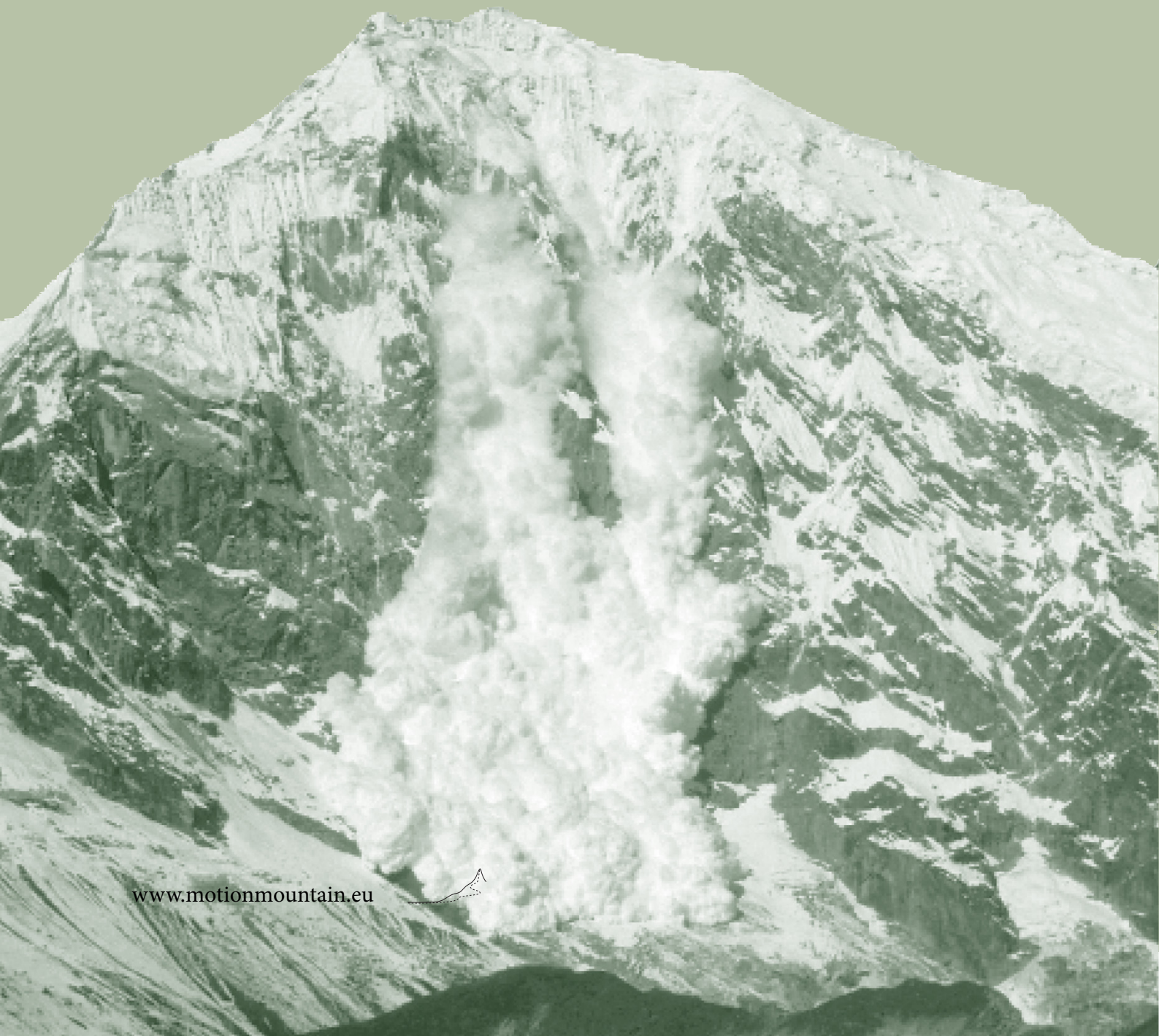
Christoph Schiller

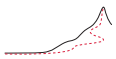
# IL MONTE DEL MOTO

## L'AVVENTURA DELLA FISICA

## LA RELATIVITÀ

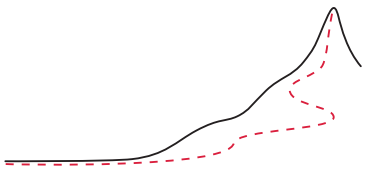


www.motionmountain.eu



Christoph Schiller

# Il Monte del Moto



## L'avventura della fisica

## La relatività

Traduzione di Alessandro Gori

Edizione 23.2, disponibile gratuitamente su
www.motionmountain.eu

Editio vicesima tertia.

Proprietas scriptoris © Christophori Schiller
secundo anno Olympiadis vicesimae nonae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliquo, quod
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Ventitreesima edizione.

Copyright © 2009 da Christoph Schiller,
il secondo anno della 29esima Olimpiade.



Questo file pdf è distribuito secondo la licenza Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany,
il cui testo completo si trova sul sito
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de,
con l'ulteriore restrizione che la riproduzione, la distribuzione
e l'uso, in intero o in parte, in qualsiasi prodotto o servizio,
commerciale o meno, sono proibiti senza il permesso scritto dell'autore.
Resta gratuita per tutti la lettura, la memorizzazione e la stampa
ad uso personale, nonché la distribuzione elettronica, ma solamente
senza modifica e senza compenso pecuniario.

Per Britta, Esther, Justus Aaron
e i miei genitori

τῷ ἐμοὶ δαὶμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.

## Prefazione

> Primum movere, deinde docere.
>
> Antichità

La fisica è la scienza che studia il moto. Nella struttura della fisica, illustrata nella figura 1, la teoria della relatività ricopre due punti importanti. La presente introduzione alla relatività è il risultato di un triplice obiettivo che ho perseguito sin dal 1990: presentare i fondamenti dello studio del moto in modo semplice, moderno, e vivace.

Per essere il più *semplice* possibile, il testo si concentra sui concetti, e mantiene la matematica al minimo possibile. Il testo è scritto al livello di un lettore che ha finito il liceo.

La teoria della relatività *speciale* si riduce a una sola idea: in natura, esiste un limite di velocità. Ne materia ne energia si muovono più veloci della luce. La teoria della relatività *generale*, invece, limita la forza: esiste una forza massima in natura. Il testo mostra come tutte le consequenze delle due teorie derivano da questi limiti. Mettendo l'accento su questi due 'principi limite' si arriva alla relatività in modo semplice, rapido e intuitivo. Questo modo inusuale di imparare la relatività dovrebbe risvegliare la curiosità di ogni lettore – studente o professionista.

Per essere il più *moderno* possibile, il testo raccoglie i più interessanti risultati – teorici e sperimentali – che sono sparsi attraverso le riviste scientifiche degli ultimi anni.

Per essere il più *vivace* possibile, il testo cerca di sorprendere il lettore dove possibile. Leggere un libro di fisica dovrebbe essere simile alla visita di uno spettacolo di magìa: guardiamo, siamo sorpresi, non crediamo ai nostri occhi, riflettiamo, e finalmente – forse – troviamo il trucco. Guardando la natura, spesso abbiamo la stessa esperienza. Il testo cerca di moltiplicare questo aspetto con una semplice regola: in ogni pagina dovrebbe trovarsi almeno una sorpresa o uno stimolo alla riflessione. In più, il testo propone molte piccole sfide; aiuti o soluzioni sono raccolte nell'appendice.

Vivere a fondo la propria curiosità e il proprio pensiero ci aiuta a sviluppare un carattere forte e attendibile. Il motto del testo, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, è un famoso detto sulla pedagogia di Hartmut von Hentig: 'fortificare le persone, chiarire i fatti.' L'esplorazione di qualsiasi limite richiede coraggio; ne richiede anche l'abbandono dell'uso dello spazio e del tempo per la descrizione del moto e della natura. Cambiare le abitudini di pensare crea paura, spesso nascosta da ira; ma tutti cresciamo superando le nostre paure. Tutte le grandi avventure della vita ce lo chiedono e ce lo permettono: l'esplorazione dell'amore ne è una, l'esplorazione della fisica un'altra.

Monaco di Baviera, 10 marzo 2009



## Un consiglio agli studenti

Nella mia esperienza di insegnante esiste un metodo che non ha mai fallito nel trasformare uno studente debole in uno di successo: quando si studia un libro, si ripete ogni

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

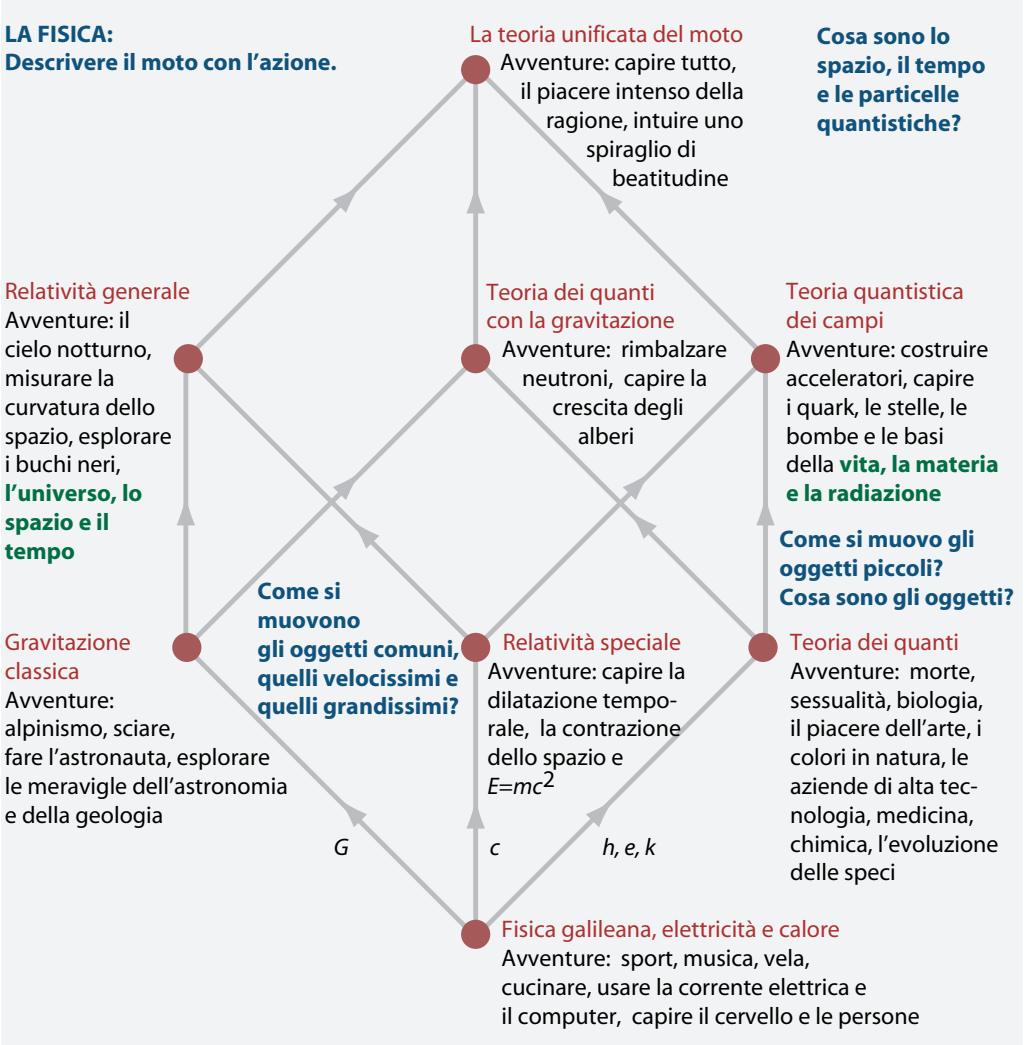



FIGURA 1 Una mappa completa della fisica: i nessi sono definiti dalla velocità della luce $c$, la costante gravitazionale $G$, la costante di Planck $h$, la costante di Boltzmann $k$ e la carica elementare $e$.

sezione *con parole proprie, ad alta voce*. Se non ci si riesce, si rilegge la sezione, finché diventa possibile ricapitolare in parle proprie, ad alta voce. Il metodo si può usare da soli in una stanza, o con amici, o camminando. Se usato con tutto ciò che si legge, il tempo necessario allo studio sarà fortemente ridotto. Per di più, il piacere di leggere testi gradevoli aumenterà, e il fastidio di leggere testi brutti diminuerà. Gli esperti di questo metodo possono usarlo perfino durante le lezioni, a voce bassa, evitando così di mai prendere appunti.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

## L'uso di questo testo

Ogni testo in verde, come per esempio le note a margine, è un *link* su cui si può cliccare nel programma lettore di pdf. I link verdi possono essere referenze bibliografiche, note, rimandi ad altre pagine nel testo, soluzioni alle sfide, o URL di altri siti in rete.

Le soluzioni e gli aiuti alle sfide sono riportati alla fine di ogni parte. Le sfide sono classificate come facili (f), di difficoltà normale (n), difficile (d) o di livello di ricerca (r). Le sfide dei tipi n, d, o r ancora senza soluzione sono classificate (na).

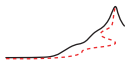
## Una richiesta

Il testo è e sempre resterà disponibile gratuitamente su internet. In scambio, Le chiedo di mandarmi un breve commento sui punti seguenti:

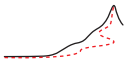
— Cosa può essere migliorato o corretto?
— Quale storia, soggetto, indovinello, fotografia o filmato manca?

È benvenuto anche ogni suggerimento sugli argomenti specifici elencati sulla pagina www.motionmountain.eu/help.html. Il sito www.motionmountain.eu/wiki/index.php/Pagina_Italiana permette di lasciare messaggi direttamente sulla rete.

A nome di tutti i lettori, grazie in anticipo per il Suo aiuto. Per un contributo particolarmente utile La ringrazierò – se me lo permette – con il Suo nome nella prossima edizione del testo, o con una ricompensa, o con entrambe le cose. Ma prima di tutto, auguro una piacevole lettura!



Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010



# Tavola delle Materie


13 1 Velocità massima, osservatori a riposo, e il moto della luce

Si può giocare a tennis con un impulso laser come pallina e due specchi come racchette? 18 • Albert Einstein 20 • La velocità della luce: velocità invariante e velocità limite 20 • La relatività speciale in poche righe 23 • Accelerazione della luce ed effetto Doppler 24 • La differenza tra la luce ed il suono 27 • Si può sparare più velocemente della propria ombra? 28 • La composizione delle velocità 30 • Osservatori e principio della relatività speciale 31 • Che cos'è lo spazio-tempo? 35 • Possiamo viaggiare nel passato? – Tempo e causalità 37

38 **Curiosità della relatività speciale**

Più veloce della luce: quanto lontano possiamo viaggiare? 39 • Sincronizzazione e viaggi nel tempo – può una madre rimanere più giovane della propria figlia? 39 • Contrazione della lunghezza 42 • Films relativistici – aberrazione ed effetto Doppler 45 • Qual'è il miglior posto a sedere su un autobus? 48 • Quanto veloce possiamo camminare? 48 • La velocità dell'ombra è maggiore della velocità della luce? 49 • Le parallele non sono parallele – la rotazione di Thomas 52 • Una storia infinita – temperatura e relatività 52

53 **Meccanica relativistica**

La massa nella relatività 53 • Perché giocare al biliardo relativistico è più difficile 55 • La massa è energia concentrata 56 • Collisioni, oggetti virtuali e tachioni 59 • Sistemi di particelle – nessun centro di massa 61 • Perché il moto è solitamente così lento? 61 • La storia dell'equivalenza massa–energia 62 • 4-vettori 64 • 4-velocità 65 • 4-momento 67 • 4-forza 68 • La rotazione nella relatività 69 • Il moto delle onde 70 • L'azione di una particella libera – come si muovono le cose? 71 • Trasformazioni conformi – perché la velocità della luce è costante? 72

74 **Osservatori in accelerazione**

L'accelerazione per osservatori inerziali 75 • Sistema di riferimento in accelerazione 77 • Orizzonte degli eventi 81 • L'accelerazione cambia i colori 82 • Può la luce muoversi più veloce di $c$? 83 • Qual'è la velocità della luce? 83 • Limiti della lunghezza dei corpi solidi 85

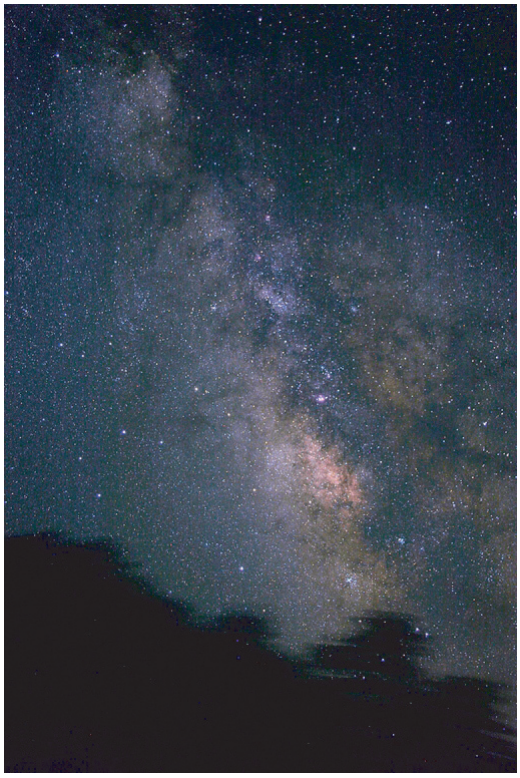
86 **La relatività speciale in quattro frasi**

Può variare la velocità della luce? 86 • Cosa succede a velocità prossime a quella della luce? 87

88 Bibliografia

96 Indice dei Nomi

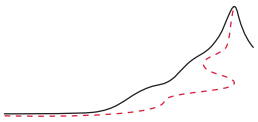
99 Indice dei Soggetti



# La relatività

Nella nostra ricerca di imparare come si muovono le cose
l'esperienza di escursionismo ed altri movimenti
ci conducono a scoprire che vi è una velocità massima in natura,
e che due eventi che ad un osservatore appaiono contemporanei
possono non esserlo per un altro.
Scopriremo che lo spazio vuoto può piegarsi, oscillare e muoversi,
scopriremo che vi è una forza massima in natura
e capiremo perché possiamo vedere le stelle.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010



Capitolo 1

# VELOCITÀ MASSIMA, OSSERVATORI A RIPOSO, E IL MOTO DELLA LUCE

> “Fama nihil est celerius.*”
>
> Virgilio

La luce è indispensabile per una descrizione precisa del moto. Per verificare se una linea o un moto sono rettilinei, guardiamo lungo di essi. In altre parole, usiamo a luce per definire la linearità.

Come possiamo decidere se una superficie è piana? Guardiamo lungo di essa,** usando di nuovo la luce. Come possiamo misurare una lunghezza con alta precisione? Con la luce. Come possiamo misurare il tempo con alta precisione? Con la luce: un tempo si usava quella del Sole; oggi usiamo quella prodotta dagli atomi di cesio.

Pag. ??

La luce è importante perché rappresenta lo standard del *moto non perturbato*. La fisica avrebbe fatto progressi molto più rapidi se la propagazione della luce non fosse stata riconosciuta così tardi come il paradigma ideale del moto.

Ma la luce è veramente una manifestazione di movimento? Sì. Questo fatto era noto già nell'antica Grecia, ed era stato dedotto da un semplice fenomeno quotidiano, l'*ombra*. Le ombre dimostrano che la luce è un'entità in movimento, che viene emessa da una fonte di luce e che si propaga in linea retta.*** Il pensatore greco Empedocle (490 – 430 a.e.v.) giunse alla logica conclusione che la luce impiega una certa quantità di tempo per arrivare dalla sua fonte all'oggetto che illumina.

Ref. 1

Empedocle dedusse che la velocità della luce è finita. Questo dato può essere ribadito con un argomento differente, ugualmente semplice ma più sottile. La velocità della

---

* 'Nulla è più veloce del pettegolezzo.' Questa nota massima è una versione semplificata della frase di Virgilio: *fama, malum qua non aliud velocius ullum*. 'Il pettegolezzo è la cosa più veloce di tutte.' Dall'*Eneide*, libro IV, versi 173 e 174.

** Notare che guardare lungo un piano da tutti i lati non è sufficiente per effettuare questa misura: una superficie che un raggio di luce tocca per tutta la sua lunghezza in *tutte* le direzioni non è necessariamente piana. Può fare un esempio? Sono necessari altri metodi per provare con la luce che una superficie è piana. Può specificarne uno?

Sfida 1 n

*** Ogni volta che una fonte di luce produce ombre, ciò che viene emesso viene chiamato un *raggio* o *radiazione*. Oltre alla luce, altri esempi di radiazione scoperti grazie alle ombre sono stati i *raggi infrarossi* e i *raggi ultravioletti*, che emanano da molte fonti insieme con la luce visibile, i *raggi catodici*, che poi risultarono essere flussi di una nuova particella, l'*elettrone*. Le ombre hanno portato alla scoperta dei *raggi X*, anch'essi una varietà di luce di alta frequenza. Anche i *raggi canale* sono stati scoperti con le ombre che producono; in seguito sono risultati essere atomi ionizzati in moto. Anche i tre tipi di radioattività, i *raggi α* (nuclei di elio), i *raggi β* (di nuovo elettroni) e i *raggi γ* (raggi X ad alta energia) producono ombre. Tutte queste scoperte sono state fatte tra il 1890 ed il 1910.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

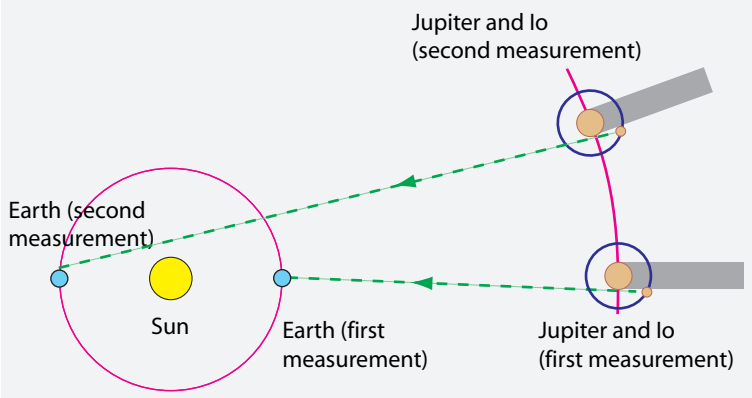



FIGURA 2 Metodo di Rømer per la misura della velocità della luce

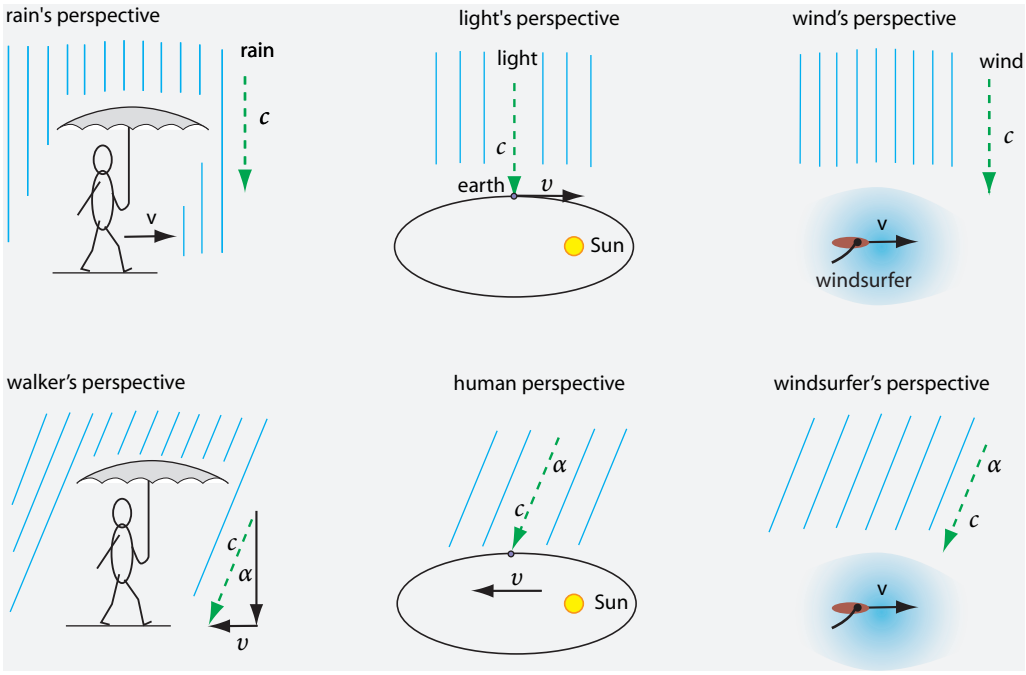



FIGURA 3 Metodo della pioggia o del windsurfer per la misura della velocità della luce

luce può essere misurata. Pertanto la velocità perfetta, che viene usata implicitamente come unità di misura standard, deve avere un valore finito. Una velocità standard infinita
Sfida 2 n non consentirebbe alcuna misura. In natura gli oggetti più leggeri si muovono a velocità maggiori. La luce, che davvero è estremamente leggera e che usiamo come standard, è un'ovvia candidata ad essere la velocità perfetta. Confermeremo questo fatto tra poco.

Una velocità finita della luce significa che tutto ciò che vediamo è un messaggio proveniente dal *passato*. Quando guardiamo le stelle, il Sole o una persona che amiamo, vediamo sempre un'immagine del passato. In un certo senso, la natura ci impedisce di gioire del presente – dobbiamo quindi imparare ad amare il passato.

La velocità della luce è talmente elevata che poté essere misurata la prima volta soltan-

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

to tra il 1668 ed il 1676, sebbene molti, incluso Galileo, avessero provato a farlo in epoche precedenti. Il primo metodo di misura fu escogitato e pubblicato dall' astronomo danese Ole Rømer* che studiò le orbite di Io e degli altri satelliti galileiani di Giove. Egli non ottenne alcun valore specifico per la velocità della luce perché non aveva a disposizione valori corretti della distanza dei satelliti dalla Terra e perché i sistemi di misura del tempo erano, all'epoca, imprecisi. La mancanza di un risultato numerico fu presto colmata dai suoi colleghi, principalmente da Christiaan Huygens e Edmund Halley. (Può cercare di dedurre il metodo di Rømer dalla figura 2.) Già allora si sapeva dunque che la luce impiega un pò più di 8 minuti per viaggiare dal Sole alla Terra. Questo risultato fu confermato con un bellissimo esperimento cinquant'anni più tardi, nel 1726, ad opera dell'astronomo James Bradley. Essendo inglese, per misurare la velocità della luce, Bradley utilizzò il 'metodo della pioggia'.

