo dell'intendere, e poco fa dicevi con Socrate che 'l suo 'ntender non era nulla: adunque bisognerà dire, che nè anco la Natura abbia 'nteso 'l modo di far un intelletto ch'intenda.

Salv. MOLTO acutamente opponete; e per rispondere all'obiezzione convien ricorrere ad una distinzione Filosofica, dicendo, che l'intendere si può pigliare in due modi, cioè, *intensivè*, ovvero *extensivè*; e che *extensivè*, cioè, quanto alla moltitudine degli intelligibili, che sono infiniti, l'intender umano è come nullo,

quando bene egli intendesse mille *milioni* di proposizioni, perchè un tal numero, rispetto all'infinità, è come un zero: ma pigliando l'intender intensivè, in quanto cotal termine importa intensivamente, cioè perfettamente alcuna proposizione, dico, che l'intelletto umano ne intende alcune così perfettamente, e ne à così assoluta certezza, quanta se ne abbia l'istessa Natura, e tali sono le Scienze Matematiche pure, cioè la Geometria, e l'Arimmetica; delle quali l'INTELLETTO DIVINO ne sa bene infinite proposizioni di più, perchè le sa tutte; ma di quelle poche intese dall'intelletto umano credo che la cognizione agguagli la DIVINA nella certezza obiettiva, poichè arriva a comprenderne la necessità, sopra la quale non par che possa esser sicurezza maggiore.

Simpl. QVESTO mi pare un parlare molto risoluto, e ardito.

Salv. QVESTE son proposizioni comuni, e lontane da ogni ombra di temerità, o d'ardire, e che punto non detraggono di Maestà alla DIVINA SAPIENZA; siccome niente diminuisce la sua Onnipotenza il dire, che IDDIO non può fare che 'l fatto non sia fatto, ma dubito Signor *Simplicio* che Voi pigliate ombra per essere state ricevute da *Voi le mie* parole con qualche equivocazione; però, per meglio dichiararmi, dico, che quanto alla verità, di che ci danno cognizione le Scienze Matematiche, ell'è l'istessa, che conosce la SAPIENZA DIVINA, ma vi concederò bene che 'l modo, col quale IDDIO conosce l'infinite proposizioni, delle quali noi conosciamo alcune poche, è sommamente più eccellente del nostro *il quale è finito*, e procede con discorsi, e con passaggi da conclusione, in conclusione, dove 'l suo è *infinito*, e d'un semplice intuito; e dove Noi, per esempio, per guadagnar la scienza d'alcune passioni del Cerchio, che ne à infinite, cominciando da una delle più semplici, e quella pigliando per sua diffinizione, passiamo con discorso ad'un'altra, e da questa alla terza, e poi alla quarta, &c. L'INTELLETTO DIVINO, con la semplice apprensione della sua essenza, comprende senza temporaneo discorso tutta l'infinità di quelle passioni; le quali anco poi in effetto virtualmente si comprendono nelle diffinizioni di tutte le cose, e che poi finalmente per esser infinite, forse sono una sola nell'essenza loro, e nella MENTE DIVINA: il che nè anco all'Intelletto umano è del tutto incognito, ma ben da profonda, e densa caligine adombrato; la quale viene in parte assottigliata, e chiarificata, quando ci siamo fatti padroni d'altre conclusioni fermamente dimostrate, e tanto speditamente possedute da Noi, che

tra

tra esse possiamo velocemente trascorrere: perchè in somma, che altro è l'esser, nel triangolo, il quadrato del lato opposto all'angolo retto eguale agli altri due, che gli sono 'ntorno, sennon l'esser i paralellogrammi sopra base comune, e tra le paralelle, tra loro uguali? E questo non è egli finalmente il medesimo, che esser eguali quelle due superficie, che adattate insieme non si avanzano, ma si racchiuggono dentro al medesimo termine? Hor questi passaggi, che l'Intelletto nostro fa con tempo, e con moto di passo 'n passo, l'INTELLETTO DIVINO a guisa di luce trascorre in un'istante, ch'è l'istesso, che dire, gli è sempre tutti presenti.

Concludo per tanto, l'intender nostro, e quanto al modo, e quanto alla moltitudine delle cose 'ntese, esser d'infinito intervallo superato dal DIVINO; ma non però l'avvilisco tanto ch'io lo reputi assolutamente nullo; anzi quand'io vò considerando quante, e quanto maravigliose cose anno intese, investigate, & operate gli uomini, pur troppo chiaramente conosco io, & intendo esser la Mente umana Opera di DIO e delle più eccellenti.

* * *

IL FINE.