Ref. 2
Pag. ??
Ref. 3
Sfida 3 n
Pag. ??
Ref. 4

Come possiamo misurare la velocità della pioggia che cade? Camminiamo velocemente con un ombrello, misuriamo l'angolo $\alpha$ con cui la pioggia scende e poi misuriamo la nostra velocità $v$. (Possiamo chiaramente vedere l'angolo mentre camminiamo se guardiamo la pioggia verso la nostra sinistra o la nostra destra, possibilmente contro uno sfondo scuro.) Come mostrato nella figura 3, la velocità $c$ della pioggia è data da

$$c = v/\tan\alpha \,. \tag{1}$$

Analogamente possiamo misurare la velocità del vento quando siamo su un surf o su una nave. La stessa misura possiamo farla per la luce; dobbiamo solo misurare l'angolo con cui la luce di una stella sopra l'orbita terrestre arriva sulla Terra. Poiché la Terra si muove relativamente al Sole e quindi alla stella, l'angolo non è di 90°. Questa deviazione viene detta *aberrazione* della luce; l'angolo viene misurato facilmente comparando misure fatte a distanza di sei mesi. Il valore dell'angolo di aberrazione è di $20.5''$. (Con la tecnologia odierna può essere misurato con una precisione di 5 cifre decimali). Dato che la velocità della Terra intorno al Sole è $v = 2\pi R/T = 29.7\,\mathrm{km/s}$, la velocità della luce risulta quindi essere $c = 0.300\,\mathrm{Gm/s}$.** Questo è un valore straordinariamente elevato, specialmente se paragonato alla più alta velocità mai raggiunta da un oggetto lanciato

* Ole (Olaf) Rømer (1644 Aarhus – 1710 Copenhagen), fu un astronomo danese. Fu maestro del Delfino di Francia a Parigi, all'epoca di Luigi XIV. L'idea di misurare la velocità della luce in questo modo fu dell'astronomo italiano Giovanni Cassini, di cui Rømer fu assitente. Rømer continuò le sue misure fino al 1681, quando, come tutti i protestanti (tra cui Christiaan Huygens) fu costretto a fuggire dalla Francia e ad interrompere il suo lavoro. Tornato in Danimarca, un incendio distrusse tutti gli appunti delle sue misure. Come risultato Rømer non fu più in grado di migliorare la precisione del suo metodo. In seguito divenne un importante amministratore e riformatore dello Stato danese.

** Gli ombrelli non erano molto comuni in Gran Bretagna nel 1726; lo divennero successivamente, dopo essere stati introdotti dalla Cina. La storia dell'ombrello è inventata. In realtà, Bradley ebbe la sua idea mentre navigava sul Tamigi, quando notò che su una nave in moto il vento apparente ha una direzione differente rispetto al vento in terra. Egli osservò 50 stelle per molti anni, in particolare Gamma Draconis, e durante tutto questo tempo fu tormentato dal *segno* dell'aberrazione, che era *opposto* all'effetto che stava studiando, la parallasse stellare. Sia la parallasse che l'aberrazione di una stella sopra il piano dell'eclittica fanno loro descrivere una piccola ellisse nel corso di un anno terrestre, anche se con diverso senso di rotazione. È capace di spiegare perché?

Sfida 4 n

D'altronde, la relatività speciale ci dice che la formula (1) è sbagliata e che la formula corretta è $c = v/\sin\alpha$; può spiegare perché?

Sfida 5 n

Per determinare la velocità della Terra, dobbiamo prima determinare la sua distanza dal Sole. Il metodo

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

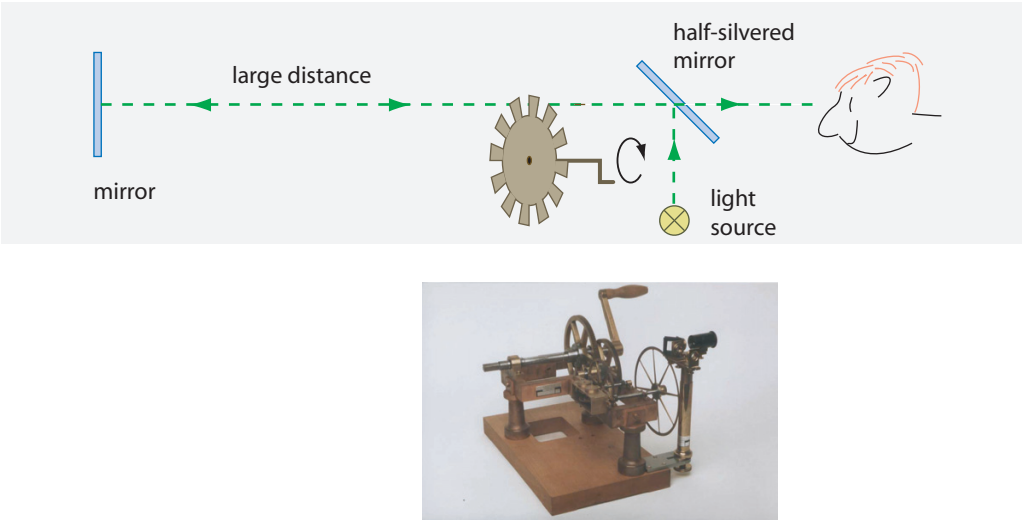



FIGURA 4 Apparecchio di Fizeau per la misura della velocità della luce (fotografia © AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg)

dall'uomo, il satellite Voyager, che viaggia alla velocità di 52 Mm/h = 14 km/s, o alla crescita di un bambino, circa 3 nm/s, o alla crescita delle stalagmiti nelle grotte, circa 0.3 pm/s. Cominciamo a comprendere perché la misura della velocità della luce è una scienza a sè.

La prima misura *precisa* della velocità della luce fu effettuata nel 1849 dal fisico francese Hippolyte Fizeau (1819–1896). Il valore da lui ottenuto era solo del 5 % più elevato del risultato moderno. Egli inviò un raggio di luce verso uno specchio distante e misurò il tempo impiegato dalla luce per tornare indietro. Come fece Fizeau a misurare questo intervallo di tempo senza alcuna apparecchiatura elettronica? In pratica egli usò lo stesso metodo che veniva usato per misurare la velocità delle pallottole; parte della risposta è riportata nella figura 4. (A che distanza, circa, dovette essere posto lo specchio?) Una ricostruzione moderna del suo esperimento eseguita da Jan Frercks ha ottenuto una

Pag. ??
Sfida 8 n

più semplice è quello proposto dal pensatore greco Aristarco di Samo (*c.* 310 – *c.* 230 A.E.V.). Possiamo misurare l'angolo tra la Luna ed il Sole nel momento in cui la Luna è precisamente nel suo quarto crescente. Il coseno di detto angolo ci dà la media tra la distanza dalla luna (determinata, per esempio, con il metodo di pagina ??) e la distanza dal Sole. La spiegazione viene lasciata come esercizio per il lettore.

Sfida 6 n

L'angolo in questione è quasi un angolo retto (che corrisponderebbe ad una distanza infinita) e, come Hipparchos descrisse in un'esteso trattato sul problema intorno al 130 A.E.V., sono necessari buoni strumenti per misurarlo con precisione. Misure precise di tale angolo divennero possibili soltanto nell'ultima parte del diciassettesimo secolo, quando risultò essere 89.86°, dando una distanza media del Sole di circa 400 volte quella della Luna. Oggi, grazie alle misure radar dei pianeti, la distanza dal Sole è nota con l'incredibile precisione di 30 metri. Le variazioni della distanza della Luna possono essere misurate al centimetro; è capace di spiegare come è possibile ottenere questa precisione?

Pag. ??
Sfida 7 n

Aristarco determinò anche il raggio del Sole e della Luna come multipli di quello della Terra. Aristarco fu un grande pensatore: fu il primo a proporre il sistema eliocentrico e probabilmente il primo ad intuire che le stelle sono altri, lontanissimi soli. Per queste idee, alcuni suoi contemporanei proposero che fosse condannato a morte per empietà. Quando il monaco ed astronomo polacco Nicolaus Copernicus (1473–1543) propose nuovamente il sistema eliocentrico duemila anni più tardi, non citò Aristarco, nonostante fosse stato il suo ispiratore.

Ref. 6

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

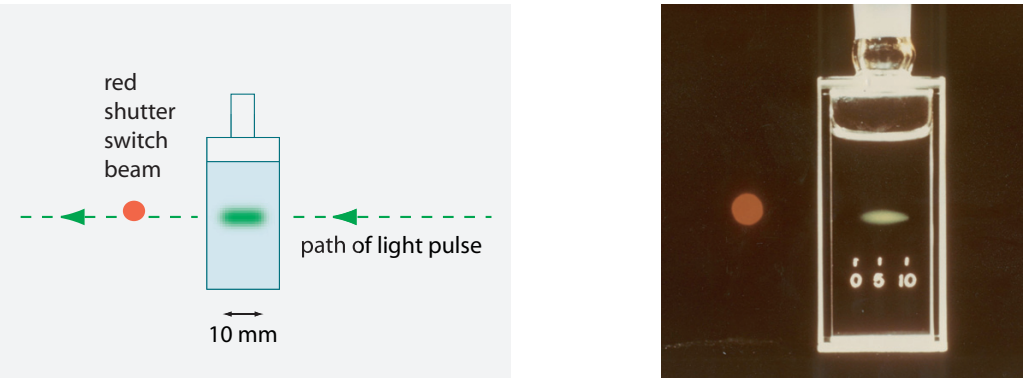



FIGURA 5 Fotografia di un raggio di luce che si muove da destra a sinistra attraverso una bottiglia di latte, marcato in millimetri (fotografia © Tom Mattick)

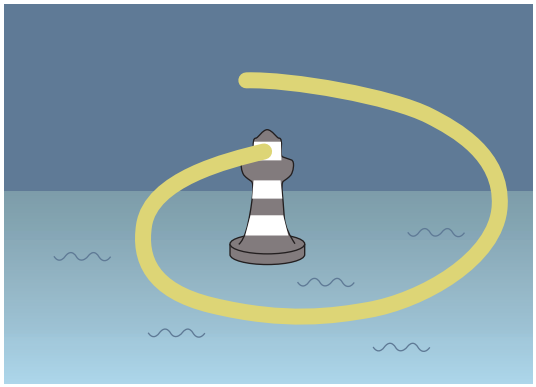


FIGURA 6 Una conseguenza del fatto che la velocità della luce è finita (attenzione ai dettagli – la luce viaggia diritta)

Ref. 7 precisione del 2 % per il valore della velocità della luce. Oggi l'esperimento è molto più semplice; nel capitolo sull'elettrodinamica scopriremo come misurare la velocità della Pag. ?? luce usando due computer UNIX o Linux connessi via cavo.

La velocità della luce è talmente elevata da risultare molto difficile provare che è *finita*. D'altra parte il modo più elegante per provare questo fatto è di fotografare un raggio di luce mentre attraversa il campo visivo, nello stesso modo con cui si può fotografare un'automobile che viaggia o un proiettile sparato in aria. La figura 5 mostra la prima di Ref. 8 queste fotografie, e fu scattata nel 1971 con una fotocamera reflex comprata in negozio, un flash molto veloce ideato dai fotografi, e, cosa ancor più degna di nota, senza l'u- Sfida 9 n so di nessun'apparecchiatura elettronicha. (Quanto deve essere veloce il flash? Come si può realizzare un tale flash? E come si potrebbe fare in modo che l'otturatore si apra al momento giusto?)

Una velocità finita della luce implica anche che un fascio di luce in rapida rotazione si comporti come riportato nella figura 6. Nella vita di tutti i giorni, l'elevata velocità della luce e la lenta rotazione del faro però rendono questo effetto impercettibile.

In breve, la luce si muove molto rapidamente. La luce è molto più veloce di un fulmine, Sfida 10 n come ognuno può verificare. Un secolo di misure sempre più precise della velocità della

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

TAVOLA 1 Proprietà del moto della luce

OSSERVAZIONI SULLA LUCE

La luce si muove anche nel vuoto.
La luce trasporta energia.
La luce ha un momento: da un colpo i corpi che illumina.
La luce ha un momento angolare: ruota i corpi che illumina.
La luce si muove indisturbata attraverso altra luce.
La luce nel vuoto è sempre più veloce di qualsiasi altro corpo.
La velocità della luce, più precisamente la sua velocità di segnale, è la più alta velocità raggiungibile in natura.Pag. ??
Nel vuoto, la velocità della luce è 299 792 458 m/s.
La velocità propria della luce è infinita.Pag. 39
Le ombre si muovono senza alcun limite di velocità.
La luce si propaga in linea retta quando è distante da materia.
La luce di media o alta intensità è un'onda.
I raggi di luce sono approssimazioni quando la lunghezza d'onda è trascurabile.
Nella materia, la velocità di segnale della luce è inferiore a quella del vuoto.
Nella materia, la velocità di gruppo di può essere zero, positiva, negativa o infinita.

luce è culminato nel valore attuale

$$c = 299\,792\,458\ \mathrm{m/s}. \tag{2}$$

Questo valore è stato attualmente fissato *esattamente*, per definizione, e il metro è stato definito in termini di $c$. Nella tavola 1 è riportato un riassunto di quello che si sa oggi riguardo al moto della luce. Due proprietà specialmente sorprendenti furono scoperte sul finire del diciannovesimo secolo. Esse rappresentano il fondamento della relatività
Ref. 9 speciale.

## SI PUÒ GIOCARE A TENNIS CON UN IMPULSO LASER COME PALLINA E DUE SPECCHI COME RACCHETTE?

> Et nihil est celerius annis.*
>
> Ovidio, *Metamorfosi*.

Tutti noi sappiamo che per lanciare un sasso il più lontano possibile, dobbiamo prendere la rincorsa; sappiamo per istinto che in questo caso la velocità della pietra rispetto al terreno sarà maggiore rispetto a quando la lanciamo stando fermi. Con grande stupore iniziale di tutti, gli esperimenti hanno dimostrato che la luce emessa da una fonte in movimento ha la stessa velocità della luce emessa da una fonte ferma. La luce (nel vuoto) non è mai più veloce della luce; tutti i raggi di luce hanno la stessa velocità. Molti
Ref. 10 esperimenti hanno confermato questo dato con grande precisione. La velocità della luce

* 'E nulla è più veloce degli anni.' Libro X, verso 520.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010



FIGURA 7 Albert Einstein (1879–1955)

può essere misurata con una precisione migliore di 1 m/s; però non sono state trovate differenze neppure quando la velocità della fonte era maggiore di 290 000 000 m/s. (Può
Sfida 11 n immaginare quali lampade vennero usate?)

È comune esperienza che un sasso che ci è stato lanciato contro arriva più velocemente se corriamo verso di esso. Ma anche in questo caso questo effetto, per la luce, non è misurabile. Tutti gli esperimenti dimostrano che la velocità della luce ha lo *stesso valore* per tutti gli osservatori, anche se si muovono gli uni verso gli altri o verso la fonte di luce. La velocità della luce è davvero lo standard di misura perfetto ed ideale.*

Ref. 13 Vi è inoltre una seconda serie di evidenze sperimentali sulla costanza, o per meglio dire, sull'invarianza della velocità della luce: ogni apparecchio elettromagnetico, come ad esempio uno spazzolino elettrico, dimostra che la velocità della luce è costante.
Pag. ?? Scopriremo che i campi magnetici non potrebbero derivare da correnti elettriche, come invece tutti i giorni possiamo constatare in ogni motore ed in ogni altoparlante, se la velocità della luce non fosse costante. Fu così, infatti, che vari ricercatori dedussero per la prima volta la costanza della velocità della luce. Solo dopo che questo fatto fu chiarito, il fisico svizzero-tedesco Albert Einstein fu in grado di dimostrare che l'invarianza è anche in accordo con il moto dei corpi, come vedremo in questo capitolo. La relazione tra lo spaz-
Pag. ?? zolino elettrico e la relatività speciale verrà descritta nel capitolo sull'elettrodinamica. (Per notizie riguardanti la diretta influenza della relatività sul design di varie macchine,
Ref. 15 vedi l'interessante libro di Van Bladel.)

Il nesso tra il moto della luce e il moto dei corpi è il seguente: se la velocità della luce non fosse costante, un osservatore sarebbe in grado di muoversi alla velocità della luce.

* Un termine equivalente alternativo per la velocità della luce è 'velocità radar' o 'velocità radio'; vedremo
Pag. ?? in seguito perché.

La velocità della luce non è molto diversa dalla velocità dei neutrini. Questo fatto è stato dimostrato in modo molto spettacolare durante l'osservazione di una supernova nel 1987, quando il flash di luce e il flash di neutrini arrivarono sulla Terra con solo 12 secondi di differenza. (Non è noto se tale differenza sia dovuta ad una differenza di velocità oppure ad un diverso punto di origine dei due flash). Qual'è la prima cifra del
Sfida 12 n valore della differenza delle due velocità sapendo che la supernova è distante $1.7 \cdot 10^5$ anni luce?

Gli esperimenti hanno anche evidenziato che la velocità della luce è la stessa in tutte le direzioni del-
Ref. 11 lo spazio, con una precisione fino alla ventunesima cifra. Altri dati, derivati dallo studio dei raggi gamma, mostrano che la velocità della luce è indipendente dalla frequenza, con una precisione fino alla ventesima
Ref. 12 cifra.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Poiché la luce è un'onda, un tale osservatore vedrebbe un'onda ferma. Le leggi dell'elettromagnetismo però proibiscono un tale fenomeno. Pertanto un osservatore non può raggiungere la velocità della luce. La velocità della luce è una velocità invariante e una veolcità limite. In altre parole, il gioco del tennis con la luce non è interessante: la velocità è sempre la stessa.

## Albert Einstein

Albert Einstein (n. 1879 Ulm, m. 1955 Princeton) è stato uno dei più grandi fisici di tutti i tempi. Nel 1905, egli pubblicò tre importanti lavori, uno riguardante il moto browniano, uno riguardante la relatività speciale, ed uno sui quanti di luce. Ogni singolo lavoro avrebbe meritato un premio Nobel, ma fu premiato solo per l'ultimo dei tre. Sempre nel 1905, Einstein scoprì la famosa formula $E_0 = mc^2$ (pubblicata agli inizi del 1906), probabilmente derivandola da un'idea di Olinto De Pretto. Sebbene Einstein fosse uno dei fondatori della teoria dei quanti, in seguito prese le distanze. Le sue famose discussioni con il suo amico Niels Bohr hanno tuttavia aiutato a chiarire la teoria dei quanti riguardo ad uno degli aspetti più contro-intuitivi. Einstein spiegò anche l'effetto Einstein–de Haas che dimostra che il magnetismo è dovuto al moto all'interno della materia. Dopo molti altri lavori, nel 1915 e nel 1916, egli pubblicò la sua più grande scoperta: la teoria della relatività generale, uno dei lavori più belli e rimarchevoli di tutta la scienza.

Pag. 62

Pag. ??

Essendo ebreo e famoso, Einstein divenne presto il bersaglio preferito di attacchi discriminatori da parte del movimento nazionalsocialista; nel 1933 fu costretto ad emigrare negli Stati Uniti. Egli non fu solo un grande fisico, ma anche un grande pensatore; la sua raccolta di pensieri riguardanti argomenti al di fuori della fisica valgono la lettura tutt'oggi.

Ref. 14

Tutti coloro che sono interessati ad emulare Einstein devono sapere che egli pubblicò molti lavori, e che molti di essi erano sbagliati; corresse i risultati in lavori successivi, e poi li corresse ancora. Ciò accadde così di frequente che prese in giro se stesso in materia. Einstein realizzò in persona la famosa definizione di un genio come una persona che fa il maggior numero di errori nel più breve tempo possibile.

## La velocità della luce: velocità invariante e velocità limite

Nessun'osservatore può raggiungere la velocità della luce. Perciò, nessun oggetto può raggiungerla. La velovità della luce non è solo lo standard di misura per la velocità; è anche la velocità massima possibile. Più precisamente, la velocità $v$ di qualsiasi sistema fisico in natura (ad esempio qualsiasi massa o energia localizzata) è limitata da

$$v \leqslant c \,. \tag{3}$$

Questa relazione è la base della relatività speciale ed in essa vi è contenuta tutta la teoria della relatività. La velocità massima implica diverse conseguenze soprendenti: il tempo non è unico, le lughezze cambiano con l'osservatore, la massa e l'energia sono nesse, e appaiono gli orizzonti di eventi

Già nel 1895, lo studio dei cambiamenti di osservatore fu chiamata 'teoria della rela-

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

TAVOLA 2 Come convincere se stessi ed altri che esiste una velocità massima $c$ in natura

| Argomento | Prova |
|---|---|
| Valori locali di velocità di energia $> c$ non sono mai stati osservati | controlla tutte le osservazioni |
| Velocità $> c$ sono non-locali oppure non sono velocità di energia | controlla tutte le osservazioni |
| Valori locali di velocità di energia $> c$ non possono essere prodotti | controlla tutti i tentativi |
| Valori locali di velocità di energia $> c$ non possono essere immaginati | risolvi tutti i paradossi |
| Un valore massimo di velocità di energia $c$ è consistente | 1 – dimostra che tutte le conseguenze, per quanto strane, sono confermate dall'osservazione |
| | 2 – deduci la teoria della relatività speciale dal valore massimo |

tività' da Henri Poincaré.* Einstein si oppose a che la teoria fosse chiamata 'teoria della relatività'; ma l'espressione era molto in voga, ed era stata proposta anni prima da Henri Poincaré. Einstein avrebbe preferito l'espressione 'teoria dell'invarianza', ma non fu più in grado di far accettare questo termine. Perciò Einstein chiamò la descrizione del movimento *senza* gravitazione la teoria della relatività *speciale*, e la descrizione del movimento *con* gravitazione la teoria della relatività *generale*. Tutte e due sono piene di risultati affascinanti e sorprendenti.

Ref. 16
Ref. 13

Può esistere una velocità invariante in natura? La tavola 2 mostra che dobbiamo esplorare tre aspetti per accettare l'idea. Dobbiamo mostrare che nessuna velocità maggiore è osservata, che nessuna velocità maffiore può essere osservata, e infine che tutte le conseguenze, anche le più incredibili, dell'invarianza sono verificate in natura. Questa è tutta la teoria della relatività, ed è tutto quello che faremo in questo capitolo.

La costanza della velocità della luce è in contrasto completo con la meccanica galileiana, che descrive il moto dei sassi, e dimostra che quest'ultima è *sbagliata* per velocità alte. A velocità basse la descrizione galileiana del moto risulta buona perché l'errore è piccolo. Ma se vogliamo una descrizione corretta a *tutte* le velocità, allora dobbiamo mettere da parte la meccanica galileiana. Per esempio, quando giochiamo a tennis, a seconda di come colpiamo la pallina possiamo diminuirne o aumentarne la velocità. Con la luce

* Henri Poincaré (1854–1912), importante matematico e fisico francese. Poincaré fu uno dei scienziati più produttivi del suo tempo, e fece progredire la relatività, la teoria dei quanti e varie parti della matematica.

L'introduzione più bella e semplice alla teoria della relatività rest quella data da Albert Einstein stesso, per esempio in *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 e 1997, o in *The Meaning of Relativity*, Methuen, 1951. Ci volle quasi un secolo per fare apparire libri altrettanto belli, come per esempio il testo di Taylor e Wheeler.

Ref. 18, Ref. 19

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

questo è impossibile. Anche prendendo un aereo e volando dietro un raggio di luce, esso fugge via da noi sempre alla stessa velocità. Tutti gli esperimenti confermano questa strana osservazione.

Se acceleriamo l'autobus che stiamo guidando, le automobili sull'altro lato della strada passano ad una velocità sempre maggiore. Per la luce, gli esperimenti ci dicono che le cose *non* stanno così: la luce passa sempre alla *stessa* velocità.* La luce non si comporta come le automobili ne come qualsiasi altro oggetto materiale. Anche in questo caso, tutti gli esperimenti confermano questa strana osservazione.

Perché è quasi incredibile che la velocità della luce sia costante, anche se le misure dimostrano che le cose stanno proprio così? Prendiamo due osservatori O and Ω (si pronuncia 'omega') che si muovono a velocità relativa $v$, come par esempio due automobili su corsie opposte della strada. Immaginiamo che nel momento in cui si incrociano un lampo di luce venga emesso da una fonte nel punto O. Il lampo di luce si muove lungo le posizioni $x(t)$ per l'osservatore O e lungo le posizioni $\xi(\tau)$ (pronuncia 'xi di tau') per Ω. Poichè la velocità della luce è la stessa per entrambi, troviamo

$$\frac{x}{t} = c = \frac{\xi}{\tau} \,. \tag{4}$$

Nella situazione descritta è ovvio che $x \neq \xi$. In altre parole, la costanza della velocità della luce comporta che $t \neq \tau$, cioè, che *il tempo è differente per osservatori in moto relativo tra di loro*. Quindi il tempo non è unico. Questo risultato sorprendente, che è stato confermato da molti esperimenti, fu dedotto per la prima volta da Albert Einstein nel 1905. Sebbene a molti altri fosse nota l'invarianza di $c$, solo il giovane Einstein ebbe il coraggio di affermare che il tempo dipende dall'osservatore e ne esplorò le conseguenze. Facciamo lo stesso ora.

Sfida 13 f
Ref. 17

Aggiungiamo una nota. La velocità della luce è una velocità limite. Si sottindende che nessuno oggetto si muove più veloce della velocità della luce *nel vuoto*. Muoversi più velocemente della velocità della luce nella materia è possibile, perché in materia, la luce spesso si muove più lentamente che nel vuoto. Se una tale particella molto veloce si muove in materia e se possiede una carica, emette la cosidetta *radiazione di Vavilov–Čerenkov*. Essa corrisponde all'onda a forma di V creata da una barca a motore nell'acqua o all'onda a forma di cono creata da un aereo quando vola più velocemente del suono. La radiazione di Vavilov–Čerenkov si osserva frequentemente; per esempio essa è la causa della luminescenza blu dell'acqua dei reattori nucleari. Incidentalmente, la velocità della luce nella materia può essere molto bassa: si stima che nel centro del Sole la velocità della luce sia soltanto di circa 10 km/year = 0.3 mm/s, ed anche in laboratorio, in alcuni materiali, è stata trovata essere solamente 0.3 m/s. Nel prosieguo del testo, quando parleremo di 'velocità della luce', ci riferiremo sempre alla velocità della luce nel vuoto. La velocità della luce nell'aria è un pò inferiore a quella nel vuoto di una piccola percentuale, così che in molti casi, la differenza tra aria e vuoto può essere trascurata.

Ref. 20, Ref. 21

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

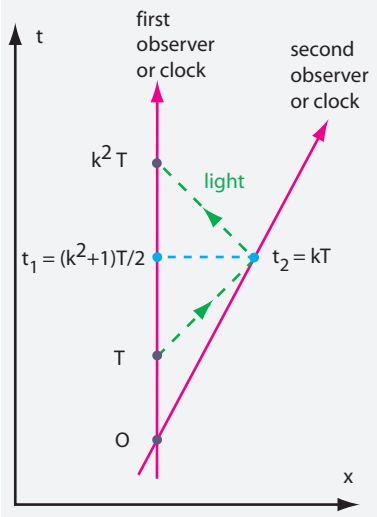



FIGURA 8 Un disegno che contiene gran parte della relatività speciale

## La relatività speciale in poche righe

La velocità della luce è invariante e costante per tutti gli osservatori. Possiamo quindi
Ref. 22 dedurre tutte le relazioni tra ciò che viene misurato da due osservatori con l'aiuto della figura 8. Essa mostra 2 osservatori che si muovono a velocità costante uno verso l'altro nello spazio-tempo, con il primo che manda un segnale luminoso al secondo che lo rimanda indietro al primo. Poiché la velocità della luce è costante, la luce è l'unico mezzo per confrontare le coordinate spazio-temporali di due osservatori distanti tra loro. Due orologi distanti (così come due metri distanti) possono essere confrontati, o sincronizzati, usando la luce o un impulso radio. Poiché la velocità della luce è costante ed invariante, tutti i percorsi della luce nella stessa direzione sono paralleli, come visibile nel diagramma.

Una velocità relativa costante tra i due osservatori implica che un fattore costante $k$ mette in relazione tra loro le coordinate temporali degli eventi. (Perché tale relazione è
Sfida 14 n lineare?). Se un impulso luminoso parte nell'istante $T$ misurato dal primo osservatore, esso giunge al secondo osservatore all'istante $kT$ e quindi ritorna al primo osservatore
Sfida 15 n al tempo $k^2T$. La figura dimostra che

$$k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \text{o} \quad \frac{v}{c} = \frac{k^2-1}{k^2+1} \,. \tag{5}$$

Pag. 24 Questo fattore apparirà ancora nell'effetto Doppler.

La figura dimostra anche che la coordinata temporale $t_1$ assegnata dal primo osservatore nel momento in cui la luce viene riflessa è differente dalla coordinata $t_2$ assegnata dal secondo osservatore. Il tempo è realmente differente per i due osservatori in moto relativo. La figura 9 illustra il risultato.

* Neppure con le attuali misure precise al $2 \cdot 10^{-13}$ possiamo rilevare variazioni della velocità della luce

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

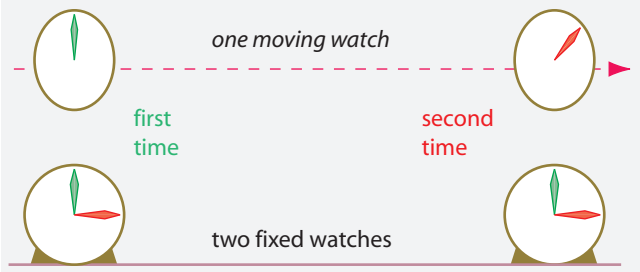



FIGURA 9 Gli orologi in moto rallentano: gli orologi in movimento segnano il tempo più lentamente di quelli in quiete

Il *fattore di dilatazione temporale* tra le coordinate dei due tempi si trova nella figura 8 comparando i valori $t_1$ e $t_2$; esso è dato da

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(v) \,. \tag{6}$$

Gli intervalli di tempo per un osservatore in moto sono *più brevi* di questo fattore $\gamma$; il fattore di dilatazione temporale è sempre maggiore di 1. In altre parole, *gli orologi che si muovono sono più lenti*. Alle velocità comuni l'effetto è però minimo. Questo è il motivo per cui non ci accorgiamo delle differenze del tempo nella vita di tutti i giorni. Ciò nonostante, la fisica galileiana non risulta corretta per velocità prossime a quelle della luce. Lo stesso fattore $\gamma$ appare anche nella formula $E = \gamma mc^2$, che dedurremo più sotto. Le espressioni (5) o la (6) sono le uniche formule matematiche necessarie nella relatività speciale: tutti gli altri risultati derivano da queste.

Sfida 16 f

Se un impulso luminoso viene inviato dal secondo osservatore e riflesso indietro, egli giungerà alla stessa conclusione: per lui, il primo orologio è in moto e quindi anche per lui l'orologio in moto segna il tempo più lentamente. *Ciascuno degli osservatori nota che l'altro orologio segna il tempo più lentamente.* La situazione è simile a quella di due uomini che confrontano i gradini di due scale identiche che non sono parallele. L'uomo su ciascuna scala osserverà sempre che i gradini dell'*altra* scala sono più corti. Per un altra analogie, prendiamo come esempio due persone che si allontanano l'una dall'altra: ciascuna di loro vedrà che l'altra diventa sempre più piccola man mano che si allontana.

Naturalmente, molti studiosi hanno tentato di evitare la strana conclusione che il tempo differisce da osservatore ad osservatore. Fino ad ora nessuno ha avuto successo; i dati sperimentali confermano che il tempo è relativo, cioè diverso per ogni osservatore. Vediamo alcuni di questi esperimenti.

## Accelerazione della luce ed effetto Doppler

È possibile accelerare la luce? Dipende da cosa si intende. La più parte dei fisici sono degli snob e dicono che ogni specchio accelera la luce, perché ne cambia la direzione. Vedremo nel capitolo sull'elettromagnetismo che la materia ha anche la capacità di *piegare* la luce e, quindi, di accelerarla. Comunque, vedremo che tutti questi metodi possono

Ref. 11 variando quella dell'osservatore.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Pag. ?? solo cambiare la *direzione* della propagazione; nulla ha il potere di cambiare la *grandezza* della velocità della luce nel vuoto. In breve, la luce è un esempio di moto che non può
Sfida 17 n essere frenato o fermato. Vi sono solo pochi altri esempi di questo tipo. Può citarne uno?

Cosa succederebbe se potessimo accelerare la luce? Affinché questo fosse possibile, la luce dovrebbe essere fatta di particelle dotate di *massa*. Se la luce avesse una massa, sarebbe necessario distinguere la 'velocità di energia priva di massa' $c$ dalla velocità della luce $c_L$, che sarebbe inferiore e che dipenderebbe dall'energia cinetica delle immaginari particelle di luce dotate di massa. La velocità della luce non sarebbe invariante ma lo sarebbe la velocità di energia priva di massa. Le particelle di luce con massa potrebbero essere catturate, fermate e rinchiuse in una scatola. Queste scatole renderebbero inutile l'illuminazione elettrica; sarebbe sufficiente catturare qualche raggio di luce di giorno e rilasciare la luce, lentamente, durante la notte seguente, magari dopo averle dato una spintarella.*

I fisici hanno fatto esperimenti dettagliati per determinare se la luce ha una massa. Le osservazioni moderne hanno permesso di stabilire che se le particelle di luce hanno una
Ref. 23, Ref. 24 massa essa è inferiore a $1.3 \cdot 10^{-52}$ kg con esperimenti condotti sulla terra ed inferiore a$4 \cdot 10^{-62}$ kg con studi astronomici (che sono leggermente meno convincenti). In altre parole, la luce non è pesante, la luce è proprio leggera.

Ma cosa succede quando la luce colpisce uno specchio *in moto*? Se la velocità della luce non può cambiare, qualcos'altro lo deve. La situazione è simile a quella di una sorgente di luce in movimento rispetto al ricevente: l'osservatore ricevente osserverà una luce di *colore differente* da quello osservato dalla sorgente. Questo effetto viene chiamato *effetto Doppler*. Christian Doppler** fu il primo a studiare lo spostamento della frequenza nel caso di onde sonore – il ben noto cambiamento del tono del fischio di due treni uno in avvicinamento ed uno in allontanamento – ed estese il concetto alle onde luminose. Come vedremo in seguito, la luce è (anche) un'onda, ed il suo colore è determinato dalla sua frequenza, ovvero, dalla sua lunghezza d'onda $\lambda$. Così come si modifica il tono del fischio del treno, Doppler comprese che una fonte di luce in movimento fa sì che il ricevente veda luce di colore differsa da quella emessa alla fonte. Semplice geometria, e
Sfida 18 f la conservazione del numero dei massimi e dei minimi, portano al risultato

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_s} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}(1 - \frac{v}{c}\cos\theta_r) = \gamma\,(1 - \frac{v}{c}\cos\theta_r)\,. \tag{7}$$

Le variabili $v$ e $\theta_r$ in questa espressione sono definite nella figura 10. La luce proveniente da una sorgente in avvicinamento è quindi spostata verso il blu, mentre la luce proveniente da una sorgente in allontanamento è spostata verso il rosso.

* Incidentalmente, se la luce avesse una massa avrebbe anche una polarizzazione *longitudinale*. Questo è in contrasto con le osservazioni che provano la luce è polarizzata esclusivamente *trasversalmente* alla direzione di propagazione.

** Christian Andreas Doppler (n. 1803 Salzburg, m. 1853 Venezia), fu un fisico austriaco. Studiò l'effetto che porta il suo nome sia per il suono che per la luce. Già nel 1842 predisse (correttamente) che un giorno saremmo stati capaci di usare il suo effetto per misurare il moto delle stelle lontane guardando i loro colori.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

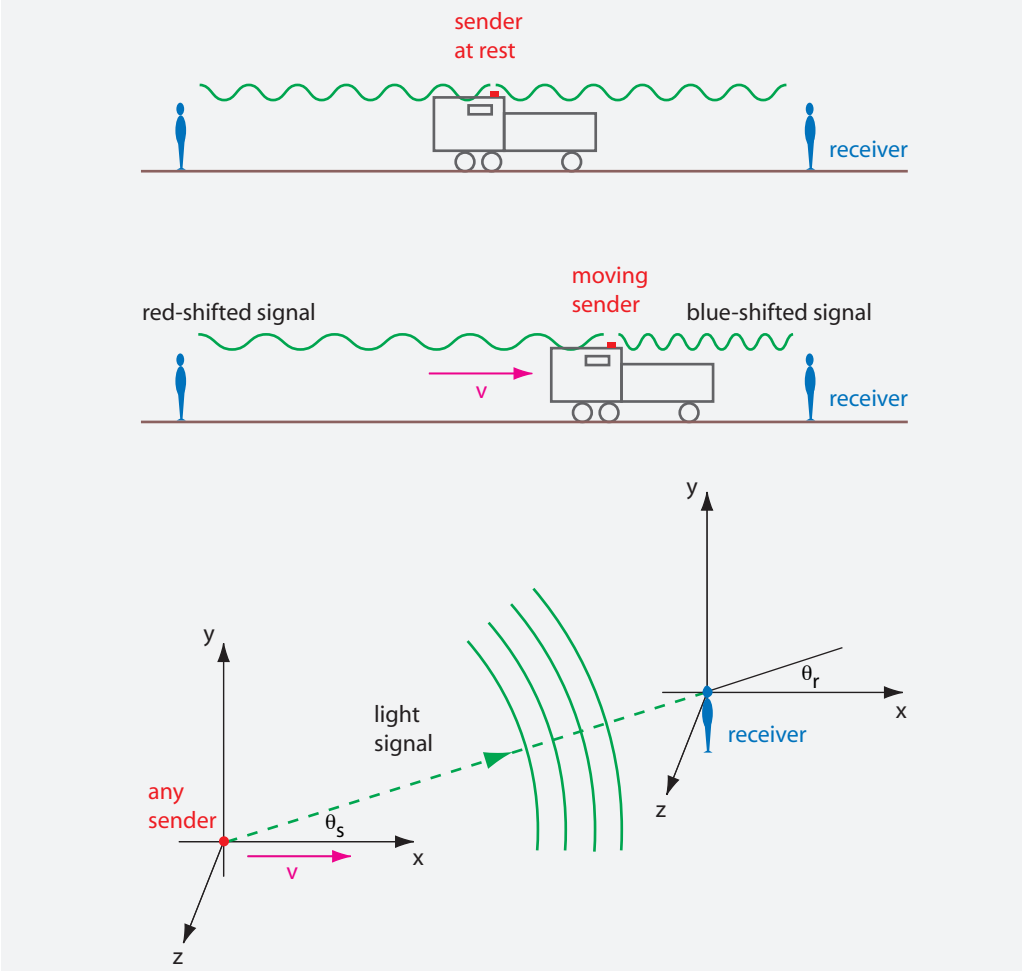



FIGURA 10 Sistema per l'osservazione dell'effetto Doppler in una ed in tre dimensioni: le onde emesse da una fonte in avvicinamento arrivano con una frequenza maggiore ed una lunghezza d'onda più corta rispetto alle onde emesse da una fonte in allontanamento

La prima osservazione dell'effetto Doppler per la luce fu fatta da Johannes Stark* nel 1905, che studiò la luce emessa da atomi in moto. Tutti i successivi esperimenti confermarono lo spostamento del colore (colour shift) calcolato entro i limiti di errore previsti; la prova più recente è risultata in accordo fino a due parti per milione. Ref. 25

Diversamente dalle onde sonore, uno spostamento del colore viene anche osservato quando il moto è *trasversale* rispetto al segnale luminoso. Quindi, una sbarra di colore giallo in moto rapido attraverso il campo visivo avrà un bordo blu d'ingresso ed un

* Johannes Stark (1874–1957), scoprì nel 1905 l'effetto Doppler ottico nei raggi canale e nel 1913 la divisione delle linee spettrali nei campi elettrici, oggi detto *effetto Stark*. Per queste due scoperte ricevette il premio Nobel per la fisica nel 1919. Lasciò l'insegnamento del 1922 ed in seguito divenne un acceso nazionalsocialista. Membro del NSDAP dal 1930 in poi, divenne noto per aver criticato aspramente, per motivi ideologici, le dichiarazioni delle genti contro la purezza della razza; fu quindi giustamente disprezzato dalla comunità accademica mondiale.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

bordo rosso di uscita quando si avvicina all'osservatore. I colori derivano da una combinazione dello spostamento Doppler longitudinale (di primo ordine) e uno spostamento Doppler trasversale (di secondo ordine). Per un particolare angolo $\theta_{\text{unshifted}}$ i colori saranno uguali. (Come cambia la lunghezza d'onda nel caso puramente trasversale? Qual'è
Sfida 19 n l'espressione per $\theta_{\text{unshifted}}$ in termini di $v$?)

Lo spostamento del colore è usato in molte applicazioni. Quasi tutti i corpi solidi sono come specchi per le onde radio. Molti edifici hanno porte che si aprono automaticamente quando ci si avvicina. Un piccolo sensore al di sopra della porta rileva l'avvicinamento di una persona. Ciò viene solitamente ottenuto misurando l'effetto Doppler di onde radio emesse dal sensore e riflesse dalla persona che si sta avvicinando. (Vedremo in seguito
Pag. ?? che le onde radio e la luce sono manifestazioni dello stesso fenomeno.) Così le porte si aprono quando ci si avvicina ad esse. Anche i radar della polizia usano l'effetto Doppler, in questo caso per misurare la velocità delle automobili.*

L'effetto Doppler permette anche di misurare la velocità della fonte della luce. Infatti viene utilizzato comunemente per misurare la velocità delle stelle lontane. In questi casi, lo spostamento Doppler è spesso caratterizzato dal numero $z$ di *spostamento verso il rosso*, definito con l'aiuto della lunghezza d'onda $\lambda$ o della frequenza $f$ da

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_S}{f_R} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \,. \tag{8}$$

Sfida 21 n Può immaginare come viene determinato il numero $z$? I valori tipici di $z$ per le sorgenti luminose nel cielo vanno da $-0.1$ a 3.5, ma sono anche stati trovati valori di 10 ed oltre.
Sfida 22 n Può calcolare le velocità corrispondenti? Come possono essere così elevate?

Riassumendo, ogni volta che si cerca di cambiare la *velocità* della luce, si riesce solo a modificare il suo *colore*. Questo è l'effetto Doppler. In poche parole, l'accelerazione della luce provoca una variazione del suo colore. Questa connessione ci porta a un quesito: sap-
Pag. ?? piamo dalla fisica classica che quando la luce passa vicina ad una massa voluminosa, ad
Sfida 23 n esempio una stella, viene piegata. Questa piegatura implica uno spostamento Doppler?

## La differenza tra la luce ed il suono

L'effetto Doppler per la luce è molto più fondamentale dell'effetto Doppler per il suono. Anche se non fosse ancora noto che la velocità della luce è invariante, l'effetto Doppler da solo *prova* che il tempo è differente per osservatori in moto relativo. Perché? Il tempo è quello che noi leggiamo sui nostri orologi. Al fine di determinare se due orologi sono sincronizzati, dobbiamo *guardarli* entrambi. Detto in altre parole, dobbiamo usare dei
Ref. 26 segnali luminosi per sincronizzare gli orologi. Ora, ogni cambiamento del colore della luce in moto da un osservatore ad un altro comporta necessariamente che i loro orologi misurino un tempo differente e che quindi il tempo sia *differente* per ciascuno di loro. Un altro modo di descrivere questo fatto è notare che anche la fonte di luce è un orologio – che segna il tempo molto rapidamente. Così se due osservatori vedono colori differenti dalla stessa fonte, essi misurano un numero differente di oscillazioni dello stesso orologio. In altre parole, il tempo è differente per gli osservatori in moto relativo. Infatti, l'equazio-

Sfida 20 n * A quale velocità la luce rossa di un semaforo apparirebbe verde?

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

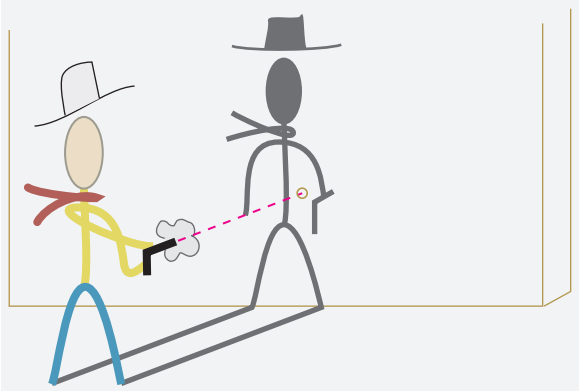


FIGURA 11 Lucky Luke

ne (5) comporta che l'intera relatività può essere dedotta dall'effetto Doppler della luce. (Può confermare che la connessione tra la dipendenza dall'osservatore della frequenza e quella del tempo viene meno nel caso dell'effetto Doppler per il *suono*?).

Sfida 24 n

Perché il comportamento della luce porta alla relatività speciale, mentre quello del suono nell'aria no? La risposta è che la luce è un limite per il moto dell'energia. L'esperienza ci mostra: vi sono aeroplani supersonici, ma non vi sono razzi che viaggiano più velocemente della luce. In altre parole il limite $v \leqslant c$ è valido solo se $c$ è la velocità della luce, non se $c$ è la velocità del suono nell'aria.

Però vi è almeno un sistema in natura in cui la velocità del suono è veramente una velocità limite per l'energia: la velocità del suono rappresenta la velocità limite per il moto di *dislocazioni* nei solidi cristallini. (Discuteremo questi dettagli in seguito). Perciò la teoria della relatività speciale è valida anche per le dislocazioni, se la velocità della luce è sostituita ogni volta dalla velocità del suono! Le dislocazioni obbediscono alle trasformazioni di Lorentz, mostrano contrazione della lunghezza ed obbediscono alla famosa formula dell'energia $E = \gamma mc^2$. In tutti questi casi la velocità del suono gioca lo stesso ruolo per le dislocazioni di quello della velocità della luce nei sistemi di fisica generale.

Pag. ??

Ref. 27

Dal momento che la relatività speciale si basa sul fatto che nulla può muoversi più velocemente della luce, dobbiamo controllare la correttezza di questo fatto con molta accuratezza.

## SI PUÒ SPARARE PIÙ VELOCEMENTE DELLA PROPRIA OMBRA?

> « Quid celerius umbra?*

Affinché Lucky Luke possa compiere la prodezza mostrata nella figura 11, il suo proiettile dovrebbe muoversi più velocemente della luce. (E la sua mano?) Al fine di imitare Lucky Luke, dobbiamo prendere la maggiore quantità di energia possibile, prendendola direttamente da una stazione elettrica, ed accelerare i proiettili più leggeri che possono essere maneggiati: gli elettroni. Questo esperimento viene compiuto quotidianamente negli acceleratori di particelle come il Large Electron Positron ring, il LEP, di 27 km di

Sfida 25 f

* 'Cosa c'è più veloce dell'ombra?' Questa frase si legge spesso sulle meridiane.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

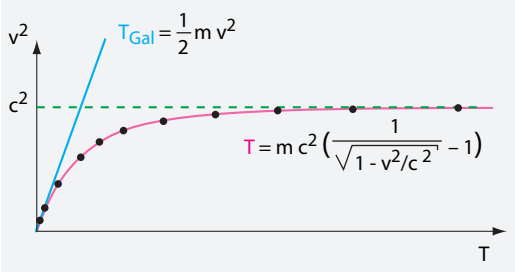



FIGURA 12 Valori sperimentali (punti) della velocità $v$ di un elettrone come funzione della sua energia cinetica $T$, e il confronto con la predizione della fisica galileiana (in blu) e quella della relatività speciale (in rosso)

circonferenza, che si trova parte in Francia e parte in Svizzera, nei pressi di Ginevra. Lì, 40 MW di potenza elettrica (la stessa quantità usata in una piccola città) vennero utilizzati durante molti anni per accelerare elettroni e positroni ad energie superiori a 16 nJ (104.5 GeV) e poi venne misurata la loro velocità. Il risultato è riportato nella figura 12: anche con questi mezzi impressionanti è impossibile far viaggiare gli elettroni più rapidamente della luce. (Può immaginare un modo per misurare l'energia e la velocità separatamente?) La relazione velocità–energia mostrata nella figura 12 è una conseguenza diretta della velocità massima e viene dedotta più avanti. Queste e molte altre oservazioni dimostrano, dunque, che vi è una velocità limite per gli oggetti. I corpi (e la radiazione) non possono muoversi a velocità maggiori della velocità della luce.* La precisione della meccanica galileiana è stata considerata completa per più di tre secoli, così che nessuno ha mai pensato di sottoporla ad esperimento; ma quando finalmente qualcuno lo ha fatto, come nella figura 12, è si scoprì che era sbagliata.

Ref. 28

Sfida 26 f

Pag. 57

Le persone più infelici per l'esistenza di questo limite di velocità sono gli ingegneri informatici: se il limite di velocità fosse più alto, sarebbe possibile fare microprocessori più veloci e quindi computer più veloci; questo permetterebbe, per esempio, progressi più rapidi nella costruzione di computer che comprendono il linguaggio umano.

L'esistenza di una velocità limite contraddice la meccanica gallileiana. Infatti, per velocità vicine a quelle della luce, diciamo intorno a 15 000 km/s o più, l'espressione $mv^2/2$ *non è equivalente* all'energia cinetica $T$ di una particella. Queste elevate velocità sono piuttosto comuni: molte famiglie ne hanno un esempio proprio in casa loro. Basta calcolare la velocità degli elettroni all'interno di un televisore, usando che il trasformatore al suo interno produce 30 kV.

Sfida 27 n

La constatazione che la velocità della luce è una velocità *limite* per gli oggetti è facilmente deducibile come conseguenza della sua *invarianza*. I corpi che risultano in quiete in un sistema di riferimento ovviamente si muovono più lentamente della luce in quel sistema. Ora, se qualcosa si muove più lentamente di qualcos'altro per *un* osservatore, lo farà anche per tutti gli altri osservatori. (Provare ad immaginare un mondo in cui

* Vi sono persone che continuano a rifiutare questi risultati, così come anche la conseguente teoria della relatività. Ogni fisico dovrebbe provare la gioia, almeno una volta nella vita, di conversare con uno di questi personaggi. (Stranamente, non vi è nessuna donna tra di loro). Questo si può fare, per esempio, via Internet, nel newsgroup sci.physics.relativity. Vedi anche il sito www.crank.net I crackpots sono molto persone stranamente affaschinanti, soprattutto dal momento che puntualizzano l'importanza della *precisione* del linguaggio e del ragionamento, che tutti loro, senza eccezioni, rifiutano. L'incontro con alcuni di essi ha fornito l'ispirazione per questo capitolo.

Ref. 29

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

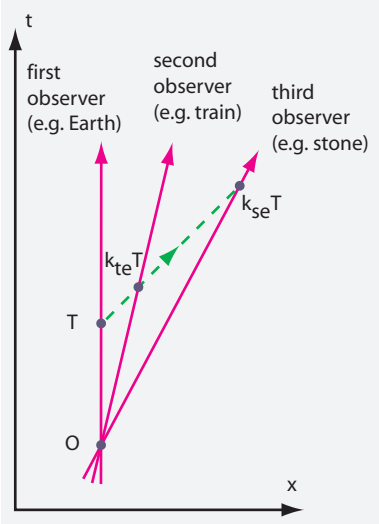



FIGURA 13 Come calcolare la composizione delle velocità

Sfida 28 d non fosse così è interessante: accadrebbero cose molto divertenti, come oggetti che entrano dentro altri). Poichè la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori, nessun oggetto può muoversi più velocemente della luce.

Concludiamo quindi che la velocità massima è quella raggiunta da entità *prive di massa*. Le onde elettromagnetiche, inclusa la luce, sono le uniche entità conosciute che possono viaggiare alla velocità massima. Si ritiene che le onde gravitazionali possano raggiungere la massima velocità, ma ciò non è ancora stato osservato. Sebbene la velocità dei neutrini non possa essere sperimentalmente distinta dalla velocità massima, recenti Ref. 30 osservazioni mostrano che essi hanno massa, anche se di valore molto piccolo.

Se esiste un fenomeno la cui velocità è la velocità limite per un osservatore, questo Sfida 29 f limite di velocità è necessariamente lo stesso per tutti gli osservatori. È generalmente Sfida 30 r valida in natura il nesso tra l'essere un limite e l'essere invariante?

## La composizione delle velocità

Se la velocità della luce è un limite, nessun tentativo di superarla può avere successo. Questo implica che quando due velocità sono composte, come quando una persona lancia un sasso mentre corre, i valori non possono essere semplicemente sommati. Immaginiamo un treno che stia viaggiando alla velocità $v_{te}$ relativa alla Terra, e che una persona tiri un sasso all'interno del treno, nella stessa direzione, con velocità $v_{st}$ relativa al treno. Solitamente assumiamo come evidente che la velocità della pietra relativa alla Terra è data da $v_{se} = v_{st} + v_{te}$. In realtà, sia il ragionamento che la misura mostrano un risultato differente.

Pag. 21 L'esistenza di una velocità massima, vedi figura 13, comporta che il fattore $k$ deve soddisfare $k_{se} = k_{st}k_{te}$.* Quindi basta inserire la relazione (5) tra ogni fattore $k$ e la rispettiva

* Prendendo il logaritmo (naturale) di questa equazione si può definire una quantità, la *rapidità*, che misura la velocità ed è additiva.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Sfida 31 f velocità per trovare

$$v_{se} = \frac{v_{st} + v_{te}}{1 + v_{st}v_{te}/c^2} \,. \tag{9}$$

Sfida 32 f Questa è la cosiddetta *formula composta della velocità*. Il risultato non è mai maggiore di $c$ ed è sempre più piccolo della mera somma delle velocità.* L'espressione (9) è stata con-
Pag. 56, pag. ?? fermata dai milioni di casi nei quali è stata controllata. Può verificare che l'espressione si riduce, con grande precisione, alla somma pura per ogni valore di velocità della vita
Ref. 24 quotidiana.

## Osservatori e principio della relatività speciale

La relatività speciale si basa su un semplice principio:

▷ *La velocità massima di trasporto dell'energia è la stessa per tutti gli osservatori.*

Ref. 32 O, come Hendrik Lorentz** amava dire, il suo equivalente:

▷ *La velocità v di un sistema fisico è vincolato da*

$$v \leqslant c \tag{10}$$

*per tutti gli osservatori, dove c è la velocità della luce.*

Questa indipendenza della velocità della luce dagli osservatori fu misurata con grande
Ref. 33 precisione per la prima volta da Michelson e Morley*** 1887, e poi negli anni seguenti. L'invarianza è stata confermata in tutti i successivi esperimenti; la misura più precisa oggi disponibile, dovuta a Stephan Schiller ed al suo gruppo, raggiunse una precisione
Ref. 34 di $10^{-14}$ ed è mostrata nella figura 14.

In più, la relatività speciale è stata confermata da molti esperimenti eseguiti addirittura *prima* che fosse formulata. Ognuno può averne conferma a casa propria; il modo per
Pag. ?? ottenere questa conferma è spiegato della sezione sull'elettrodinamica.

Ref. 31 * Si può anche derivare la trasformazione di Lorentz direttamente da questa formula.

** Hendrik Antoon Lorentz (n. 1853 Arnhem, m. 1928 Haarlem) fu, insieme con Boltzmann e Kelvin, uno dei più importanti fisici del suo tempo. Egli dedusse le cosiddette trasformazioni di Lorentz e la contrazione di Lorentz dalle equazioni di Maxwell per il campo elettromagnetico. Egli fu il primo a capire, molto prima che la teoria dei quanti confermasse l'idea, che le equazioni di Maxwell per il vuoto descrivono anche la materia e tutte le sue proprietà, se vengono incluse le propietà degli elettroni che contiene. Egli dimostrò questo nesso per la dispersione della luce, per l'effetto Zeeman, per l'effetto Hall e per l'effetto Faraday. Diede anche la corretta descrizione della forza di Lorentz. Nel 1902, ricevette il premio Nobel per la fisica insieme a Pieter Zeeman. A parte la fisica, egli fu attivo nella internazionalizzazione delle collaborazioni scientifiche. Fu anche centrale per la creazione delle più grandi costruzioni dell'uomo sulla terra: i polder nel Zuyder Zee.

*** Albert Abraham Michelson (n. 1852 Strelno, m. 1931 Pasadena), fisico prussiano–polacco–statunitense, fu premiato con il Nobel per la fisica nel 1907. Michelson chiamò l'apparecchio da lui usato *interferometro*, termine in uso ancora oggi. Edward William Morley (1838–1923), chimico statunitense, fu amico e collaboratore di Michelson per lungo tempo.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

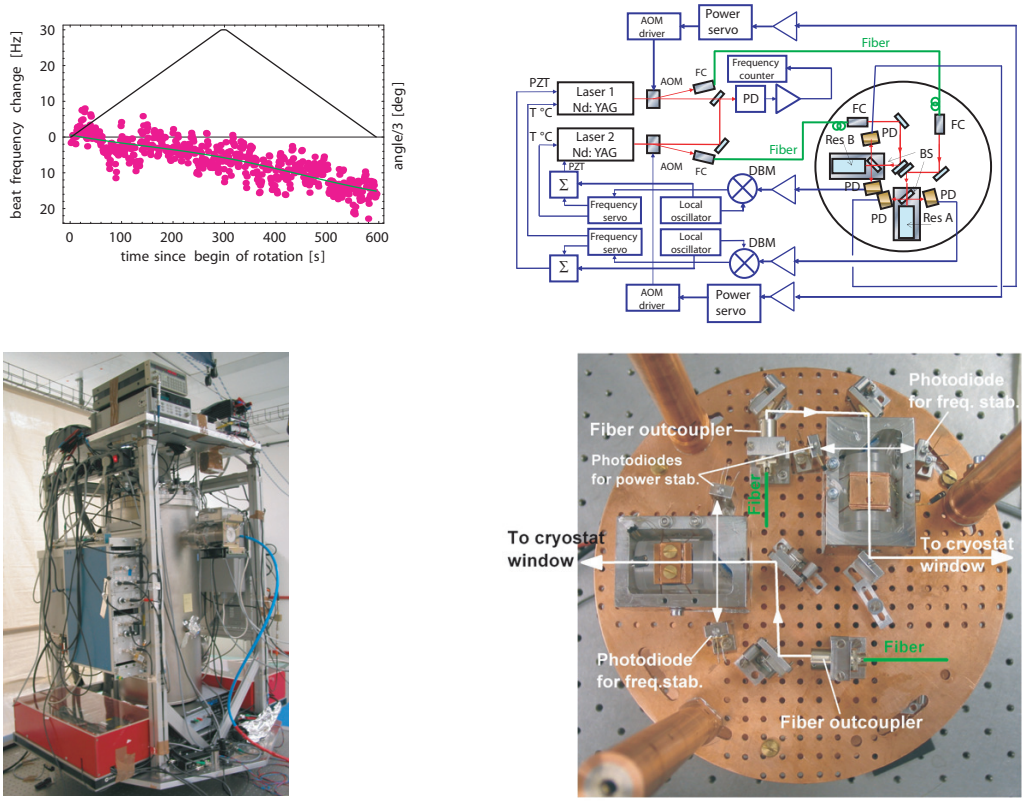



FIGURA 14 Il risultato, gli schemi e l'impostazione del criostato del più preciso esperimento di Michelson–Morley fino ad oggi effettuato (© Stephan Schiller)

L'esistenza di un limite di velocità ha numerose conseguenze interessanti. Per esplorarle, lasciamo il resto della fisica galileiana intatta.* L'invarianza e la proprietà limite della velocità della luce comportano:

— In una stanza chiusa e in moto inerziale non vi è modo di determinare qual'è la velocità della stanza.
— Non vi è alcuna nozione di quiete assoluta (o di spazio assoluto o di lunghezza assoluta): la quiete (come lo spazio o la lunghezza) è un concetto che dipende dall'oservatore.**
— Il tempo dipende dall'osservatore; il tempo non è assoluto, ma relativo.

Pag. ??

* Questo punto è essenziale. Per esempio, la fisica galileiana stabilisce che solo il moto *relativo* è fisico. La fisica galileiana esclude anche varie opzioni matematicamente possibili per ottenere una velocità della luce costante, ma che vengono contraddetta dalla vita di ogni giorno.

Ref. 16

Il lavoro originale di Einstein del 1905 parte da due principi: la costanza della velocità della luce e l'equivalenza, o *relatività*, di tutti gli osservatori inerziali. Quest'ultimo principio era già stato osservato nel 1632 da Galileo; solo la costanza della velocità della luce era un dato nuovo. Nonostante ciò, la nuova teoria fu chiamata da Poincaré usando il nome del principio più vecchio, invece di chiamarla 'teoria dell'invarianza', come Einstein avrebbe preferito.

Sfida 33 n

** Può fornire un argomento che porta a questa deduzione?

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

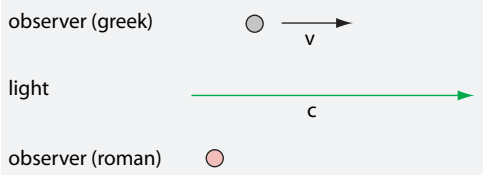



FIGURA 15 Due osservatori inerziali ed un raggio di luce

Conclusioni più specifiche possono essere ottenute quando sono realizzate due condizioni addizionali. Primo, studiamo situazioni dove la gravitazione può essere trascurata. (Se così non è, dobbiamo usare la relatività *generale* per descrivere il sistema). Secondo, assumiamo che i dati riguardanti gli oggetti che studiamo – velocità, posizione, ecc. – possono essere desunti senza disturbare il sistema. (Nel caso contrario, dobbiamo usare la *teoria dei quanti* per descrivere il sistema).

Or possiamo dedurre il modo *preciso* con cui i diversi intervalli di tempo e le diverse lunghezze misurate da due osservatori sono tra loro correlate. Però dobbiamo fare un altro piccolo passo. Partiamo da una situazione dove non interviene nessuna interazione. In altre parole, partiamo dalla *cinematica relativistica* di corpi in moto non perturbato.

Se un oggetto non perturbato viene osservato mentre viaggia lungo una linea retta a velocità costante (o se lo osserviamo in quiete), l'osservatore può essere definito *inerziale* e le coordinate usate dall'osservatore un *sistema inerziale di riferimento*. Ogni osservatore inerziale è egli stesso in moto non perturbato. Osservatori inerziali (o sistemi) – in *due dimensioni* – sono quelli, ad esempio, che si muovono su una superficie ghiacciata priva di attrito o su un pavimento tirato a cera all'interno di un treno o di una nave che si muove senza scossoni; un esempio completo – cioè con tutte e *tre* le dimensioni spaziali – è dato da un cosmonauta che viaggia nella sua navicella spaziale col motore spento. Gli osservatori inerziali non sono, per la verità, così comuni come quelli non inerziali. Può confermarlo? Gli osservatori inerziali sono però i più semplici e formano un gruppo speciale:

Sfida 34 f

— Due osservatori inerziali si muovono a velocità costante relativa (fintanto che non interviene la gravità, come abbiamo assunto precedentemente).
— Tutti gli osservatori inerziali sono equivalenti: essi descrivono il mondo con le stesse equazioni. Poichè questo fatto implica la perdita di uno spazio e di un tempo assoluti, fu chiamato *principio di relatività* da Henri Poincarè. Comunque, *l'essenza* della relatività speciale è l'esistenza di una velocità limite.

Per vedere come cambiano gli intervalli da un osservatore inerziale all'altro, consideriamone uno, che chiamiamo Romano, che usa le coordinate $x$, $y$, $z$ e $t$, ed uno, che chiamiamo Greco, che usa le coordinate $\xi$, $\upsilon$, $\zeta$ e $\tau$,* e che si muovono con velocità relativa $\mathbf{v}$. Gli assi vengono scelti in modo che la velocità relativa viene inscritta sull'asse $x$. La costanza della velocità della luce in ogni direzione per ciascuno dei due osservatori significa che per il moto della luce le coordinate differenziali sono correlate da

$$0 = (c\mathrm{d}t)^2 - (\mathrm{d}x)^2 - (\mathrm{d}y)^2 - (\mathrm{d}z)^2 = (c\mathrm{d}\tau)^2 - (\mathrm{d}\xi)^2 - (\mathrm{d}\upsilon)^2 - (\mathrm{d}\zeta)^2 \,. \qquad (11)$$

* Queste lettere si leggono 'csi', 'upsilon', 'zeta' e 'tau'. I nomi, le correspondenze e le pronunce di tutte le lettere greche sono spiegate nell'appendice ??.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

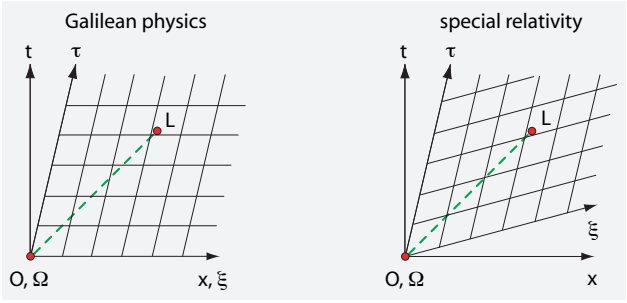



FIGURA 16 Diagrammi spazio-temporali della luce visti da due osservatori che usano le coordinate $(t, x)$ e $(\tau, \xi)$

Assumimao che una lampada in quiete rispetto all'osservatore Greco, quindi con $d\xi = 0$, produce due lampi di luce separati da un intervallo di tempo $d\tau$. Per l'osservatore Romano, la lampada di luce si muove con velocità $v$, così che $dx = v dt$. Inserendo tutto ciò nella precedente espressione ed assumendo linearità e indipendenza di di velocità di direzione per il caso generale, scopriamo che gli intervalli sono posti in relazione da

Sfida 35 f

$$\begin{aligned} dt &= \gamma(d\tau + v d\xi/c^2) = \frac{d\tau + v d\xi/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{with} \quad v = dx/dt \\ dx &= \gamma(d\xi + v d\tau) = \frac{d\xi + v d\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ dy &= dv \\ dz &= d\zeta \quad . \end{aligned} \tag{12}$$

Questa espressione mostra come sono posti in relazione gli intervalli di lunghezza e tempo misurati da differenti osservatori. A velocità relative $v$ che sono piccole comparate a quelle della luce, come capita nella vita di tutti i giorni, gli intervalli di tempo sono essenzialmente uguali; il *fattore stretch* o *correzione relativistica* o *contrazione relativistica* $\gamma$ è quindi in pratica uguale a 1. Invece, per velocità *prossime* a quelle della luce, le misure dei due osservatori danno valori differenti. In questi casi, spazio e tempo si *mescolano* come mostrato nella figura 16.

L'espressione (12) è strana anche sotto un altro aspetto. Quando due osservatori si guardano reciprocamente, ciascuno di loro afferma di misurare intervalli più piccoli dell'altro. In altre parole, la relatività speciale dimostra che l'erba del vicino è sempre più *corta* – se si sta su una bicicletta e se l'erba è inclinata. Approfondiremo questo risultato bizzarro più dettagliatamente tra poco.

Sfida 36 n

Il fattore di stiramento $\gamma$ è uguale ad 1 nella maggior parte dei casi nella vita quotidiana. Il più grande valore che gli uomini hanno mai prodotto è di circa $2 \cdot 10^5$; il massimo valore osservato in natura è di circa $10^{12}$. Può immaginare in quali casi si presentano?

Sfida 37 n

Ora che sappiamo come cambiano gli *intervalli* di tempo e di spazio, possiamo facilmente dedurre come cambiano le *coordinate*. Le figure 15 e 16 mostrano che la coordinata $x$ di un evento L è la somma di due intervalli: la coordinata $\xi$ e la lunghezza della distanza

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

tra le due origini. In altre parole, abbiamo

$$\xi = \gamma(x - vt) \quad \text{and} \quad v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \,. \tag{13}$$

Usando l'invarianza dell'intervallo spazio-temporale, avremo

$$\tau = \gamma(t - xv/c^2) \,. \tag{14}$$

Henri Poincaré chiamò queste due relazioni le *trasformazioni di Lorentz dello spazio e del tempo* in onore del fisico olandese Hendrik Antoon Lorentz che le scoprì.* In una delle più belle scoperte della fisica, nel 1892 e nel 1904, Lorentz dedusse tali relazioni dalle equazioni dell'elettrodinamica, dove erano, per così dire, nascoste, in attesa di essere scoperte, fin dal 1865.** In quesgli anni James Clerk Maxwell pubblicò le equazioni che descrivono ogni cosa nell'elettromagnetismo. Fu però Einstein a capire per primo che $t$ e $\tau$, così come pure $x$ e $\xi$, sono ugualmente importanti e quindi ugualmente valide nella descrizione dello spazio e del tempo.

Ref. 35
Pag. ??

La trasformazione di Lorentz descrive il cambiamento dal punto di vista di un primo sistema inerziale verso quello di un secondo. Questo cambio di punto di vista è detto *boost* (di Lorentz). Le formule (13) e (14) per il boost sono fondamentali nella teoria della relatività, sia speciale che generale. La matematica della relatività speciale non diventa più difficile; chi sa cos'è una radice quadrata, può studiare la relatività speciale in tutta la sua bellezza.

Sono state esplorate molte formule alternative per i boost, ad esempio espressioni in cui viene inclusa l'accelerazione relativa dei due osservatori, così come le loro relative velocità. Però, tuttle le alternative dovettero essere eliminate, dopo aver comparato le previsioni con i risultati sperimentali. Prima di dare un'occhiata a questi esperimenti, continuiamo con alcune deduzioni logiche derivate dalle relazioni boost.

Ref. 36

## Che cos'è lo spazio-tempo?

> Von Stund'an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewaren.***
>
> Hermann Minkowski.

Le trasformazioni di Lorentz ci dicono qualcosa d'importante: lo spazio ed il tempo sono due aspetti della stessa basilare entità. Essi 'si mescolano' in modi differenti per differenti osservatori. Questo fatto viene solitamente espresso dicendo che il tempo è la *quarta dimensione*. Ciò fa senso perché la comune entità di base – chiamata *spazio-tempo* – può

* Per informazioni riguardo Hendrik Antoon Lorentz, vedi pagina 31.

** La stessa scoperta fu pubblicata per la prima volta nel 1887 dal fisico tedesco Woldemar Voigt (1850–1919); Voigt – si pronuncia 'Foogt' – fu anche lo scopritore dell'effetto Voigt e del tensore di Voigt. Indipendentemente, nel 1889, l'irlandese George F. Fitzgerald trovò questo stesso risultato.

*** 'D'ora in poi lo spazio in sè ed il tempo in sè si dissolveranno completamente nelle loro ombre e soltanto una specie di unione dei due preserverà la loro autonomia.' Questa famosa dichiarazione fu l'incipit della relazione che Minkowski tenne nel 1908 durante il meeting della Gesellschaft für Naturforscher und Ärzte.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

essere definita come l'insieme di tutti gli eventi, eventi che saranno descritti da quattro coordinate nel tempo e nello spazio e perché la serie di tutti gli eventi ha le proprietà di una varietà.* (Può confermare questo?)

Sfida 38 n

In altre parole, l'esistenza di una velocità massima in natura ci induce ad introdurre una varietà spazio-temporale per la descrizione della natura. Nella teoria della relatività speciale, la varietà spazio-temporale è caratterizzata da una proprietà semplice: l'*intervallo spazio-temporale* d$i$ tra due eventi vicini, definiti come

Ref. 37

$$\mathrm{d}i^2 = c^2\mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2 = c^2\mathrm{d}t^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) \,, \tag{15}$$

è independente dall'osservatore (inerziale). Questo tipo di spazio-tempo è anche chiamato spazio-tempo di Minkowski, da Hermann Minkowski,** che fu maestro di Albert Einstein; egli fu il primo, nel 1904, ad introdurre il concetto di spazio-tempo ed a comprenderne l'utilità e l'importanza.

L'intervallo spazio-temporale d$i$ dell'equazione (15) ha un'interpretazione semplice. È il tempo misurato da un osservatore che si muove dall'evento $(t, x)$ verso l'evento $(t + \mathrm{d}t, x + \mathrm{d}x)$, il cosiddetto *tempo proprio*, moltiplicato per $c$. Se trascuriamo il fattore $c$, possiamo semplicemente chiamarlo il *tempo dell'orologio da polso*.

Noi *viviamo* in uno spazio-tempo di Minkowski, per così dire. Lo spazio-tempo di Minkowski esiste indipendentemente do ogni oggetto. E anche se il sistema di coordinate può essere differente da osservatore a osservatore, la sottostante entità, lo spazio-tempo, è comunque *unica*, anche se spazio e tempo di per sé non lo sono.

In cosa differisce lo spazio-tempo di Minkowski dallo spazio-tempo galileiano, la combinazione di spazio-tempo che osserviamo tutti i giorni? Entrambi sono varietà, cioè una continua serie di punti, entrambi hanno una dimensione temporale e tre spaziali, ed entrambe le varietà hanno la topologia di una sfera bucata. (Può confermare ciò?) Entrambe le varietà sono piane, cioè, con curvatura nulla. In entrambi i casi, lo spazio è ciò che viene misurato con un metro regolare o con un taggio di luce, ed il tempo è ciò che leggiamo negli orologi. In entrambi i casi, lo spazio-tempo è fondamentale; esso è e rimane lo *sfondo* ed il *contenitore* delle cose e degli eventi.

Sfida 39 n

La differenza fondamentale, di fatto l'unica differenza, è che lo spazio-tempo di Minkowski, a differenza di quello galileiano, *mescola* spazio e tempo e, in particolare, lo fa differentemente per osservatori che si muovono a velocità differenti, come mostrato nella figura 16. Questo è il motivo per cui il tempo e lo spazio sono concetti dipendenti dall'osservatore.

Il tempo è la quarta dimensione; esso espande lo spazio a spazio-tempo e quindi 'completa' lo spazio-tempo. Questa è l'importanza della quarta dimensione nella relatività speciale, nè più nè meno.

Perciò, l'esistenza di una velocità massima in natura ci obbliga a descrivere il moto in termini di spazio-tempo. Questo è interessante perché nello spazio-tempo, detto in termini semplici, *il moto non esiste*. Il moto esiste solo nello spazio. Nello spazio-tempo nulla

Pag. ??

* Il termine 'varietà' è definito nell'appendice ??.

** Hermann Minkowski (1864–1909), fu un matematico tedesco. Egli concepì idee simili a quelle di Einstein, ma quest'ultimo un pò prima. Minkowski in seguito sviluppò il concetto di spazio-tempo. Minkowski morì improvvisamente all'età di 44 anni.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

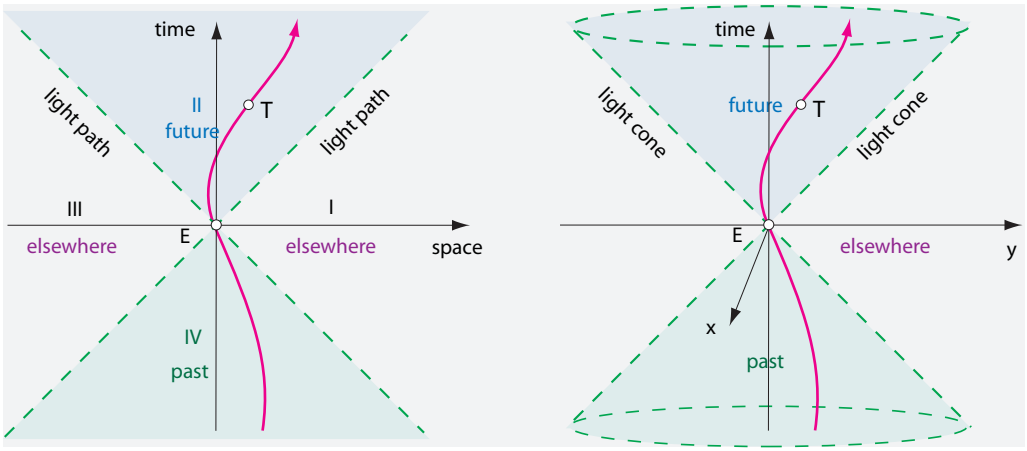



FIGURA 17 Un diagramma spazio-temporale per un oggetto T in moto visto da un osservatore inerziale O nel caso di una e due dimensioni spaziali; la pendenza della curva in un dato punto dà la velocità di quel punto, ed quindi non è mai più ripida di quella della luce

si muove. Per ogni particella puntiforme, lo spazio-tempo contiene una *linea di universo*. (Vedi la figura 17.) In altre parole, invece di chiederci *perché* il moto esiste, possiamo equivalentemente chiederci perché lo spazio-tempo è attraversato da linee di universo. Ma al punto in cui ci troviamo siamo ancora lontani dal poter rispondere. Quel che possiamo fare è esplorare *come* il moto succede.

## Possiamo viaggiare nel passato? – Tempo e causalità

Sappiamo che il tempo è differente per osservatori differenti. Può, dunque, il tempo ordinare gli eventi in una sequenza? La risposta data dalla relatività è un chiaro 'sì e no'. Certe serie di eventi non sono naturalmente ordinate in base al tempo; altre serie sì. Questo si deduce in modo particolarmente chiaro nel diagramma spazio-temporale, come, per esmpio, la figura 17.

Ovviamente, due eventi possono essere messi in successione solo se uno è *causato* dall'altro. Ma questa relazione può essere applicata solo se la cause può inviare energia (ad esempio attraverso un segnale) all'altro evento. In altre parole, una relazione di causa ed effetto tra due eventi implica che energia o segnali possano viaggiare da un evento all'altro; quindi la velocità che mette in connessione tali due eventi non può mai essere maggiore della velocità della luce. La figura 17 mostra che l'evento E all'origine del sistema di coordinate può essere influenzato solo dagli eventi posti nel quadrante IV (il *cono di luce del passato*, quando sono incluse tutte le dimensioni spaziali), e può esso stesso influenzare solo eventi posti nel quadrante II (cono di luce del futuro). Gli eventi che si trovano nei quadranti I e III non influenzano nè sono influenzati dall'evento E: sarebbero necessari segnali di velocità superiore a quella della luce per permetterlo. Perciò il cono di luce definisce il confine tra eventi che *possono* essere ordinati in base alla loro origine – particolarmente quelli interni al cono – e quelli che *non possono* esserlo – quelli al di fuori del cono, che avvengono *altrove* per tutti gli osservatori. (Alcune persone chiamano tutti gli eventi che avvengono altrove il *presente*.)

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

In poche parole, il tempo mette in sequenza gli eventi solo *parzialmente*. Per esempio per due eventi che non sono connessi causalmente, la loro sequenza temporale (o la loro simultaneità) dipende dall'osservatore!

In particolare, il cono di luce del passato definisce l'insieme completo degli eventi che possono influenzare ciò che avviene all'origine. Si può anche dire che l'origine è *causalmente connessa* solo con il cono di luce del passato. Questo stato di cose consegue al fatto che ogni interazione comporta trasporto di energia e quindi non può viaggiare più veloce della luce. Notare che la connessione causale è un concetto invariante: tutti gli
Sfida 40 n osservatori concordano se applicarlo o no a due dati eventi. Può confermarlo?

Un vettore all'interno del cono di luce è detto di *tipo tempo*; un vettore sul cono di luce è detto di *tipo luce*; uno al di fuori del cono è detto di *tipo spazio*. Per esempio, la *linea di universo* di un osservatore, cioè la serie di tutti gli eventi che formano la sua storia passata e futura, consiste soltanto di eventi di tipo luce.

La relatività speciale quindi ci insegna che causalità e tempo possono essere definiti *soltanto* perché il cono di luce esiste. Se il trasporto di energia ad una velocità maggiore di quella della luce fosse possibile, il tempo non potrebbe essere definito. La causalità, cioè, la possibilità di ordinare (parzialmente) eventi per tutti gli osservatori, è dovuta all'esistenza di una velocità massima.

Se la velocità della luce potesse essere superata in una qualche maniera, il futuro po-
Sfida 41 n trebbe influenzare il passato. Può confermarlo? In queste situazioni, si potrebbero osservare effetti *acausali*. C'è, però un fenomeno quotidiano che ci dice che la velocità della luce è veramente la massima velocità raggiungibile: la nostra memoria. Se il futuro potesse influenzare il passato, noi saremmo capaci di *ricordare* anche il futuro. Per dirla in un'altra maniera, se il futuro potesse influenzare il passato, il secondo principio della termodinamica non sarebbe valido e la nostra memoria non funzionerebbe. * Non esistono dati di alcun tipo che diano evidenza del fatto che il futuro può influenzare il passato. In altre parole, *viaggiare nel passato è impossibile*. Come questa situazione cambi nella teoria dei quanti sarà rivelato più tardi. Sorprendentemente, il viaggio nel futuro *è* possibile, come vedremo tra poco.

## CURIOSITÀ DELLA RELATIVITÀ SPECIALE

Cominciamo con un rompicapo che aiuta a chiarire alcuni concetti. Visti da un osservatore posto su un'isola, due fulmini cadono simultaneamente: uno colpisce l'isola ed un altro colpisce il mare aperto molte chilometri dalla costa. Un secondo osservatore è un pilota che viaggia su un aereo a velocità relativistica che per caso vola esattamenta sopra l'isola. Dal punto di vista del pilota, quale fulmine colpisce per primo?

Per il pilota, il fulmine distante, quello che colpisce il mare, colpisce per primo. Ma questa è una domanda trabocchetto: sebbene sia quello che colpisce per primo, il fulmine distante viene osservato dal pilota colpire *dopo* quello che colpisce l'isola, perché

* Un altro risultato in materia sta gradualmente diventando conosciuto. Anche se lo spazio-tempo avesse una forma non triviale, per esempio una topologia cilindrica con curve di tipo tempo chiuse, non si sarebbe in grado di viaggiare nel passato, in contrasto con quello che suggeriscono numerose storie di fantascienza.
Ref. 38 Questo risultato è stato chiarito da Stephen Blau. in un recente lavoro.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

il fulmine che colpisce lontano impiega più tempo per raggiungerlo. Il pilota può, però, compensare la propagazione della luce e quindi dedurre che il fulmine distante colpisce per primo.

Sfida 42 f

Ora esploriamo alcune altre conseguenze della relatività speciale.

## Più veloce della luce: quanto lontano possiamo viaggiare?

Quanto lontano dalla Terra possiamo viaggiare, considerando che il viaggio non deve essere più lungo di un'intera vita, diciamo 80 anni, e considerando che si può usare un razzo che si avvicina quanto più desideriamo alla velocità della luce? Dato il tempo $t$ che siamo preparati a trascorrere in un razzo, data la velocità $v$ del razzo ed assumendo ottimisticamente che può accelerare e rallentare in brevissimo tempo, la distanza $d$ che possiamo percorrere è data da

Sfida 43 f

$$d = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \,. \tag{16}$$

La distanza $d$ è maggiore di $ct$ per $v > 0.71c$, e, se $v$ è scelta abbastanza grande, essa aumenta oltre ogni limite! In altre parole, la relatività *non* pone limiti alla distanza che possiamo percorrere durante l'intera vita, e neppure alla distanza che possiamo percorrere in un solo secondo. Possiamo, in via teorica, vagare per l'intero universo in meno di un secondo. (Discuteremo il problema del propellente più in avanti.)

Per i viaggi in astronave fa senso introdurre il concetto di *velocità propria* $w$, definita come

$$w = d/t = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\, v \,. \tag{17}$$

Come abbiamo appena visto, la velocità propria *non* è limitata dalla velocità della luce; infatti la velocità propria della luce stessa è infinita.*

## Sincronizzazione e viaggi nel tempo – può una madre rimanere più giovane della propria figlia?

L'esistenza di una velocità massima comporta il fatto che il tempo è differente per osservatori differenti che si muovono gli uni rispetto agli altri. Perciò dobbiamo fare attenzione a come sincronizziamo orologi lontani tra loro, anche se essi sono in quiete reciproca in un sistema di riferimento inerziale. Per esempio, prendiamo due orologi simili che mostrano lo stesso tempo. Se portiamo uno dei due orologi con noi in passeggiata, quando saremo ritornati al punto di partenza essi mostreranno tempi differenti. Questo esperimento è stato eseguito numerose volte ed ha sempre confermato pienamente le previsioni della relatività speciale. La differenza di tempo per una persona o un orologio che fa il

Ref. 40, Ref. 41

---

* Usando la velocità propria, la relazione data nell'equazione (9) per la sovrapposizione di due velocità $\mathbf{w}_a = \gamma_a \mathbf{v}_a$ e $\mathbf{w}_b = \gamma_b \mathbf{v}_b$ viene semplificata a

Sfida 44 f

$$w_{s\parallel} = \gamma_a \gamma_b (v_a + v_{b\parallel}) \quad \text{and} \quad w_{s\perp} = w_{b\perp} \,, \tag{18}$$

dove i segni $\parallel$ e $\perp$ indicano il componente nella direzione di e il componente perpendicolare a $\mathbf{v}_a$, rispettivamente. In effetti possiamo descrivere tutta la relatività in termini di quantità 'proprie'

Ref. 39

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

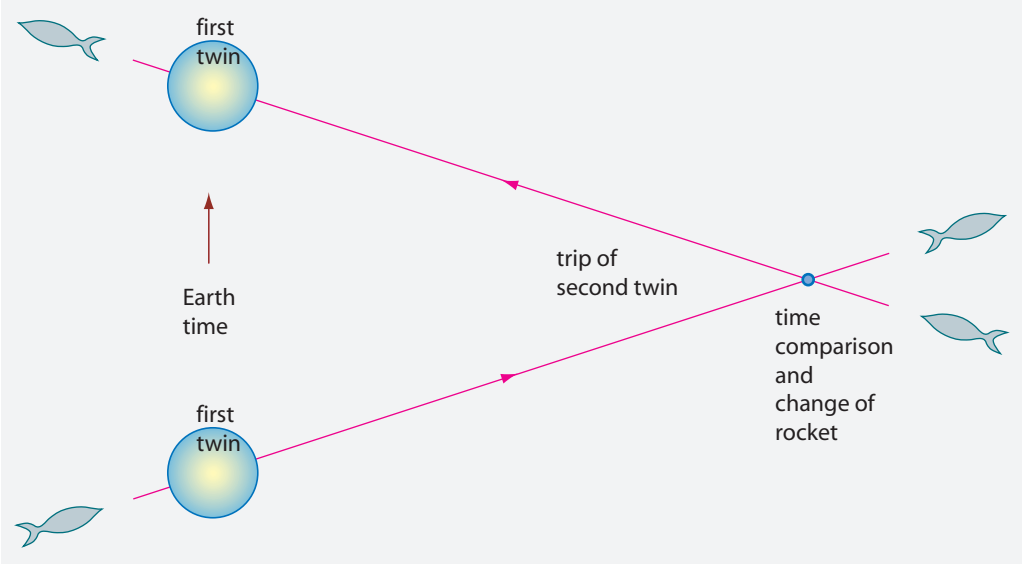



FIGURA 18 Il paradosso dei gemelli

giro della Terra viaggiando in aeroplano, alla velocità di circa 900 km/h, è dell'ordine di 100 ns – veramente di piccola entità per la vita di tutti i giorni. Il ritardo viene facilmente calcolato dalla formula

$$\frac{t}{t'} = \gamma \,. \tag{19}$$

Anche i corpi umani sono orologi; essi mostrano il tempo trascorso, cioè l'*età*, con i vari cambiamenti della loro forma, peso, colore dei capelli, etc. Se una persona parte per un lungo viaggio a velocità elevata, al suo ritorno avrà un'età *inferiore* a quella di un'altra persona che è rimasta ferma a casa sua (inerziale).

L'esempio più famoso è rappresentato dal noto *paradosso dei gemelli* (o *paradosso degli orologi*). Un gemello avventuroso salta su un razzo relativistico che lascia la Terra e viaggia per molti anni. Molto lontano dalla terra, salta su un altro razzo relativistico e ritorna sulla Terra. Il viaggio è illustrato nella figura 18. Al suo arrivo, egli nota che suo fratello gemello, rimasto sulla Terra, è molto più vecchio di lui. Anche questo fatto è
Ref. 42 stato confermato in molti esperimenti. Poi spiegare questo risultato, ed in particolare la simmetria tra i due fratelli?

La relatività speciale, quindi, conferma, in modo affascinante e sorprendente, la ben nota osservazione che che coloro che viaggiano molto rimangono più giovani. Il prezzo da pagare per rimanere giovani, comunque, è che ogni cosa intorno a noi cambia molto, ma molto più velocemente che rimanendo in quiete con l'ambiente.

Il paradosso dei gemelli può anche essere visto come una conferma della possibilità di viaggiare nel futuro. Con l'aiuto di un razzo velocissimo che ritorna al punto di partenza, possiamo arrivare in un tempo locale che non avremmo potuto mai raggiungere nella nostra vita restando fermi a casa. Vale a dire, noi non possiamo *mai* ritornare nel

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

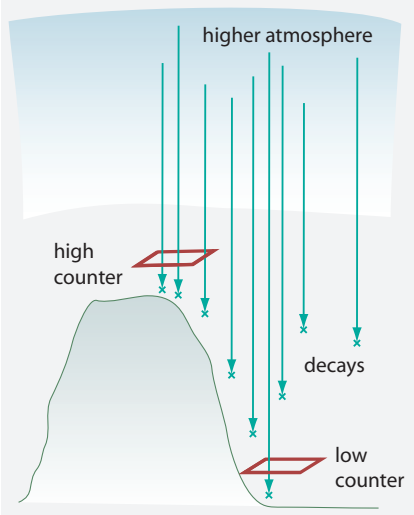



FIGURA 19 Un numero maggiore di muoni rispetto a quello atteso arriva a terra perché viaggiare ad alta velocità li mantiene giovani

passato.*

Uno degli esperimenti più semplici che conferma il prolungarsi della giovinezza di coloro che viaggiano a velocità elevata è il conteggio dei muoni. I muoni sono particelle che si formano continuamente nella parte superiore dell'atmosfera per azione della *ra-*
Pag. ??
*diazione cosmica*. I muoni in *quiete* (rispetto all'orologio che effettua la misura) hanno un'emivita di 2.2 µs (o, alla velocità della luce, 660 m). Dopo questo tempo, la metà dei muoni è decaduta. L'emivita può essere misurata usando un semplice di muoni. Per di più, esistono speciali contatori che contano soltanto muoni che viaggiano ad una certa velocità, diciamo tra $0,9950c$ e $0,9954c$. Ora si può sistemare uno di questi contatori speciali in cima d'una montagna ed un'altro nella valle sottostante, come mostrato nella figura 19. Quando questo esperimento fu eseguito per la prima volta, la differenza di al-
Ref. 44
tezza era di 1, 9 km. Per volare per 1, 9 km attraverso l'atmosfera alla velocità menzionata ci vogliono circa 6, 4 µs. Con l'emivita appena considerata, un semplice calcolo dimostra che soltanto il 13% dei muoni osservati in cima alla montagna dovrebbe arrivare in fondo
Sfida 45 n
alla valle. Invece, l'esperimento mostra che arrivano a fondo valle l'82% dei muoni. Il motivo di questa discrepanza risiede nella dilatazione relativistica del tempo. Infatti, alla velocità menzionata, *per i muoni* il tempo impiegato dalla cima della montagna al fondo valle è di soli 0.62 µs. Questo tempo è più breve del tempo misurato dagli osservatori. Dunque il tempo dei muoni implica una perdita di muoni molto inferiore del caso in cui non vi fosse la dilatazione temporale; per di più, la percentuale misurata conferma il valore del fattore di dilatazione temporale predetto $\gamma$ entro il limite dell'errore sperimentale,
Sfida 46 n
come tutti possono confermare. Un effetto simile si osserva quando i muoni relativistici vengono prodotti negli acceleratori.

Ref. 43
* Vi sono diversi libri dedicati al viaggio nel tempo, come quello ottimo di Nahin. Notare che il concetto di viaggio nel tempo deve essere definito molto chiaramente; altrimenti non vi è risposta da dare all'impiegato che chiama la sua sedia dell'ufficio dove lavora, una machina del tempo, solo perché sedervisi gli permette di arrivare nel futuro.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

L'allungamento dell'emivita è stato riscontrato anche in molti altri sistemi che decadono, ad esempio nei pioni, negli atomi di idrogeno, negli atomi di neon e in vari altri nuclei atomici. Tutti confermano le predizioni della relatività speciale. Poiché tutti corpi in natura sono fatti di particelle, l'effetto giovinezza delle alte velocità (chiamata anche *dilatazione temporale*) si può applicare ai corpi di qualsiasi dimensione; infatti è stato osservato non solo per particelle, ma anche per vari laser, per trasmittenti radio e per
Ref. 24 orologi.

Se il moto provoca una dilatazione del tempo, un orologio posto all'Equatore che gira continuamente intorno alla Terra, dovrebbe andare più lentamente di uno posto ai po-
Ref. 45 li. Questa predizione, che fu fatta dallo stesso Einstein, però è sbagliata. L'accelerazione centrifuga conduce a una riduzione della accelerazione gravitazionale che cancella esattamente l'aumento dovuto alla velocità. Questo aneddoto serve a ricordare che bisogna essere molto cauti quando si applica la relatività speciale in situazioni che coinvolgono la gravità. La relatività speciale è applicabile solo nello spazio-tempo piatto, non quando è presente la gravitazione.

In sostanza, una madre *può* rimanere più giovane di sua figlia. Possiamo anche concludere che non possiamo (semplicemente) sincronizzare due orologi in quiete l'uno rispetto all'altro semplicemente camminando, orologio in mano, da un posto all'altro. Il
Sfida 47 n modo corretto per farlo è scambiarsi un segnale luminoso. Può dire come? La definizione precisa della sincronizzazione è necessaria: ci serve per poter chiamare *simultanei* due eventi distanti. Naturalmente, la relatività speciale dimostra che la simultaneità dipende dall'osservatore. Questo è confermato da tutti gli esperimenti eseguiti fino ad oggi.

Il desiderio della madre di restare più givane della figlia però non è facilmente risolvibile. Proviamo ad immaginare una mamma che viene accelerata in una navicella spaziale che parte dalla Terra con $10\,\mathrm{m/s^2}$ per dieci anni, poi rallenta con $10\,\mathrm{m/s^2}$ per altri 10 anni, quindi accelera per ulteriori dieci anni verso la Terra ed infine decelera per altri dieci anni ed atterra gentilmente sul nostro pianeta. Questa mamma ha effettuato un viaggio di 40 anni ed è arrivata fino a 22 000 anni luce di distanza dalla Terra. Al suo ritorno sulla Terra sono passati 44 000 anni. Tutto questo sembra come sperato, finché non ci rendiamo conto che la quantità necessaria di carburante, anche per il più efficiente motore immaginabile, è così grande che la massa che ritorna dal viaggio è soltanto di una
Sfida 48 f parte su $2 \cdot 10^{19}$ della massa che è partita. Una tale quantità di carburante non esiste sulla Terra.

## Contrazione della lunghezza

La lunghezza di un oggetto misurata da un osservatore solidale con l'oggetto è detta lunghezza propria. Secondo la relatività speciale, la lunghezza misurata da un'osservatore inerziale in movimento è sempre più piccola della lunghezza propria. Questo risultato
Sfida 49 f emerge direttamente dalle trasformazioni di Lorentz.

Per una Ferrari che viaggia 300 km/h o 83 m/s, la lunghezza è contratta di 0, 15 pm: meno del diametro di un protone. Vista dal Sole, la Terra si muove a 30 km/s; questo dà una contrazione della sua lunghezza di 6 cm.* Nessuno di questi effetti è mai stato misurato – ma effetti più grandi potrebbero esserlo. Vediamo di esaminare alcuni esempi.

Sfida 50 n * Può essere misurato il valore della contrazione della Terra?

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

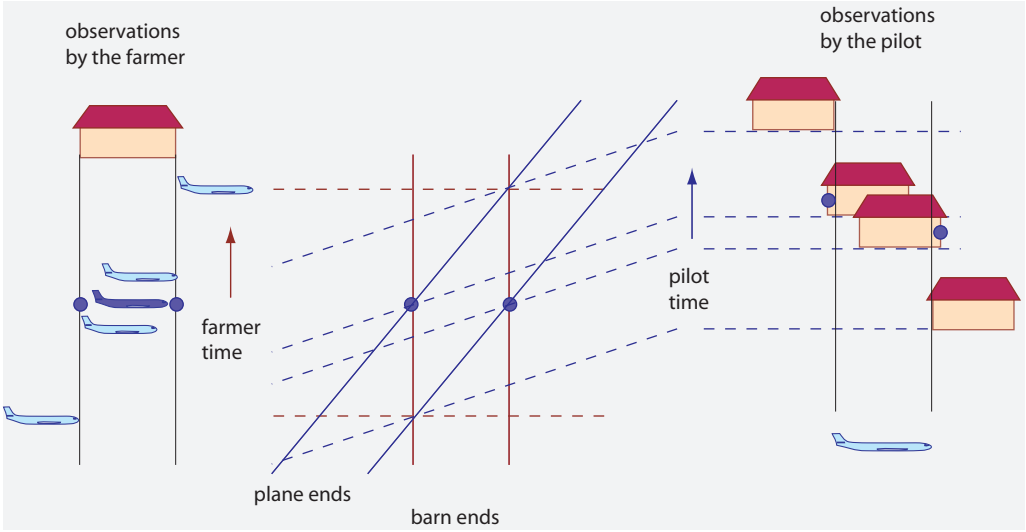



FIGURA 20 Le osservazioni del pilota e del proprietario del fienile

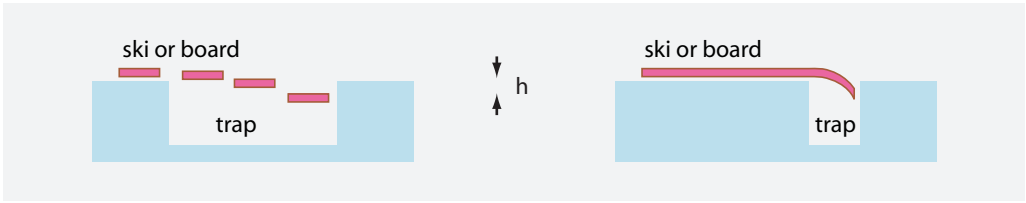



FIGURA 21 L'osservazione di chi ha scavato la buca e quella dello snowboarder, come (ingannevolmente) pubblicato in letteratura

Immaginiamo un pilota che viaggia attraverso un fienile con due porte, una posta all'ingresso e una all'uscita. L'aereo è poco più lungo del fienile, ma si muove così velocemente che la sua lunghezza contratta è inferiore alla lunghezza del fienile. Può il contadino chiudere il fienile (almeno per un istante) con l'aereo completamente all'interno? La risposta è positiva. Ma perché il pilota non può dire che il fienile risulta contratto e quindi l'aereo non può stare nel suo interno? La risposta viene mostrata nella figura 20. Per il contadino, le porte si chiudono (e si riaprono) nello stesso momento. Per il pilota non è così. Per il contadino, il pilota è al buio per un breve tempo; per il pilota il fienile non è mai buio. (Questo non è completamente vero: può chiarire i dettagli?). Sfida 51 n

Ora esploriamo alcune varianti del caso generale. Può uno snowboarder molto veloce cadere in un buco più corto della sua tavola? Immaginiamolo così veloce che il fattore di contrazione della lunghezza $\gamma$ sia 4. Per un osservatore solidale con il terreno, lo snowboard è quattro volte più piccolo e quando passa sopra al buco, ci cade dentro. Invece, per lo sciatore, è il buco che è quattro volte più piccolo; si direbbe che lo snowboard non possa caderci dentro.

Un'analisi più dettagliata mostra che, in contrasto con l'osservazione di chi ha scavato il buco, lo sciatore non rileva la forma dello snowboard come detto: mentre passa sulla buca, lo sciatore osserva che la tavola assume una forma a parabola e cade dentro al buco, Ref. 46

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

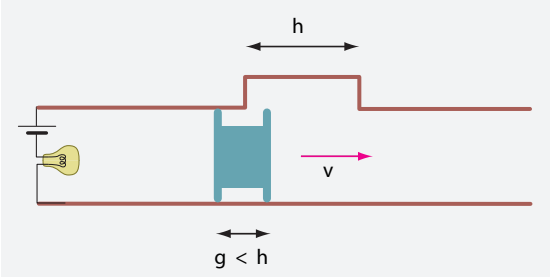



FIGURA 22 Riuscirà il conducente a tenere accesa la luce a grande velocità?

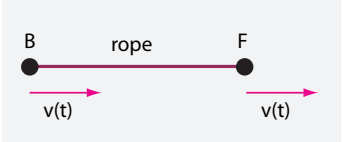



FIGURA 23 Cosa succede con la fune?

Sfida 52 f come mostrato nella figura 21. Può confermare il fatto? In altre parole, la forma non è un concetto invariante rispetto all'osservatore. (Comunque, la rigidità *è* invariante rispetto
Sfida 53 n all'osservatore, se definito propriamente; può confermarlo?)

Questa spiegazione, sebbene sia stata pubblicata, non è corretta, come Harald van Lin-
Ref. 47 tel e Christian Gruber hanno puntualizzato. Non bisogna dimenticare di considerare la dimensione dell'effetto. A velocità relativistiche il tempo richiede di prendere in considerazione, riguardo al buco, l'intero spessore della tavola. Lo sciatore vede la tavola assumere una forma parabolica solo nel caso in cui sia sottilissima e flessibilissima. Per le tavole normali che si muovono a velocità relativistiche, lo snowboard non ha tempo sufficiente
Sfida 54 f per cadere lungo una altezza $h$ misurabile o per piegarsi dentro al buco prima di oltrepassarlo. La figura 21 è così esagerata da essere sbagliata. L'atleta passa semplicemente sopra al buco.

I paradossi riguardanti la contrazione della lunghezza diventano più interessanti nel
Ref. 48 caso di un carrello conduttore che determina un contatto elettrico tra due rotaie, come mostrato nella figura 22. Le due rotaie sono parallele, ma una di esse presenta una deviazione, più lunga del carrello. Può dire se la lampadina connessa in serie rimane accesa se
Sfida 55 n il carrello si muove lungo le rotaie a velocità relativistica? (Semplifica e considera, non realisticamente, che la corrente elettrica fluisce in ogni istante in cui il carrello tocca le rotaie). Ottieni lo stesso risultato per tutti gli osservatori? E cosa accade quando il carrello è più lungo del deviazione della rotaia? O quando si avvicina alla lampada dall'altro lato della deviazione? (Attenzione: questo problema dà origine a discussioni molto *intense*!) Cosa c'è di irrealistico in questo esperimento?

Ref. 49 Un altro esempio di contrazione della lunghezza si ha quando due oggetti, per esempio due automobili, sono connesse per tutta la distanza $d$ che le separa da una fune, come mostrato nella figura 23. Immaginiamo che entrambe siano ferme al tempo $t = 0$ e che vengano accelerate contemporaneamente nella stessa direzione. L'osservatore in quiete noterà che le due auto rimangono sempe alla stessa distanza. D'altra parte, la fune deve colmare la distanza $d' = d/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ e quindi deve allungarsi quando le due auto accelerano. In altre parole, la corda si romperà. Questa predizione viene confermata dagli
Sfida 56 n osservatori su entrambe le auto?

Un esempio divertente – ma un pò irrealistico – di contrazione delle lunghezze è
Ref. 50 quello del sottomarino che si muove orizzontalmente in immersione. Immaginiamo che prima di muoversi, il sottomarino fermo si sia bilanciato in modo da non scendere né

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

emergere. Ora immaginiamo che il sottomarino si muova (possibilmente a velocità relativistica). Il capitano osserva che l'acqua intorno a lui subisce la contrazione di Lorentz; quindi l'acqua sarà più densa; dunque conclude che il sottomarino emergerà. Un pesce lì vicino vede il sottomarino contrarsi; quindi diventa più denso dell'acqua; dunque il pesce conclude che il sottomarino si immergerà. Chi dei due sbaglia, e qual'è la forza di galleggiamento? In alternativa rispondi a questa domanda: perché è impossibile che un sottomarino si muova a velocità relativistica?

Sfida 57 n
Sfida 58 n

In sostanza, nei corpi macroscopici la contrazione della lunghezza probabilmente non sarà mai essere osservata. Comunque essa gioca un ruolo importante nelle *immagini*.

## Films relativistici – aberrazione ed effetto Doppler

Durante la nostra exporazione abbiam incontrato diversi effetti che cambiano quando osserviamo il nostro vicinato a velocità relativistica. Mettiamoli insieme. Prima di tutto, la contrazione di Lorentz e l'aberrazione portano ad una *distorsione* delle immagini. Secondo, l'aberrazione aumenta l'angolo di visuale oltre i 180 gradi tipici della vita di tutti i giorni. A velocità relativistiche, guardando nella direzione del moto vediamo luce che non viene vista da un osservatore in quiete perché, per quest'ultimo, proviene da dietro. Terzo, l'effetto Doppler produce una *variazione di colore* delle immagini. Quarto, il moto rapido cambia la *luminosità* ed il *contrasto* dell'immagine: il cosiddetto *effetto search-light* (effetto cerca-luce). Ciascuno di questi cambiamenti dipende dalla direzione della visuale e sono illustrati nella figura 25.

I computer moderni ci consentono di simulare le osservazioni fatte da osservatori in moto veloce con qualità fotografica ed anche di simulare dei filmati.* Le immagini della figura 24 sono particolarmente utili per farci capire la distorsione delle immagini. Esse mostrano l'angolo di visuale, il cerchio che distingue gli oggetti di fronte all'osservatore da quelli dietro l'osservatore, le coordinate dei piedi dell'osservatore e il punto sull'orizzonte verso il quale l'osservatore si sta muovendo. Fissando bene in mente questi tre punti mentre guardiamo altre figure e filmati, capiremo meglio cosa essi stanno guardando.

Si nota che l'immagine vista da un osservatore in moto è una versione *distorta* di quella vist da un osservatore fermo nello stesso punto. Un osservatore in moto, ad ogni modo, non vede mai cose diverse rispetto ad uno fermo nello stesso punto. Infatti, i coni di luce sono indipendenti dal moto del osservatore.

Le immagini appena discusse mostrano anche un'altro effetto. La contrazione di Lorentz è misurabile – ma non può essere fotografata. Questo risultatio sorprendente fu scoperto solo nel 1959. Ogni misura comporta simultaneità rispetto alla posizione dell'oggetto, mentre una fotografia comporta simultaneità rispetto alla posizione dell'osservatore. In una fotografia, la contrazione di Lorentz viene modificata dall'effetto dovuto al diverso tempo di viaggio della luce proveniente da parti differenti dell'oggetto; il risultato è un cambiamento della forma che è simile, ma non esattamente uguale, ad una rotazione. La deformazione complessiva è un'aberrazione dipendente dalla direzione. Abbia-

Ref. 51

* Vedi per esempio le immagini ed i filmati in www.anu.edu.au/Physics/Searle di Anthony Searle, in www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~weiskopf/gallery/index.html di Daniel Weiskopf, in www.itp.uni-hannover.de/~dragon/stonehenge/stone1.htm di Norbert Dragon e Nicolai Mokros, o in www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de del gruppo di Hanns Ruder.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

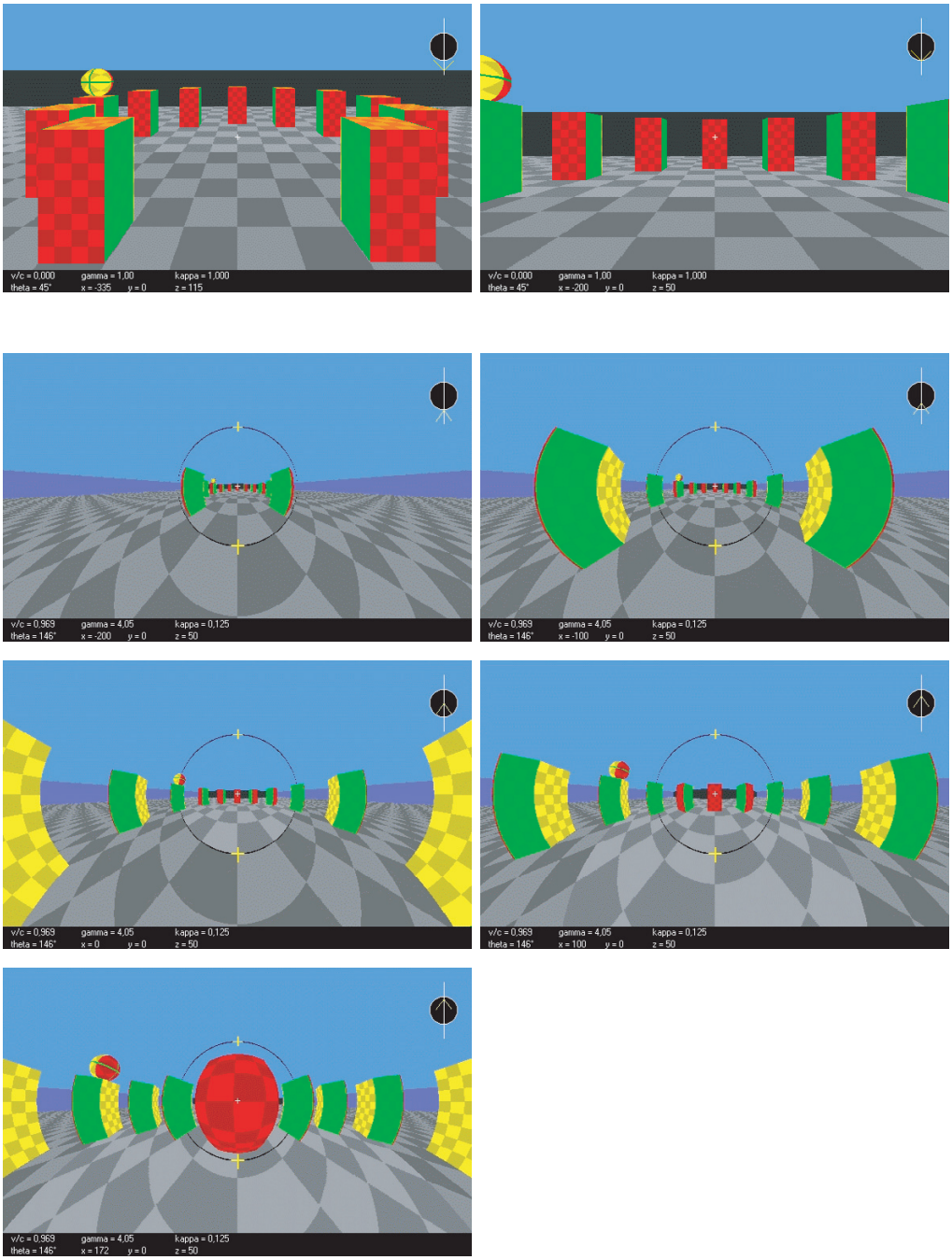



FIGURA 24 Viaggiare tra dodici colonne verticali (vedi le due immagini superiori) a 0.9 volte la velocità della luce come visualizzato da Nicolai Mokros e Norbert Dragon, con l'effetto della velocità e della posizione sulle distorsioni (© Nicolai Mokros)

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010



FIGURA 25 Viaggiare attraverso 3 colonne rette e verticali a 0.9 volte la velocità della luce come visualizzato da Daniel Weiskopf: a sinistra con i colori originali; al centro includendo l'effetto Doppler; a destra includendo l'effetto sulla luminosità, quindi quel che un osservatore dovrebbe vedere (© Daniel Weiskopf)



FIGURA 26 Ciò che osserva un osservatore in quiete ed uno che corre rapidamente lungo un corridoio (ignorando gli effetti sul colore e la luminosità) (© Daniel Weiskopf)

Pag. 15

mo parlato dell'aberrazione dellae posizioni delle stelle all'inizio di questo capitolo. Per un aimmagine, l'aberrazione trasforma cerchi in cerchi: questo tipo di trasformazioni sono chiamate *conformi*. Come risultato, una sfera è vista come sfera anche a velocità relativistiche; in un certo senso, l'aberrazione compensa la contrazione di Lorentz.

L'aberrazione ci porta al *paradosso della collana di perle*. Se il molto relativistico trasforma sfere in sfere, e aste in aste più corte, cosa si osserva quando una collana di perle si muove lungo il suo stesso asse? Sarebbe più corta?

Sfida 59 n

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

## Qual'è il miglior posto a sedere su un autobus?

Ref. 49 Vediamo ora un altro fatto sorprendente della relatività speciale. Immaginiamo due gemelli dentro due automobili identiche in accelerazione, una di fronte all'altra, che partono da fermi al tempo $t = 0$, visti da un osservatore in quiete rispetto ad entrambi (non vi è fune tra le auto). Le due auto contengono la stessa quantità di carburante. Si intuisce che l'accelerazione delle due auto termina, quando la benzina finisce, nello stesso momento secondo il sistema di riferimento dell'osservatore esterno. Inoltre, la distanza tra le due automobili è rimasta la stessa per tutto l'esperimento, per l'osservatore esterno, e le due auto proseguono con velocità identica costante $v$, se consideriamo nullo l'attrito. Se chiamiamo f e b i due eventi in cui i motori si spengono, per le loro coordinate temporali, viste dal sistema esterno, abbiamo semplicemente $t_f = t_b$. Usando le trasformazioni di Lorentz possiamo dedurre per il sistema dei gemelli in moto libero la relazione

Sfida 60 f

$$t_b = \gamma \Delta x \, v/c^2 + t_f \,, \tag{20}$$

che significa che il gemello che sta davanti è *più* vecchio di quello che sta dietro! Quindi, in sistemi accelerati, l'età dipende dalla posizione.

Per scegliere il posto a sedere su un autobus, però, questo risultato non aiuta. È vero che il miglior posto in un autobus in accelerazione è quello dietro, ma quando rallenta alla fine del viaggio il migliore è quello davanti. Alla fine del viaggio la scelta del posto non ha avuto alcuna rilevanza.

È corretto dedurre da questo calcolo che le persone che vivono in alta montagna invecchiano più velocemente delle persone che vivono in valle, così che vivere in una valle rallenta l'ingrigirsi dei cappelli?

Sfida 61 n

## Quanto veloce possiamo camminare?

Camminare significa muovere i piedi in modo tale che almeno uno dei due tocchi sempre il terreno. Questa è una delle regole della competizione olimpica della marcia; i marciatori vengono squalificati se infrangono questa regola. Uno studente atleta stava cercando quale velocità teorica massima può raggiungere alle Olimpiadi. Nel caso ideale i piedi accelerano istantaneamente fino a (quasi) la velocità della luce. La velocità massima di marcia si raggiunge quando il secondo piede viene alzato da terra nel momento esatto in cui il primo piede viene poggiato sul terreno. Lo 'stesso istante' per lo studente significa 'come visto da un giudice in quiete rispetto alla Terra'. Il moto dei piedi è mostrato nel diagramma di sinistra della figura 27; esso ci dice che il limite di velocità per la marcia è la metà della velocità della luce.

Ad un certo punto lo studente si accorge che un giudice che si sta muovendo vedrà, in certi momenti, entrambi i piedi sollevati da terra e quindi lo squalificherà perché lo vedrà correre. Per evitare la squalifica da parte di *qualsiasi* giudice, il secondo piede deve aspettare un segnale luminoso dal primo. La velocità limite della marcia olimpica diventa quindi solo un terzo della velocità della luce.

Ref. 52

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

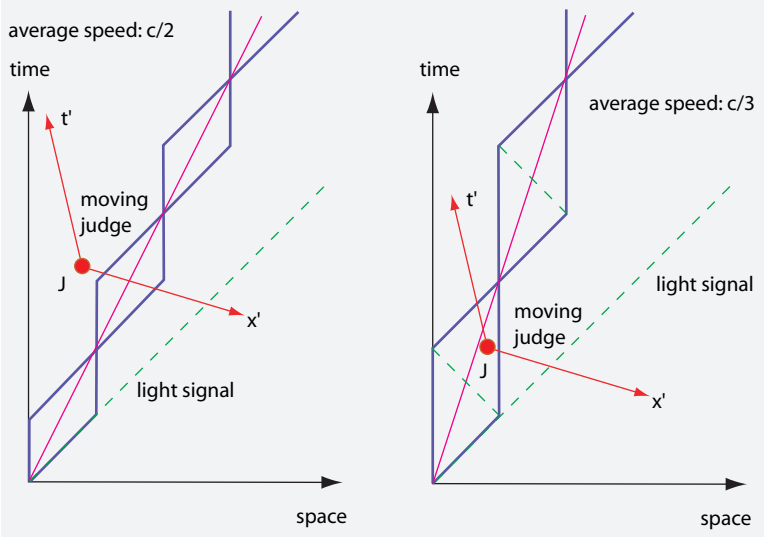



FIGURA 27 Per l'atleta sulla sinistra, il giudice che si muove in direzione opposta vede entrambe i piedi staccati per un istante dal terreno, ma non per l'atleta sulla destra.

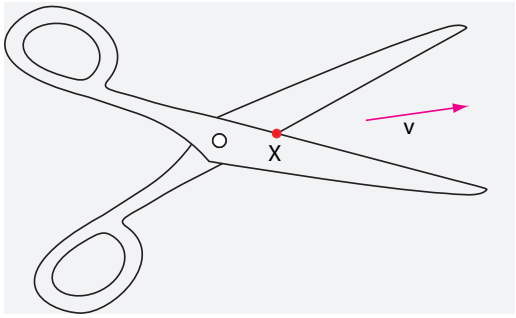



FIGURA 28 Un semplice esempio di moto che può essere più veloce della luce

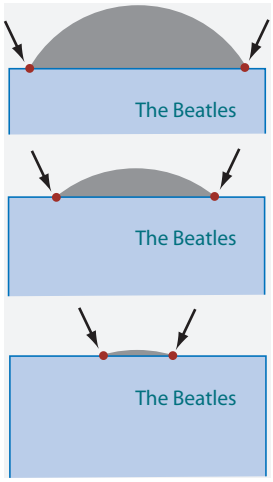



FIGURA 29 Un altro esempio di moto più veloce della luce

## La velocità dell'ombra è maggiore della velocità della luce?

Il moto più veloce della luce esiste ed è anche piuttosto comune. La relatività speciale limita solo il moto di massa ed energia. Dunque, punti non materiali ed immagini *possono* muoversi più veloce della luce. Vi sono numerosi semplici esempi. Per essere chiari, non stiamo parlando di velocità *propria*, che in questi casi non può essere presa in considerazione. (Perché?)

Pag. 39
Sfida 62 n

Gli esempi seguenti mostrano velocità che sono veramente più veloci della velocità della luce nel vuoto. Per primo, consideriamo il punto in cui una forbice taglia la carta, segnato con X nella figura 28. Se le forbici sono chiuse abbastanza rapidamente, il punto

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

si muove più veloce della luce. Esempi simili si possono riscontrare in ogni finestra, e, in sostanza, in ogni oggetto che abbia due parti che si avvicinano.

Un altro esempio di moto più veloce della luce appare quando un disco di musica in vinile – un vecchio LP – viene rimesso dentro la propria custodia, come mostrato nella figura 29. Il punto dove il bordo del disco incontra il bordo della custodia può viaggiare più veloce della luce.

Un altro esempio ci viene suggerito dal fatto che viviamo su un pianeta sferico. Immaginiamo di essere sul pavimento e di alzarci. Può dimostrare che la velocità iniziale con cui l'orizzonte si allontana può essere maggiore di quella della luce?

Sfida 63 n

Un ultimo esempio classico è rappresentato dal moto di uno spot di luce prodotto da un laser posto sulla Luna. Se il laser viene fatto ruotare, lo spot può facilmente muoversi più velocemente della luce. La stessa cosa accade ad uno spot luminoso sul monitor di un oscilloscopio quando viene inserito un segnale di frequenza sufficientemente alta.

Tutti questi sono tipici esempi di *velocità di ombre*, talvolta dette anche *velocità del buio*. Sia le ombre che il buio possono muoversi più veloci della luce. Infatti non vi è limite alla loro velocità. Può fare un altro esempio?

Sfida 64 n

Per di più, vi è un crescente numero di esperimenti in cui la velocità di fase o anche il gruppo di velocità della luce è maggiore di $c$. Questi esperimenti conquistano regolarmente le prime pagine dei giornali, con titoli del tipo 'La luce si muove più velocemente della luce'. Discuteremo successivamente con maggiori dettagli questo sorprendente fatto. In effetti questi casi possono essere anche visti – con un pò di astrazione – come casi speciali del fenomeno della 'velocità dell'ombra'.

Pag. ??

In un esempio differente, immaginiamo di trovarci all'uscita di un tunnel di lunghezza $l$. Vediamo un automobile, che viaggia alla velocità nota $v$, entrare dall'altra parte del tunnel e viaggiare verso di noi. Noi sappiamo che è entrata nel tunnel perché ad un certo punto non è più illuminata dal Sole o perché ha acceso i fari. A quale tempo $t$, dopo che abbiamo visto che è entrata nel tunnel, passerà davanti a noi? Un semplice ragionamento mostra che $t$ è dato da

$$t = l/v - l/c \,. \tag{21}$$

In altre parole, l'automobile che si avvicina sembra avere una velocità $v_{\text{appr}}$ di

$$v_{\text{appr}} = \frac{l}{t} = \frac{vc}{c - v} \,, \tag{22}$$

che è maggiore di $c$ per qualsiasi velocità $v$ dell'auto maggiore di $c/2$. Per le automobili ciò non avviene molto spesso, ma agli astronomi è noto un tipo di oggetto luminoso del cielo chiamato *quasar* (abbreviazione di 'oggetto quasi stellare') che talvolta emette jet di gas ad alta velocità. Se tale emissione avviene in direzione della Terra, la sua velocità apparente – compresa la componente trasversale pura – è maggiore di $c$. Tali situazioni sono oggi regolarmente osservate con i telescopi.

Ref. 53

Notare che per un secondo osservatore posto all'*entrata* del tunnel, la velocità apparente dell'auto che si *allontana* è data da

$$v_{\text{leav}} = \frac{vc}{c + v} \,, \tag{23}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

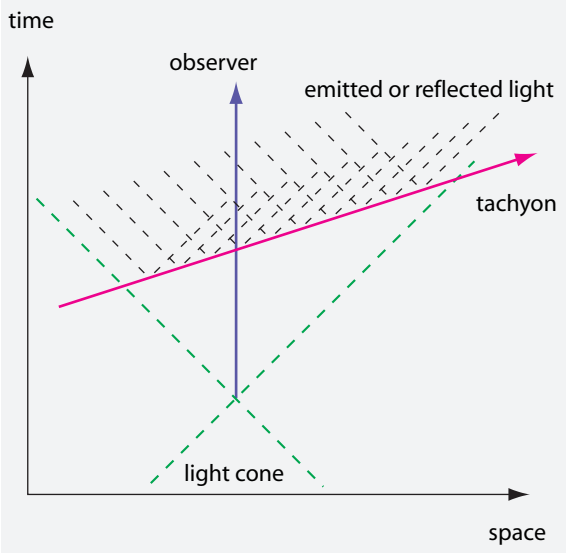



FIGURA 30 Diagramma spazio-temporale ipotetico dell'osservazione di un tachione

che non è *mai* maggiore di $c/2$. In altre parole, gli oggetti non sono mai visti allontanarsi con una velocità superiore alla metà della velocità della luce.

La storia ha una svolta finale. Abbiamo appena visto che il moto più veloce della luce può essere osservato in varie maniere. Ma può un *oggetto* muoversi più veloce della luce? Sorprendentemente, la risposta è sì, ma solo in modi piuttosto inusuali. Prima di tutto, poiché un tale oggetto immaginario, solitamente chiamato *tachione*, si muove più veloce della luce, non possiamo mai vederlo in avvicinamento. Se riuscissimo a vederlo, potremmo vederlo solo in allontanamento. Vedere un tachione sarebbe come sentire un jet supersonico. Solo *dopo* che un tachione ci è passato vicino, presumendo che sia visibile alla luce del giorno, potremmo dire di averlo notato. Vedremmo prima un lampo di luce, corrispondente al bang di un jet che vola a velocità supersonica. Poi vedremmo *due* immagini di un tachione comparire da qualche parte nello spazio e partire in direzioni opposte, come mostrato nella figura 30. Anche se una delle due immagini si avvicinasse a noi, sarebbe più tenue e più piccola. Questo è un comportamento alquanto insolito. Per di più, se vogliamo guardare un tachione di notte, illuminandolo con una torcia, bisogna girare la testa in direzione opposta a quella del braccio che tiene la torcia! Questo requisito deriva anche dal diagramma spazio-temporale: può dire perché? Nessuno ha mai osservato un tale fenomeno.

Sfida 65 f

I tachioni, se esistessero, sarebbero oggetti proprio strani: essi quando accelerano perdono energia, ad energia zero avrebbero la velocità massima possibile, cioè infinita e la direzione del moto dei tachioni dipenderebbe dal moto dell'osservatore. Nessun oggetto con queste proprietà è mai stato osservato. Peggio ancora, come abbiamo appena visto, i tachioni sembrerebbero apparire dal nulla, scontrandosi con le leggi della conservazione; e notare che, proprio perché i tachioni non possono essere visti nel senso comune del termine, non possono essere neppure toccati, dal momento che entrambe i processi sono dovuti ad interazioni elettromagnetiche, come vedremo più tardi nella nostra ascensione del Monte del Moto. I tachioni, quindi, non possono essere considerati oggetti nel senso

Ref. 54
Pag. 60

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

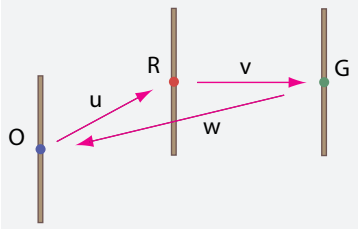



FIGURA 31 Se l'asta O è parallela all'asta R ed R è parallela a G, le aste O e G non sono parallele

comune del termine. Nella parte della nostra avventura riguardante i quanti vedremo che la teoria dei quanti attualmente *nega* l'esistenza dei tachioni (reali). Però, la teoria dei quanti *richiede* anche l'esistenza di tachioni 'virtuali', come vedremo.

## Le parallele non sono parallele – la rotazione di Thomas

La relatività ha molte conseguenze strane. Due osservatori possono mantenere due aste parallele anche se sono in moto uno rispetto all'altro. Stranamente, però, nel caso di una serie di tre o più aste parallele a due a due, la prima e l'ultima asta *non* saranno parallele tra loro. In particolare non lo saranno *mai* se il moto dei vari osservatori avviene in differenti direzioni, come nel caso in cui i vettori della velocità formano un circolo.

L'esempio più semplice è mostrato nella figura 31. Nella relatività speciale, una concatenazione di boosts puri non danno un boost puro ma un boost più una rotazione. Il risultato è dunque che l'ultima asta in generale non risulta parallela alla prima.

Ref. 55

Un esempio di questo effetto si ha nel moto rotatorio. Se camminiamo con velocità relativistica lungo un cerchio con un'asta in mano, e se la teniamo sempre parallela alla direzione che aveva appena prima, alla fine del cerchio l'asta avrà un angolo rispetto alla direzione iniziale. Ugualmente, l'asse di un corpo rotante che gira intorno ad un corpo *non* punterà nella stessa direzione dopo un giro. Questo effetto è chiamato *precessione di Thomas*, e fu scoperto da Llewellyn Thomas nel 1925, 20 anni dopo la nascita della relatività speciale. Esso sfuggì all'attenzione di molti fisici famosi. La precessione di Thomas è di importanza fondamentale all'interno degli atomi; torneremo più tardi su questo argomento. Tutti questi fenomeni assai sorprendenti sono puramente relativistici, e sono quindi misurabili *solo* nel caso di velocità prossime a quelle della luce.

## Una storia infinita – temperatura e relatività

La letteratura sulla temperatura è confusa. Albert Einstein e Wolfgang Pauli giunsero al seguente risultato: la temperatura $T$ vista da un osservatore che si muove con velocità $v$ è in relazione con la temperatura $T_0$ misurata dall'osservatore in quiete rispetto al bagno termico tramite la formula

$$T = T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \,. \tag{24}$$

Quindi un osservatore in moto misura sempre valori più bassi rispetto ad uno in quiete.

Nel 1908 Max Planck usò questa espressione, insieme con quella corrispondente della trasformazione del calore, per dedurre che l'entropia è invariante rispetto alle trasformazioni di Lorentz. Dopo aver scoperta della costante $k$ di Boltzman, Planck dimostrò in

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

questo modo che la costante è un invariante relativistica.

Non tutte le ricerche concordano con questa espressione. Alcune di esse evidenziano che $T$ e $T_0$ possono essere intercambiabili nelle trasformazioni che riguardano la temperatura. Ref. 56 Inoltre sono state proposte potenze diverse dalla semplice radice quadrata. L'origine di queste discrepanze è semplice: la temperatura è definita solo per situazioni in equilibrio, cioè per i bagni termici. Ma un bagno termico per un osservatore non è un bagno termico per un altro. A basse velocità, un osservatore in moto vede una situazione che è *quasi* come un bagno termico; ma a velocità elevate la questione diventa complessa. La temperatura viene dedotta dalla velocità delle particelle di materia, come atomi e molecole. Per gli osservatori in moto, non vi è un buon metodo per misurare la temperatura. I valori della temperatura misurata in modo semplice dipendono sempre dal range di energia delle particelle di materia che viene misurata! In sostanza, l'equilibrio termico non è un concetto invariante rispetto all'osservatore. Quindi, *non* esiste una formula corretta per le trasformazioni termiche. (Con certi assunti aggiuntivi, l'espressione di Planck può comunque sembrare corretta). Infatti non vi sono neppure osservazioni sperimentali che possono confermare la formula. Cercare di realizzare questa misura è una sfida aperta per gli sperimentatori – ma non per la relatività in sé stessa.

## MECCANICA RELATIVISTICA

Poiché la velocità della luce è invariante e non può essere superata, dobbiamo ripensare le definizioni della massa, del momento e dell'energia. Dobbiamo, quindi, ricreare la meccanica da zero.

### La massa nella relatività

Nella fisica galileiana, la frazione della massa di due corpi viene definita con una collisione; Pag. ?? essa era data dall'inverso negativo della frazione tra i cambiamenti di velocità

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \,. \tag{25}$$

Gli esperimenti dimostrano che questa espressione non è corretta per velocità prossime a quelle della luce e deve essere cambiata. In realtà, nessun'esperimento è necessario: il Sfida 66 na solo ragionamento può dimostrarlo. È capace di dimostrarlo?

Vi è una sola soluzione a questo problema. Infatti, anche gli esperimenti mostrano che i due teoremi galileliani della conservazione del momento e della conservazione della Ref. 57 massa devono essere cambiati in

$$\sum_i \gamma_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const} \tag{26}$$

e

$$\sum_i \gamma_i m_i = \text{const} \,. \tag{27}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

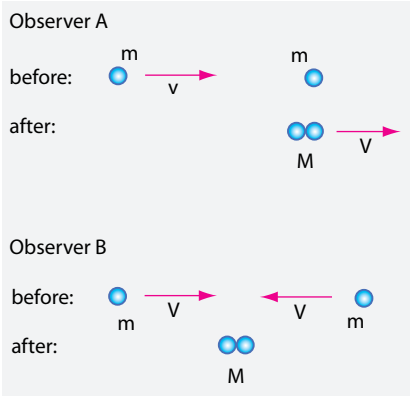



FIGURA 32 Una collisione anelastica di due particelle identiche viste da due sistemi di riferimento inerziali differenti

Queste formule sono l conservazion relativistica del momento e quella della massa–energia. Rimarranno valide per tutto il prosieguo della nostra ascensione del Monte del Moto. Le due conservazioni implicano, tra le altre cose, che il teletrasporto *non* è possibile in natura. (Può confermarlo?) Sfida 67 n

Ovviamente, per recuperare la fisica galileiana, il fattore di correzione relativistico $\gamma_i$ deve essere ugale a 1 per le velocità comuni, vale a dire per velocità molto minori della velocità della luce. Infatti, questo è il caso. Anche se non conoscessimo il valore del fattore di correzione relativistico, lo potremmo dedurre dalla collisione mostrata nella figura 32.

Nel primo sistema di riferimento (A) abbiamo $\gamma_v mv = \gamma_V MV$ e $\gamma_v m + m = \gamma_V M$. Dal punto di vista del secondo sistema di riferimento (B) si deduce che $V$ composta con $V$ dà $v$, in altre parole, che Sfida 68 f

$$v = \frac{2V}{1 + V^2/c^2} \,. \tag{28}$$

Quando queste equazioni vengono combinate, la correzione relativistica $\gamma$ risulta dipendere dalla grandezza della velocità $v$ attraverso

$$\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \,. \tag{29}$$

Con questa espressione la frazione delle masse di due particelle in collisione viene definita come

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta(\gamma_2 v_2)}{\Delta(\gamma_1 v_1)} \,. \tag{30}$$

Qesta è la generalizzazione della definizione della fisica galileaiana. (Qui non diamo la definizione generalizzata della massa, menzionata nel capitolo sulla meccanica galileiana, che è basata sull'accelerazione media, perché contiene alcune difficoltà che incontreremo tra poco.) I fattori di correzione $\gamma_i$ garantiscono che la massa definita da questa equazione è la stessa di quella definita dalla meccanica galileiana ed è anche la stessa per qualsia- Pag. ??

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

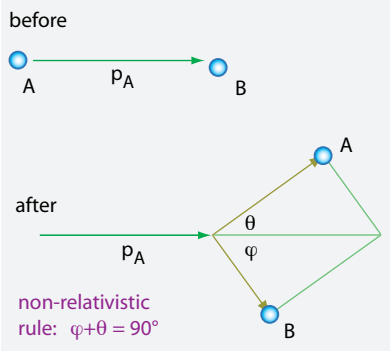



FIGURA 33 Un'utile regola per giocare al biliardo non relativistico

si tipo di collisione che un corpo possa avere.* In questo modo, la massa rimane una quantità che caratterizza la difficoltà di accelerare un corpo, e può essere anche usata per *sistemi* di corpi.

Seguendo l'esempio della fisica galileiana, chiamiamo la quantità

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \tag{31}$$

*momento relativistico* di una particella. Di nuovo, il momento totale è una *quantità* conservata in ogni sistema non soggetto ad influenze esterne, e questa conservazione è una diretta conseguenza di come la massa viene definita.

Per velocità basse, cioè per $\gamma c$. 1, il momento relativistico è uguale a quello galileiano, e dunque proporzionale alla velocità. Ma alle alte velocità, il momento aumenta più rapidamente della velocità, tendendo all'infinito quandl la velocità si avvicina a quella della luce.

## Perché giocare al biliardo relativistico è più difficile

Vi è una ben nota proprietà delle collisioni tra una sfera o una particella in moto ed una in quiete della *stessa massa* che è importante nel gioco del biliardo, dello snooker o del pool. Dopo una tale collisione, le due sfere ripartono ad *angolo retto*, come mostrato nella figura 33.

Comunque, gli esperimenti dimostrano che la regola dell'angolo retto *non* è applicabile alle collisioni relativistiche. Infatti, usando la conservazione del momento ed un pò
Sfida 70 f di abilità si può calcolare che

$$\tan\theta \tan\varphi = \frac{2}{\gamma + 1}\,, \tag{32}$$

dove gli angoli sono definiti nella figura 34. Ne consegue che la somma $\varphi + \theta$ è *più piccola* di un angolo retto nel caso relativistico. Le velocità relativistiche, pertanto, cambiano completamente il gioco del biliardo. Questo comportamento è noto a tutti i fisici che si occupano di acceleratori: per elettroni e protoni, questi angoli possono essere facilmente

Sfida 69 f * Il risultato sotto mostra anche che $\gamma = 1 + T/mc^2$, dove $T$ è l'energia cinetica di una particella.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

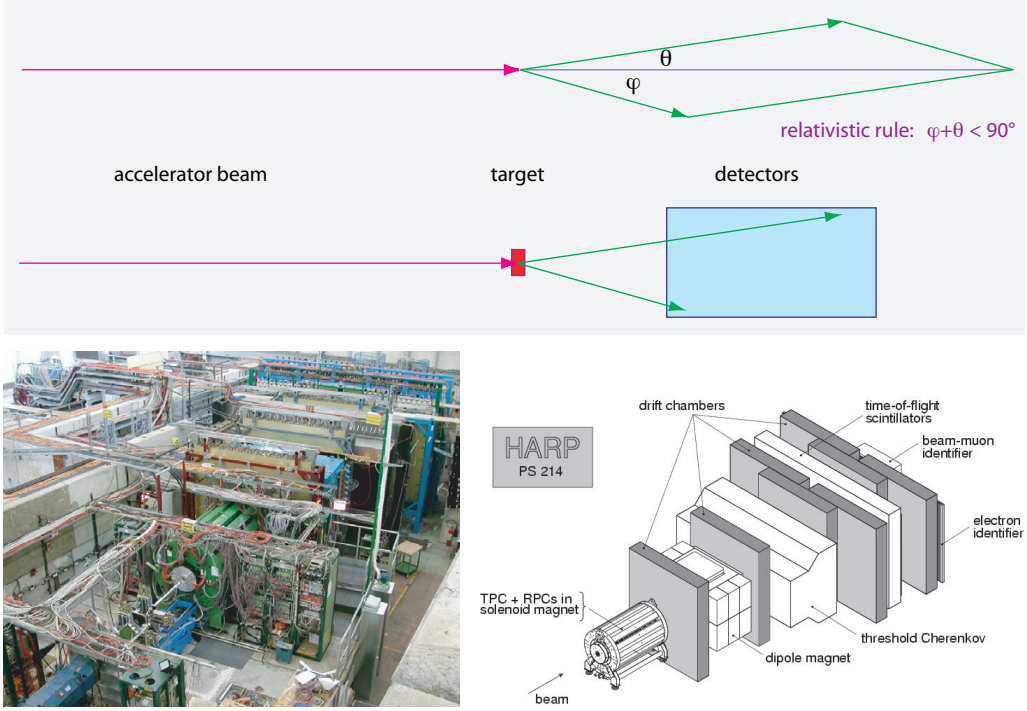



FIGURA 34 Le dimensioni dei rilevatori degli acceleratori di particelle sono basati sulla regola dell'angolo del biliardo relativistico – per esempio, l'esperimento HARP presso il CERN (© CERN)

dedotti dalle fotografie scattate in una camera a nebbia, che evidenzia le tracce lasciate dalle particelle quando la attraversano. Tutte queste fotografie confermano la formula sopra riportata. Infatti, la forma dei rilevatori è strettamente in accordo con l'espressione (32), come mostrato nella figura 34. Se la formula – e la relatività – fossero sbagliate, la maggior parte dei rilevatori non potrebbe funzionare e la maggior parte delle collisioni non verrebbe registrata. Se la relatività fosse sbagliata, i rilevatori dovrebbero essere molto più estesi. Gli stessi esperimenti provano anche la formula della composizione delle velocità. Può dimostrarlo?

Ref. 24

Sfida 71 na

## La massa è energia concentrata

Torniamo alla collisione lineare ed anelastica della figura 32. Qual'è la massa $M$ finale del sistema? I calcoli dimostrano che

Sfida 72 n

$$M/m = \sqrt{2(1+\gamma_v)} > 2\,. \tag{33}$$

In altre parole, la massa finale del sistema è *più grande* della somma delle due masse $m$ originali. A differenza della meccanica galileiana, la somma di tutte le masse di un sistema *non* è una quantità conservata. Solo la somma $\sum_i \gamma_i m_i$ della massa corretta è conservata.

La relatività fornisce la soluzione di questo mistero. Ogni cosa va a posto se per

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

l'*energia E* di un oggetto avente massa $m$ e velocità $v$ usiamo la formula

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} , \tag{34}$$

applicandola sia a tutto il sistema che ad ogni singolo componente. La conservazione della massa corretta può quindi essere letta come conservazione dell'energia, semplicemente senza il fattore $c^2$. Nell'esempio delle due masse identiche che si scontrano, le due particelle sono dunque descritte dalla massa e dalle energia ed il sistema risultante ha un'energia $E$ data dalla somma delle energie delle due particelle. In particolare, ne consegue che l'energia $E_0$ di un corpo *in quiete* e la sua massa $m$ sono poste in relazione da

$$E_0 = mc^2 , \tag{35}$$

che forse è la più bella e la più famosa scoperta della fisica moderna. In altre parole, la relatività speciale mostra che ogni massa ha energia, e che ogni energiy ha massa. Mass ed energia sono due termini per lo stesso concetto: sone *equivalenti*.

Dato che la massa e l'energia sono equivalenti, l'energia a tutte le proprietà della massa. In particolare, l'energia ha inerzia e peso. Per esempio, una pila piena è più pesante di une pila vuota, e un bichhier d'acqua calda è più pesante di uno bicchier d'acqua fredda. Naturalmente, anche la massa ha tutte le proprietà dell'energia. Per esempio, si può ussare la massa per far funzionare un motore. Infatto, i motori nucleari nusati nelle navi, ma anche qualsisasi automobile usa questo sistema: il carburante perde massa, e la differenza è usata per far avanzare la nave o l'automobile.

Since mass and energy are equivalent, energy has all properties of mass. In particular, energy has inertia and weight. For example, a full battery is heavier than an empty one, and a warm glass of water is heavier than a cold one. Conversely, mass has all properties of energy. For example, one can use mass to make engines run. This is in fact done in nuclear ships but also in usual cars: the fuel loses mass, and the loss is used to overcome friction and move the ship or car.

Poichè $c^2$ è molto grande, possiamo affermare che *la massa è un concentrato di energia*. In altre parole, la relatività speciale dice che ogni massa ha energia e che ogni forma di energia in un sistema possiede massa. Aumentando l'energia del sistema si aumenta la sua massa e diminuendola si diminuisce la massa. In breve, se una bomba esplode all'interno di una scatola chiusa, la massa, il peso ed il momento della scatola sono gli stessi prima e dopo l'esplosione, ma la massa combinata dei frammenti nella scatola sarà più *piccola* di prima. Tutte le bombe – non solo quelle nucleari – prendono, quindi, la loro energia da una riduzione della massa. Per di più, ogni attività in un sistema – come una carezza, un sorriso o uno sguardo – ricava l'energia da una riduzione della massa.

L'energia cinetica $T$ è quindi data da

$$T = \gamma mc^2 - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}m\frac{v^4}{c^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}m\frac{v^6}{c^4} + ... \tag{36}$$

Sfida 73 f (usando il teorema del binomio) che si riduce al valore galileiano solo per basse velocità.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

L'equivalenza massa–energia $E = \gamma mc^2$ implica che estraendo *qualsiasi* l'energia dalla materia si ottiene una diminuzione della massa. Quando una persona suona il pianoforte, pensa corre, la sua massa si riduce. Quando una tazza di tè si raffredda o quando una stella brilla, la sua massa si riduce. L'equivalenza massa–energia pervade tutta quanta la natura.

Vale la pena distinguere la trasformazione di *massa* in energia dalla trasformazione della *materia* in energia. Quest'ultima è molto più rara. Può farne qualche esempio? Sfida 74 n

La relazione massa–energia (34) significa la fine di molte fantasie difantascienza. Essa implica che *non* vi sono fonti sconosciute di energia sulla o vicino alla Terra. Se queste fonti esistessero, esse sarebbero misurabili grazie alla loro massa. Molti esperimenti hanno cercato, ed ancora cercano, questi effetti, con risultato negativo. Non vi è energia libera in natura.*

La relazione massa–energia $m = E_0/c^2$ implica anche che una persona avrebbe bisogno di circa 90 miliardi di kJ (o di 21 miliardi di kcal) per aumentare il proprio peso di un solo grammo. Chiaramente i dietologi hanno opinioni un pò differenti riguardo a questo problema! Infatti, ogni persona deriva l'energia dalla materia che mangia, beve e respira, riducendo la loro massa combinata prima di espellerla di nuovo. Comunque, questo *difetto di massa chimica* che compare quando il carburante viene bruciato non può ancora essere misurato paragonando il peso dei materiali prima e dopo le reazioni chimiche: la differenza è troppo piccola, a causa del grande fattore di conversione coinvolto. Poiché per ogni reazione chimica le energie dei legami sono dell'ordine di circa 1 aJ (6 eV) per legame, la differenza di peso risulta dell'ordine di una parte su $10^{10}$, troppo piccola per essere misurata pesando persone o determinando la differenza di massa tra il cibo e gli escrementi. Pertanto, nelle reazioni chimiche comuni la massa può essere considerata costante, in accordo con la fisica galileiana.

L'equivalenza massa–energia è stata confermata in tutti gli esperimenti. L'esperimento più semplice è realizzabile con il *difetto di massa nucleare*. L'esperimento più preciso, effettuato nel 2005, ha confermato la relazione massa–energia fino alla sesta cifra decimale, comparando la differenza delle masse dei nuclei prima e dopo la cattura di un neutrone da un lato e l'energia dei raggi gamma emessi dall'altro. Ref. 58

I moderni metodi moderni di misura della massa di singole molecole hannp reso possibile anche la misura del difetto di massa *chimica*, mediante il confronto tra la massa di una singola molecola e la massa dei suoi atomi costituenti. Il gruppo di David Pritchard ha sviluppato la cosiddetta *trappola di Penning*, che consente di determinare le masse dalla misura delle frequenze; la precisione raggiungibile con questi esperimenti sulla risonanza ciclotronica è sufficiente per confermare $\Delta E_0 = \Delta mc^2$ per i legami chimici. In futuro, un aumento della precisione degli esperimenti consentirà di determinare con questo metodo l'energia di legame con grande accuratezza. Poiché l'energia di legame è spesso irradiata come luce, si può dire che queste tecniche moderne rendono possibile *pesare* la luce. Ref. 59

Ragionando sulla luce e sulla sua massa, Einstein pose le basi per la sua prima derivazione della relazione massa–energia. Quando un oggetto emette due raggi di luce uguali

* Potrebbero esistere due forme di energia estremamente diluite, ancora sconosciute, chiamate *materia oscura* e (in modo poco chiaro) *energia oscura*, sparse per tutto l'universo. L aloro esistenza è stata dedotta da misure (molto difficili). Il problema non è stato ancora definitivamente risolto. Pag. ??

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

ma in direzioni opposte, la sua energia decresce della quantità emessa. Poiché i due raggi di luce hanno uguale energia e momento, l'oggetto non si muove. Se descriviamo la stessa situazione dal punto di vista di un osservatore in moto, vediamo nuovamente che
Sfida 75 f l'energia in quiete dell'oggetto è

$$E_0 = mc^2 \,. \tag{37}$$

Ciò significa che tutti i processi fisici, incluse le collisioni, devono essere trattate relativisticamente ogni qualvolta l'energia coinvolta è una frazione ragguardevole dell'energia a riposo.

Ogni aumento di energia produce un aumento di massa. Quindi anche scaldare un corpo lo rende più pesante. Questo effetto, comunque, è così piccolo che fino ad oggi nessuno è riuscito a misurarlo. Questa è sfida agli sperimentatori per il futuro.

Come sono posti in relazione l'energia ed il momento? La definizione del momento (31) e dell'energia (34) portano a due relazioni importanti. Prima di tutto, la loro
Sfida 76 f grandezza è posta in relazione da

$$m^2c^4 = E^2 - p^2c^2 \tag{38}$$

per i sistemi relativistici, siano essi oggetti o, come vedremo oltre, radiazione. Per il *vettore* del momento abbiamo una seconda importante relazione

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2}\mathbf{v} \,, \tag{39}$$

che risulta ugualmente valida per *qualsiasi* tipo di energia di movimento, sia che si tratSfida 77 f ti di materia, sia che si tratti di radiazione.* Useremo spesso entrambe le formule nel prosieguo del nostro cammino su per il Monte del Moto, inclusa la discussione seguente.

## Collisioni, oggetti virtuali e tachioni

Abbiamo appena visto che nelle collisioni relativistiche la conservazione dell'energia totale e del momento sono conseguenze intrinseche della definizione di massa. Vediamo ora in dettaglio queste collisioni usando i nuovi concetti. Una *collisione* è un processo, ossia una serie di eventi, per cui

— il momento totale prima e dopo l'interazione è lo stesso;
— il momento viene scambiato in una piccola regione dello spazio-tempo;
— per piccole velocità, la descrizione galileiana è valida.

Nella vita quotidiana un *impatto*, ossia un'interazione a corta distanza, è l'evento nel quale entrambi gli oggetti cambiano momento. I due oggetti che collidono, però, si trovano in punti *differenti* quando la collisione si verifica. Una collisione è quindi descritta da un
Ref. 60 diagramma spazio-temporale come quello mostrato nella parte sinistra della figura 35, che ricorda la costellazione di Orione. È facile constatare che il processo descritto da
Sfida 78 f questo diagramma è una collisione che si accorda con la definizione di cui sopra.

* Nella notazione 4-vettore, possiamo scrivere $v/c = \mathbf{P}/P_0$, dove $P_0 = E/c$.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

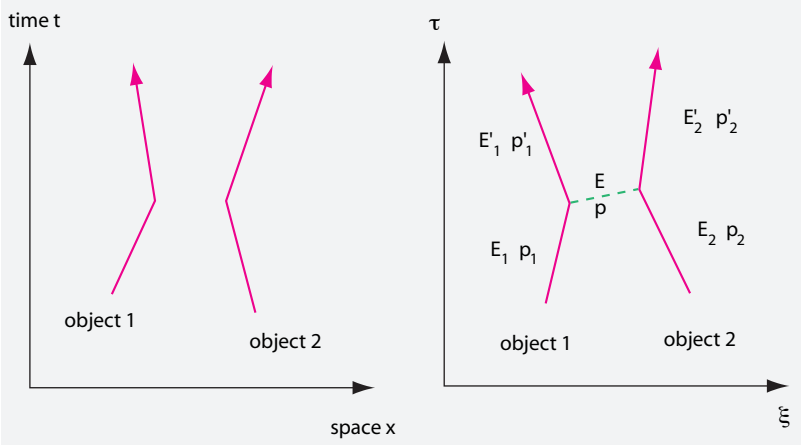



FIGURA 35
Diagramma spazio-tempo di una collisione per due osservatori

La parte destra della figura 35 mostra lo stesso processo visto dal punto di vista del sistema di riferimento di Greco. L' osservatore Greco dice che il primo oggetto ha cambiato il suo momento *prima* del secondo oggetto. Ciò significa che vi è un piccolo intervallo in cui momento ed energia *non* sono conservati!

L'unico modo per comprendere questa situazione è assumere che vi sia uno scambio di un terzo oggetto, disegnato con una linea tratteggiata. Vediamo quali proprietà ha questo oggetto. Se distinguiamo le masse, energie e momenti dei due corpi con una cifra e aggiugiamo il segno $'$ dopo la collisione, la massa sconosciuta $m$ obbedisce a

Sfida 79 f

$$m^2c^4 = (E_1 - E_1')^2 - (p_1 - p_1')^2c^2 = 2m_1^2c^4 - 2E_1E_1'(\frac{1 - v_1v_1'}{c^2}) < 0\,. \qquad (40)$$

Questo è un risultato assai strano, perché significa che la massa sconosciuta è un *numero imaginario*![*] Oltre tutto vediamo direttamente dal secondo grafico che l'oggetto che viene scambiato si muove più velocemente della luce. Esso è un *tachione*, dal greco ταχύς che vuol dire 'veloce'. In altre parole, ogni collisione coinvolge moti più veloci della luce! Vedremo in seguito che le collisioni sono realmente il *solo* processo in cui i tachioni hanno un qualche ruolo nella natura. Poiché gli oggetti di scambio appaiono soltanto durante le collisioni, e mai da soli, essi sono chiamati *oggetti virtuali* per distinguerli dagli oggetti comuni, *reali*, che si possono muovere liberamente senza restrizioni.[**] Studieremo le loro proprietà più tardi, quando discuteremo della teoria dei quanti.

* Solitamente si cambiano le relazioni dei tachioni massa–energia e massa–momento in $E = \pm mc^2/\sqrt{v^2/c^2 - 1}$ e $p = \pm mv/\sqrt{v^2/c^2 - 1}$; questo porta ad una ridefinizione di $m$. Dopo la ridefinizione, i tachioni hanno massa *reale*. Le relazioni di energia e momento mostrano che i tachioni perdono energia e momento quanto aumentano in velocità. (Provocatoriamente, un singolo tachione in una scatola potrebbe darci tutta l'energia di cui l'umanità ha bisogno). Entrambe i segni delle relazioni dell'energia e del momento devono essere mantenuti, perché altrimenti non si avrebbe equivalenza di tutti gli osservatori inerziali. Ciò significa che i tachioni non hanno un'energia minima o un momento minimo.

** Più precisamente, una particella virtuale non obbedisce alla relazione $m^2c^4 = E^2 - p^2c^2$, valida per le particelle reali.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

In natura, un tachione è sempre un oggetto virtuale. Gli oggetti reali sono sempre *bradioni* – dal greco βραδύς che significa 'lento' – ovvero oggetti che si muovono più lentamente della luce. Notare che i tachioni, nonostante la loro alta velocità, non consentono il trasporto di energia più veloce della luce; inoltre essi non violano il principio di causalità se e solo se vengono emessi o assorbiti con uguale probabilità. Può confermare tutto questo? Sfida 80 na

Quando studieremo la teoria dei quanti, scopriremo anche che un contatto generico tra oggetti viene descritto non dallo scambio di una *singola* particella virtuale, ma da un *flusso* continuo di particelle virtuali. Nelle collisioni tra oggetti comuni, le interazioni sono di tipo elettromagnetico. In questo caso, le particelle scambiate sono fotoni virtuali. In altre parole, quando una mano tocca un'altra, quando si getta un sasso o quando un'albero cresce su una montagna viene continuamente scambiato un flusso di fotoni virtuali. Pag. ??

Vi è un altro segreto nascosto nelle collisioni. Nella parte destra della figura 35, il tachione viene emesso dal primo oggetto ed assorbito dal secondo. Comunque, è facile immaginare un osservatore per il quale avviene l'opposto. In sostanza, la direzione del moto del tachione dipende dall'osservatore! In effetti, questo è un primo indizio dell'esistenza dell'*antimateria*. Nei diagrammi spazio-temporali materia e antimateria viaggiano in direzioni opposte. Anche la relazione tra relatività ed antimateria diventerà più comprensibile nella teoria dei quanti. Sfida 81 n Pag. ??

## Sistemi di particelle – nessun centro di massa

La relatività ci costringe anche ad eliminare il concetto a noi caro di *centro di massa*. Per convincerci, studiamo l'esempio più semplice possibile: quello di due oggetti identici che si scontrano.

La figura 36 mostra che dal punto di vista in cui una delle due particelle che collidono è in quiete, vi sono almeno tre diferenti modi per definire il centro di massa. In altre parole, il centro di massa non è un concetto invariante rispetto all'osservatore. Possiamo dedurre dalla figura che il concetto ha senso solo per quei sistemi i cui componenti si muovono a *basse* velocità l'uno rispetto all'altro. Per sistemi più generali, il centro di massa non è definibile univocamente. Questo punto ostacolerà lungo la nostra ascesa? No. Siamo più interessati al moto di una singola particella che a quello di oggetti composti o di sistemi. Ref. 61

## Perché il moto è solitamente così lento?

Nella vita di tutti i giorni, i fattori di dilatazione sono molto vicini a 1; solo a grandi velocità relative, tipicamente a velocità prossime a quelle della luce, vi è una differenza notevole. Ma tali sistemi sono poco comuni e in generale sono microscopici. Abbiamo già fatto l'esempio degli elettroni all'interno di un tubo televisivo o di un acceleratore di particelle. Le particelle dalla radiazione cosmica sono un altro esempio: la loro alta energia ha prodotto molte delle mutazioni che stanno alla base dell'evoluzione degli animali e delle piante sul nostro pianeta. In seguito scopriremo che le particelle coinvolte nella radioattività sono anch'esse relativistiche.

Ma perché non osserviamo nessun oggetto *macroscopico* veloce? La ragione è che i corpi che si muovono a velocità relativistiche, inclusi gli osservatori, hanno una proprie-

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

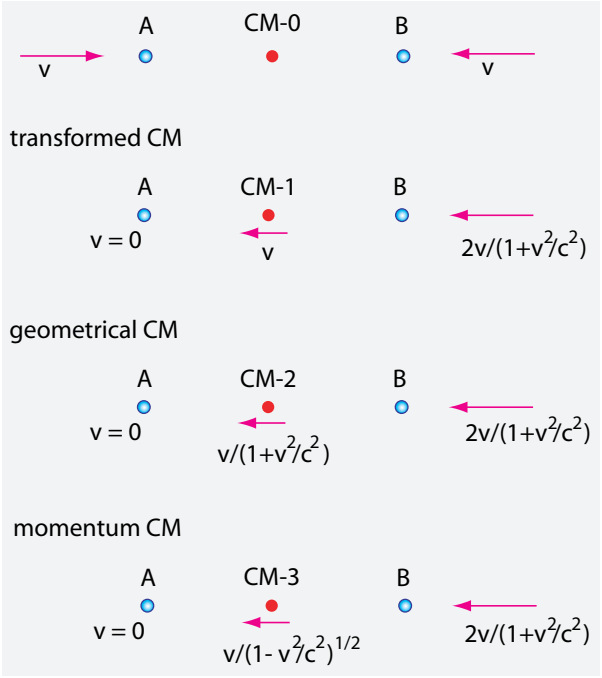



FIGURA 36 Non vi è un singolo metodo per definire un centro di massa relativistico

tà che non si trova nel nostro mondo macroscopico: quando sono coinvolti in una collisione, parte della loro energia viene convertita in nuova materia secondo la formula $E = \gamma mc^2$. Nella storia dell'universo questo è accaduto così tante volte che praticamente tutti i corpi ancora in moto relativistico sono particelle microscopiche.

Un secondo motivo per la scomparsa del moto a velocità relativistica è il damping dovuto a radiazione elettromagnetica? Può immaginare che cosa avviene alle cariche durante una collisione, o in un bagno di luce? Quest fenomeni riducono la velocità di particelle microscopiche.

In breve, quasi tutta la materia dell'universo si muove a bassa velocità rispetto alla materia restante. I più conosciuti esempi contrari o sono antichi, come ad esempio i getti dei quasar di cui abbiamo parlato precedentemente, oppure terminano dopo breve tempo. Per esempio, le enormi energie necessarie per il moto relativistico macroscopico vengono ancora osservate nelle esplosioni di supernove, ma il moto relativistico cessa di esistere dopo poche settimane. In conclusione, nell'universo vi sono soratutto oggetti che si muovono a bassa velocità perché esso è *vecchio*. Ne determineremo l'età tra breve.

Pag. ??

## La storia dell'equivalenza massa–energia

Albert Einstein impiegò diversi mesi dopo il suo primo lavoro sulla relatività speciale per scoprire la formula

$$E = \gamma mc^2 \tag{41}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

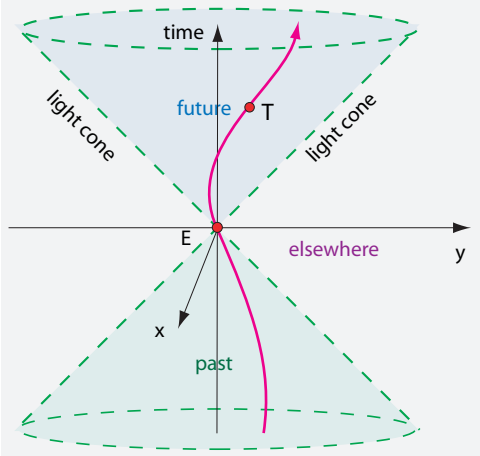



FIGURA 37 Il diagramma spazio–tempo di un oggetto T in moto

che viene spesso considerata la più famosa formula di tutta la fisica. Egli la pubblicò in
Ref. 13 un secondo lavoro verso la fine del 1905. Però, la formula avrebbe potuto essere scoperta trent'anni prima, derivandola dalla teoria dell'elettromagnetismo.

Infatti, varie persone dedussero risultati simili prima di Einstein. Nel 1903 e nel 1904, *prima* del lavoro sulla relatività di Einstein, un ingegnere italiano poco noto, Olinto De Pretto, calcolò, discusse e pubblicò la formula $E = mc^2$.* Potrebbe darsi che Einstein ebbe l'idea della formula da De Pretto, possibilmente tramite l'amico Michele Besso o tramite altri amici italiani incontrati quando visitò i suoi parenti che a quel tempo vivevano in Italia. Naturalmente, questo fatto nulla toglie al valore della scoperta di Einstein.

Ref. 62 Una formula simile era stata dedotta già nel 1904 da Friedrich Hasenöhrl e pubblicata negli Annalen der Physik nel 1905, prima di Einstein, ma con un fattore numerico sbagliato, dovuto ad un errore di calcolo. La formula $E = mc^2$ fa anche parte di numerose espressioni in due pubblicazioni scritte nel 1900 da Henri Poincaré. Anche Paul Langevin ne era a conoscenza ed Einstein disse di lui che egli avrebbe sicuramente scoperto la teoria del relatività speciale se non fosse già stata scoperta prima. Ma il vero eroe della storia potrebbe essere Tolver Preston che discusse l'equivalenza tra massa ed energia già nel 1875, nel suo libro *Physics of the Ether*. L'equivalenza massa–energia era quindi nell'aria, aspettando solo di essere capita e messa nel giusto contesto.

Negli anni '70 successe una cosa analoga: fu scoperta una semplice relazione tra l'accelerazione e la temperatura del vuoto. Il risultato era in attesa di essere scoperto già da più di 50 anni. Per la verità, nelle biblioteche sono stati trovati un grande numero di risultati simili precedenti. Possono esservi altre semplice relazioni nascoste nella fisica
Sfida 82 n moderna, in attesa di essere scoperte?

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

## 4-VETTORI

Per descrivere il moto coerentemente per *tutti* gli osservatori, dobbiamo introdurre alcune quantità. Prima di tutto, il moto delle particelle è visto come una sequenza di eventi. Per descrivere gli eventi con precisione, usiamo le cosiddette *4-coordinate* definite da

$$\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x}) = (ct, x, y, z) = X^i \ . \tag{42}$$

In questo modo, un evento è un punto nello spazio-tempo quattro-dimensionale ed è descritto da quattro coordinate. Le coordinate sono chiamate la zero, detta tempo $X^0 = ct$, la prima, detta solitamente $X^1 = x$, la seconda, $X^2 = y$, e la terza, $X^3 = z$. La grandezza $\boldsymbol{X}$ è l'esempio piu semplice di un *4-vettore*. I vettori $\boldsymbol{x}$ della fisica galileiana sono anche chiamati *3-vettori* in questo contesto. Notiamo che il tempo è trattato come una quarta dimensione.

Possiamo quindi definire una *distanza d* tra due eventi come la lunghezza della differenza vettore. Solitamente si usa il quadrato della lunghezza, per evitare le improprie radici quadrate. Nella relatività speciale, la grandezza ('quadrato della lunghezza') di un vettore è sempre definita da

$$\mathbf{XX} = {X_0}^2 - {X_1}^2 - {X_2}^2 - {X_3}^2 = ct^2 - x^2 - y^2 - z^2 = X_a X^a = \eta_{ab} X^a X^b = \eta^{ab} X_a X_b \ . \tag{43}$$

In questa equazione abbiamo introdotto per la prima volta due notazioni utili nella relatività. Prima di tutto sommiamo automaticamente gli indici ripetuti. Quindi, $X_a X^a$ significa la somma di tutti i prodotti $X_a X^a$ su tutti gli indici $a$. Secondo, per ogni 4-vettore $\mathbf{X}$ distinguiamo due modi per scrivere le coordinate, quelle con soprascritto e quelle con sottoscritto. (Nelle tre dimensioni usiamo solo coordinate con sottoscritto). Esse sono poste in relazione dalla seguente relazione generale

$$X_a = \eta_{ab} X^b = (ct, -x, -y, -z) \ , \tag{44}$$

dove abbiamo introdotto la cosiddetta *metrica* $\eta^{ab}$, una abbreviazione della matrice*

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \ . \tag{45}$$

Niente panico: questo è tutto e non ci saranno cose più difficili! (Una generalizzazione di questa matrice viene usata nella relatività generale). Torniamo ora alla fisica.

---

* Umberto Bartocci, professore di matematica dell'università di Perugia in Italia, ha pubblicato i dettagli di questa storia sorprendente in numerosi lavori. L'intero resoconto si trova nel suo libro UMBERTO BARTOCCI,, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ultreja, 1998.

* Notare che il 30 % di tutti i testi di fisica usano il valore negativo di $\eta$ come metrica, la cosiddetta *convenzione di tipo spaziale*, e quindi hanno segni opposti in questa definizione. In questo testo, come nel 70 % di tutti i testi di fisica, usiamo la *convenzione di tipo temporale*.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

La grandezza di un vettore di posizione o di distanza, detto anche *intervallo* spazio-temporale, è essenzialmente il tempo proprio moltiplicato con $c$. Il *tempo proprio* è il tempo mostrato da un orologio che si muove in linea retta e con velocità costante da un punto di origine ad un punto di arrivo nello spazi-tempo. La differenza con i 3-vettori è che la grandezza dell'intervallo spazio-temporale può essere positiva, negativa o anche zero. Per esempio, se i punti di origine ed arrivo nello spazio-tempo richiedono moto a velocità della luce, il tempo proprio è zero (questo è richiesto per vettori nulli). Se il moto è più lento della velocità della luce, il quadrato del tempo proprio è positivo e la distanza è di tipo temporale. Per intervalli negativi e quindi per tempi propri immaginari, la distanza è di tipo spaziale. Nell'ultimo caso, la negatività della grandezza, che è un numero positivo, è detta *distanza propria* al quadrato. La distanza propria è la lunghezza misurata da un odometro su cui si muove l'oggetto. Una visione semplificata è riportata nella figura 37. Ora siamo pronti per descrvere il moto nello spazio-tempo.

Pag. 38

## 4-VELOCITÀ

Ora possiamo definire la velocità di una partcella in modo che sia utile per tutti gli osservatori. Non possiamo definire la velocità di una particella come derivata delle sue coordinate rispetto al tempo, dal momento che tempo e sequenza temporale dipendono dall'osservatore. La soluzione sta nel definire tutte le osservabili con riguardo all'appena menzionato *tempo proprio* $\tau$, che è definito come il tempo misurato da un orologio solidale con l'oggetto. Nella relatività il moto ed il cambiamento vengono sempre misurati da orologi solidali con il sistema in movimento.

La *velocità relativistica* o *4-velocità* $\mathbf{U}$ di un corpo è quindi definita come il tasso di cambiamento di un evento o *4-coordinate* $\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x})$ rispetto al tempo proprio, cioè come

$$\mathbf{U} = \mathrm{d}\mathbf{X}/\mathrm{d}\tau \,. \tag{46}$$

Le coordinate $\mathbf{X}$ vengono misurate in un sistema di coordinate definito dall'osservatore inerziale scelto. Il valore della velocità $\mathbf{U}$ dipende dall'oservatore o dal sistema di coordinate usato; così la velocità dipende dall'osservatore, come nella vita quotidiana. Usando $\mathrm{d}t = \gamma\, \mathrm{d}\tau$ e quindi

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau} = \gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{, dove come al solito} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\,, \tag{47}$$

troviamo la relazione con la 3-velocità $\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{x}/\mathrm{d}t$:

$$u^0 = \gamma c\,,\; u^i = \gamma v_i \quad \text{or} \quad \mathbf{U} = (\gamma c, \gamma \mathbf{v})\,. \tag{48}$$

Per piccole velocità abbiamo $\gamma \approx 1$, e quindi gli ultimi tre componenti della 4-velocità sono quelli usuali della 3-velocità galileiana. Per la grandezza della 4-velocità $\mathbf{U}$ troviamo $\mathbf{UU} = U_a U^a = \eta_{ab} U^a U^b = c^2$, che è pertanto indipendente dalla grandezza della 3-velocità $\mathbf{v}$ e lo trasforma in un vettore di tipo temporale, cioè un vettore *all'interno* del

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

cono di luce.*

Notare che la grandezza di un 4-vettore può essere zero anche se tutti i suoi componenti sono differenti da zero. Un tale vettore è detto *nullo*. Quale tipo di moto è descritto da una velocità nulla?

Sfida 84 n

Similmente, l'*accelerazione relativistica* o *4-accelerazione* **B** di un corpo viene definita come

$$\mathbf{B} = \mathrm{d}\mathbf{U}/\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}^2\mathbf{X}/\mathrm{d}\tau^2 \,. \tag{50}$$

Usando $\mathrm{d}\gamma/\mathrm{d}\tau = \gamma\mathrm{d}\gamma/\mathrm{d}t = \gamma^4\mathbf{va}/c^2$, abbiamo le seguenti relazioni tra i quattro componenti di **B** e la 3-accelerazione $\mathbf{a} = \mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$:

Ref. 63

$$B^0 = \gamma^4\frac{\mathbf{va}}{c} \quad , \quad B^i = \gamma^2 a_i + \gamma^4\frac{(\mathbf{va})v_i}{c^2} \,. \tag{51}$$

La grandezza $b$ della 4-accelerazione è facilmente trovata tramite $\mathbf{BB} = \eta_{cd}B^cB^d = -\gamma^4(a^2 + \gamma^2(\mathbf{va})^2/c^2) = -\gamma^6(a^2 - (\mathbf{v}\times\mathbf{a})^2/c^2)$. Notare che essa dipende dal valore della 3-accelerazione **a**. La grandezza della 4-accelerazione è anche detta accelerazione *propria* perché $\mathbf{B}^2 = -a^2$ se $v = 0$. (Qual'è la connessione tra 4-accelerazione e 3-accelerazione per un osservatore che si muove alla stessa velocità dell'oggetto?) Notiamo che la 4-accelerazione conduce *al di fuori* del cono di luce, cioè che è un vettore di tipo spaziale e che $\mathbf{BU} = \eta_{cd}B^cU^d = 0$, che significa che la 4-accelerazione è sempre perpendicolare alla 4-velocità.** Notiamo anche che le accelerazioni, in contrasto con le velocità, non possono essere definite relativistiche: la differenza tra $b_i$ e $a_i$, o tra le loro due grandezze, non dipendono dal valore di $a_i$, ma solo dal valore della velocità $v$. In altre parole, le accelerazioni richiedono un trattamento relativistico solo quando le velocità sono relativistiche. Se le velocità in gioco sono basse, anche accelerazioni altissime possono essere trattate con metodi galileiani.

Sfida 85 n

---

* In generale, un *4-vettore* viene definito come una quantità $(h_0, h_1, h_2, h_3)$, che si trasforma come

$$\begin{aligned} h_0' &= \gamma_V(h_0 - h_1 V/c) \\ h_1' &= \gamma_V(h_1 - h_0 V/c) \\ h_2' &= h_2 \\ h_3' &= h_3 \end{aligned} \tag{49}$$

quando si cambia da un osservatore inerziale ad un altro che si muove con velocità relativa $V$ nella direzione $x$; le generalizzazioni corrispondenti per le altre coordinate sono ovvie. Questa relazione ci consente di dedurre le leggi di trasformazione per ogni 3-vettore. Può dedurre la formula della composizione della 3-velocità (9) da questa definizione?

Sfida 83 n

** Similmente, il *jerk relativistico* o *4-jerk* **J** di un corpo viene definito da

$$\mathbf{J} = \mathrm{d}\mathbf{B}/\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}^2\mathbf{U}/\mathrm{d}\tau^2 \,. \tag{52}$$

Per la relazione con il 3-jerk $\mathbf{j} = \mathrm{d}\mathbf{a}/\mathrm{d}t$ allora abbiamo

Sfida 86 f

$$\mathbf{J} = (J^0, J^i) = \left(\frac{\gamma^5}{c}(\mathbf{jv} + a^2 + 4\gamma^2\frac{(\mathbf{va})^2}{c^2}) \,,\, \gamma^3 j_i + \frac{\gamma^5}{c^2}((\mathbf{jv})v_i + a^2 v_i + 4\gamma^2\frac{(\mathbf{va})^2 v_i}{c^2} + 3(\mathbf{va})a_i)\right) \tag{53}$$

che useremo più tardi. Sorprendentemente, **J** non scompare quando **j** scompare. Perché no?

Sfida 87 na

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

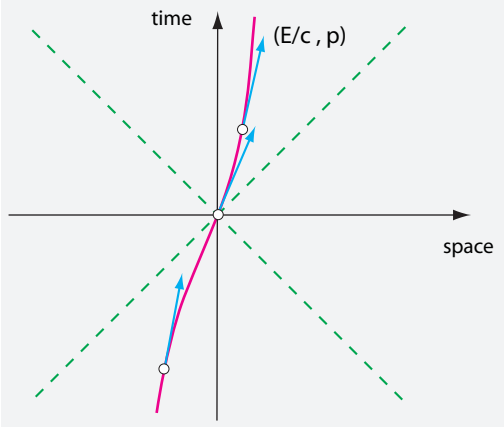



FIGURA 38 L'energa–momento è tangente alla linea mondo

Quando l'accelerazione **a** è parallela alla velocità **v**, troviamo $B = \gamma^3 a$; quando **a** è perpendicolare a **v**, come nel moto circolare, troviamo $B = \gamma^2 a$. Useremo questo risultato più sotto. Pag. 75

## 4-MOMENTO

Per descrivere il moto abbiamo bisogno anche del concetto di momento. Il *4-momento* viene definito come

$$\mathbf{P} = m\mathbf{U} \tag{54}$$

ed è quindi correlato al 3-momento **p** da

$$\mathbf{P} = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = (E/c, \mathbf{p}) \; . \tag{55}$$

Per questo motivo il 4-momento è chiamato anche *4-vettore dell'energia-momento*. In breve, *il 4-momento di un corpo è dato dalla massa moltiplicata con la 4-velocità*. Questa è la definizione più semplice di momento ed energia. Il concetto è stato introdotto da Max Planck nel 1906.

Il 4-vettore dell'energia-momento è, come la 4-velocità, *tangente* alla linea mondo di una particella. Questa propietà, illustrata nella figura 38, consegue direttamente dalla definizione, dal momento che

$$(E/c, \mathbf{p}) = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = m(\gamma c, \gamma \mathbf{v}) = m(\mathrm{d}t/\mathrm{d}\tau, \mathrm{d}\mathbf{x}/\mathrm{d}\tau) \; . \tag{56}$$

Il quadrato della lunghezza dell'energia-momento $\mathbf{PP} = \eta_{ab} P^a P^b$, è, per definizione, lo stesso per tutti gli osservatori inerziali; troviamo

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2 c^2 \; , \tag{57}$$

confermando il risultato dato sopra. Abbiamo già detto che energie o situazioni sono dette *relativistiche* se l'energia cinetica $T = E - E_0$ non è trascurabile quando posta in relazio-

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

ne all'energia a riposo $E_0 = mc^2$. Una particella la cui energia cinetica è molto maggiore della sua massa a riposo è detta *ultrarelativistica*. Le particelle negli acceleratori o nei raggi cosmici ricadono in questa categoria. (Qual'è la loro relazione energia–momento?) Sfida 88 n

La conservazione dell'energia, della massa e del momento della fisica galileiana diventano, nella relatività, la conservazione del 4-vettore energia–momento.

Diversamente dalla meccanica galileiana, la relatività implica uno zero assoluto per l'energia. Non si può estrarre più energia di $mc^2$ da un sistema avente massa $m$. In particolare, in questo modo viene fissato il valore zero per l'energia potenziale. In breve, la relatività dimostra che l'energia è limitata verso il basso.

Non tutta l'energia galileiana contribuisce alla massa. L'energia potenziale in un campo esterno non contribuisce. La relatività ci costringe ad una contabilità precisa dell'energia. 'L'energia potenziale' nella relatività è un'abbreviazione per 'la riduzione di energia del campo esterno'.

Può dimostrare che per due particelle con momenti $P_1$ e $P_2$, si ha $P_1P_2 = m_1E_2 = M_2E_1 = c^2\gamma v_{12}m_1m_2$, dove $v_{12}$ è la loro velocità relativa? Sfida 89 n

Notare che con il termine di 'massa' $m$ intendiamo sempre ciò che talvolta viene detta *massa a riposo*. Questo termine deriva dalla cattiva abitudine di molti libri di fantascienza e di alcuni libri di liceo di chiamare il prodotto $\gamma m$ con il nome di *massa relativistica*. La maggioranza di coloro che lavorano in questo campo solitamente rifiuta questo concetto, come fece Einstein stesso, e rifiuta anche l'espressione troppo spesso usata che 'la massa (relativistica) aumenta con la velocità'. Massa relativistica ed energia sono due termini per lo stesso concetto: questo è un modo di parlare tipico dei settimanali di basso livello. Ref. 64

## 4-FORZA

La 4-forza **K** viene definita come

$$\mathbf{K} = \mathrm{d}\mathbf{P}/\mathrm{d}\tau = m\mathbf{B} \,. \tag{58}$$

Quindi nella relatività la forza rimane uguale al prodotto di accelerazione e massa. Dalla definizione di **K** deduciamo la relazione con la 3-forza $\mathbf{f} = \mathrm{d}\mathbf{p}/\mathrm{d}t = m\mathrm{d}(\gamma\mathbf{v})/\mathrm{d}t$, detta* Ref. 63, Ref. 65

$$\mathbf{K} = (K^0, K^i) = (\gamma^4 m\mathbf{va}/c, \gamma^2 ma_i + \gamma^4 v_i \frac{m\mathbf{va}}{c^2}) = (\frac{\gamma}{c}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}, \gamma\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t}) = (\gamma\frac{\mathbf{fv}}{c}, \gamma\mathbf{f}) \,. \tag{59}$$

La 4-forza, come la 4-accelerazione, è ortogonale alla 4-velocità. Il significato del componente zero della 4-forza può essere facilmente dedotto: esso è la *potenza* richiesta per accelerare l'oggetto. Si ha $\mathbf{KU} = c^2\mathrm{d}m/\mathrm{d}\tau = \gamma^2(\mathrm{d}E/\mathrm{d}t - \mathbf{fv})$: questo è il tasso proprio al quale l'energia interna di un sistema aumenta. Il prodotto **KU** svanisce solo per forze che conservano massa a riposo. Collisioni di particelle che portano a reazioni non appar- Sfida 91 f

* Alcuni autori definiscono la 3-forza come $\mathrm{d}\mathbf{p}/\mathrm{d}\tau$; quindi **K** appare lievemente differente. Ad ogni modo, è importante notare che nella relatività la 3-forza $\mathbf{f} = \mathrm{d}\mathbf{p}/\mathrm{d}t$ è davvero proporzionale alla 3-accelerazione **a**; forza ed accelerazione non sono parallele tra loro. Infatti, per le forza che conservano massa a riposo si trova che $\mathbf{f} = \gamma m\mathbf{a} + (\mathbf{fv})\mathbf{v}/c^2$. Diversamente, nella relatività il 3-momento *non* è proporzionale alla 3-velocità, sebbene sia ad esso parallelo. Sfida 90 n

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

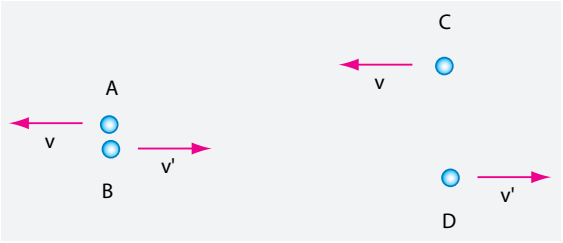



FIGURA 39 Sulla definizione della velocità relativa

tengono a questa categoria. Nella vita quotidiana, la massa a riposo è conservata e quindi si può utilizzare l'espressione galileiana $\mathbf{fv} = \mathrm{d}E/\mathrm{d}t$.

## La rotazione nella relatività

Se di notte ruotiamo intorno al nostro asse mentre guardiamo il cielo, le stelle si muovono ad una velocità più veloce di quella della luce. La maggior parte delle stelle sono massa, non immagini. La loro velocità dovrebbe essere limitata da quella della luce. Come si inserisce questo fatto nella relatività speciale?

Questo esempio ci aiuta a comprendere cos'è la velocità limite. Fisicamente parlando, un cielo che ruota *non* consente il trasporto di energia sopraluminale, e quindi non contraddice il concetto di velocità limite. Matematicamente parlando, la velocità della luce limita solo le velocità relative di oggetti *vicini*, come mostrato nella parte sinistra della figura 39. Confrontare velocità di oggetti *distanti* è possibile soltanto se tutte le velocità coinvolte sono costanti nel tempo. La versione differenziale delle trasformazioni di Lorentz rendono questo punto particolarmente chiaro. In molti casi le velocità relative di oggetti *distanti* possono essere maggiori della velocità della luce. Abbiamo visto un esempio di questo tipo precedentemente, quando abbiamo discusso dell'automobile nel tunnel ed incontreremo altri esempi tra breve.

Pag. 50

Pag. 83

Dopo questa precisazione, possiamo ora brevemente considerare la *rotazione* nella relatività. La prima questione riguarda come cambiano lunghezze e tempo in un sistema di riferimento in rotazione. Si può constatare che un osservatore in un sistema di riferimento in rotazione è in accordo con un altro osservatore che non sia in rotazione posto sul raggio di un corpo rotante; entrambi riscontrano che il corpo rotante, anche se è fisso, ha una circonferenza *diversa* da quella che aveva prima che si mettesse a ruotare. Parlando comunemente, il valore di $\pi$ *cambia* per osservatori rotanti. Il rapporto tra la circonferenza $c$ e il raggio $r$ viene ad essere $c/r = 2\pi\gamma$: esso aumenta all'aumentare della velocità di rotazione. Questo risultato contro-intuitivo è spesso chiamato *paradosso di Ehrenfest*. Tra le altre cose, esso dimostra che lo spazio-tempo per un osservatore posto su un disco in rotazione *non* è lo spazio-tempo pitto di Minkowski della relatività speciale.

Sfida 92 f

Sfida 93 e Ref. 56

I corpi in rotazione hanno un comportamento strano sotto molti aspetti. Per esempio, ci troviamo in difficoltà quando cerchiamo di sincronizzare degli orologi su un disco rotante, come mostrato nella figura 40. Se iniziamo a sincronizzare l'orologio posto in $O_2$ con quello posto in $O_1$ e così via fino all'orologio $O_n$, troviamo che l'ultimo orologio non è sincronizzato con il primo. Questo risultato è dovuto al cambiamento della circonferenza appena menzionato. Infatti, uno studio accurato dimostra che le misure delle lunghezze e degli intervalli di tempo portano tutti gli osservatori $O_k$ a concludere

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

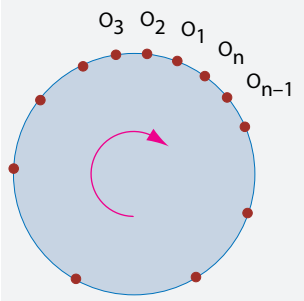



FIGURA 40 Osservatori su un oggetto rotante

che essi vivono in uno spazio-tempo rotante che non è piatto. I dischi rotanti possono, quindi, essere usati come un'introduzione alla relatività generale, ove questa curvatura ed i suoi effetti rappresentano l'argomento principale. Vedremo tutto ciò nel prossimo capitolo.

La velocità angolare ha un limite? Sì: la velocità tangenziale in un sistema di riferimento inerziale non può superare la velocità della luce. Il limite dipende, quindi, dalle *dimensioni* del corpo in questione. Questo ci porta ad un nuovo quesito: è possibile *vedere* un oggetto che ruota ad alta velocità?

Sfida 94 n

Il *4-momento angolare* viene definito naturalmente come

$$l^{ab} = x^a p^b - x^b p^a \,. \tag{60}$$

In altre parole, il 4-momento angolare è un *tensore*, non un vettore, come dimostrano i suoi due indici. Naturalmente, il momento angolare è conservato anche nella relatività speciale. Il momento inerziale viene definito naturalmente come il fattore proporzionale tra la velocità angolare ed il momento angolare.

Sfida 95 na

Ovviamente, per una particella in rotazione, l'energia di rotazione è parte della massa a riposo. Potrebbe interessarti di calcolare la frazione per la Terra ed il Sole. Non è molto grande. Come potresti determinare se una particella microscopica, troppo piccola per essere vista, è in rotazione?

Sfida 96 na

Sfida 97 na

Nella relatività la rotazione e la traslazione si combinano in modi particolari. Immagina un cilindro in rotazione uniforme lungo il suo asse, quando visto da un osservatore in quiete. Come Max von Laue ha illustrato ampiamente, il cilindro apparirà *contorto* ad un osservatore che si muove lungo il suo asse di rotazione. Può confermarlo?

Sfida 98 f

Ora veniamo all'ultimo quesito riguardo alla rotazione. La velocità è relativa: i valori che vengono rilevati dipendono dall'osservatore. Vale lo stesso nel caso della velocità angolare?

Sfida 99 na

## Il moto delle onde

Nella fisica galileiana, un'onda armonica è descritta da una frequenza $\omega = 2\pi\nu$ e da un vettore d'onda $\boldsymbol{k}$, con $k = 2\pi/\lambda$. Nella relatività speciale, le due quantità sono combinati nel *4-vettore d'onda* $\boldsymbol{L}$, dato da

$$L^a = \left(\frac{\omega}{c}, \boldsymbol{k}\right) \,. \tag{61}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

La velocità di fase di un onda è $\omega/k = \lambda\nu$. The il 4-vettore d'onda *per la luce* ha lunghezza 0, è un vettore nullo. Per onde più lente, come il suono, il 4-vettore d'onda è di tipo tempo.

Sfida 100 f

La *fase* $\varphi$ di un onda può essere definita con

$$\varphi = k_a x^a = k^a x_a \,. \tag{62}$$

Come ci aspettiamo, la fase di ogni onda, sia la luce che il suono o qualsiasa altro tipo, è uguale per ogni osservatore; la fase è un invariante relativistica.

Sfida 101 f

Una cosa interessante è che la velocità d'onda $/k$ si trasforma in modo differente rispetto alla velocità di una particella eccetto che nel caso in cui $\omega/k = c$. Anche la formula dell'aberrazione per il moto d'onda differisce da quello delle particelle, eccetto che nel caso in cui $\omega/k = c$. Può dedurre le due relazioni?

Ref. 18

Sfida 102 na

## L'azione di una particella libera – come si muovono le cose?

Se vogliamo descrivere il moto relativistico di una particella libera in termini di principio, abbiamo bisogno di una definizione dell'azione. Sappiamo già che l'azione fisica misura il cambiamento che avviene in un sistema. Per un moto inerziale o per particelle libere, l'unico cambiamento è lo scorrere del tempo proprio. Come risultato, l'azione di una particella libera sarà proporzionale al tempo proprio trascorso. Al fine di ottenere come unità un energia moltiplicata per un tempo, o Js, la prima ipotesi per l'azione di una particella libera è

Pag. ??

$$S = -mc^2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \mathrm{d}\tau \,, \tag{63}$$

dove $\tau$ è il tempo proprio lungo il suo percorso. Questa si ritrova essere l'espressione esatta. Essa implica la conservazione dell'energia (relativistica) e del momento (relativistico); infatti, anche il tempo proprio tarscorso è massimo per il moto in linea retta a velocità costante. Può confermarlo?

Sfida 103 na

In natura, tutte le particelle si muovono in modo che il tempo proprio trascorso è massimo. In altre parole, troviamo nuovamente che in natura le cose cambiano il meno possibile. La natura è come un vecchio saggio: i suoi movimenti sono i più lenti possibile. Alternativamente, possiamo anche dire che ogni cambiamento è il più efficace possibile. Come notato precedentemente, Bertrand Russell ha chiamato questa caratteristica la *legge di pigrizia cosmica*.

L'espressione (63) per l'azione è dovuta a Max Planck. Nel 1906, esplorando il problema in dettaglio, trovò che il quanto d'azione $\hbar$, che egli scoprì insieme con la costante di Boltzmann, è un'invariante relativistica (come appunto la costante di Boltzmann $k$). Può ridedurre il suo risultato?

Sfida 104 na

L'azione può anche essere scritta in modo più complesso, apparentemente in modi molto più spaventosi. Questi modi equivalenti di scriverla sono particolarmente appropriati per prepararci alla relatività generale:

$$S = \int L\,\mathrm{d}t = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\gamma}\,\mathrm{d}t = -mc \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{u_a u^a}\,\mathrm{d}\tau = -mc \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{\eta^{ab}\frac{\mathrm{d}x_a}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}x_b}{\mathrm{d}s}}\,\mathrm{d}s \,, \tag{64}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

dove $s$ è una funzione arbitraria ma monotona di $\tau$, così per esempio $\tau$ stesso. Come al solito, la *metrica* $\eta^{\alpha\beta}$ della relatività speciale è

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \tag{65}$$

Si può facilmente confermare la forma dell'azione (64) derivando l'equazione del moto nel modo usuale.

Sfida 105 na

In breve, la natura non ha fretta: tutti gli oggetti si muovono in modo tale che i loro personali orologi mostrano il *maggior* intervallo possibile, rispetto a qualsiasi movimento alternativo.* Questo principio generale è valido anche per le particelle in campo gravitazionale , come vedremo nella sezione sulla relatività generale, e anche per le particelle sttoposte ad interazioni elettriche o magnetiche. In effetti, il principio del tempo proprio mssimo è equivalente al prebcipio di minima azione. Essi sono validi in tutti i casi di moto macroscopico che si riscontrano in natura. Per il momento notiamo semplicemente che il tempo proprio più lungo si realizza quando la differenza tra energia cinetica e potenziale è minima. (Può confermarlo?). Nel caso della fisica galileiana, il tempo proprio massimo comporta quindi la media minima della differenza tra i due tipi di energia. Recuperiamo pertanto il principio di minima azione nella sua formulazione galileiana.

Sfida 107 na

Abbiamo visto più sopra che l'azione misura il cambiamento che si verifica in un sistema. La relatività speciale dimostra che la natura minimizza il cambiamento massimizzando il tempo proprio. In natura, *il tempo proprio è sempre il più lungo possibile*. In altre parole, gli oggetti si muovono lungo percorsi di *invecchiamento massimo*. Può spiegare perché 'invecchiamento massimo' e 'pigrizia cosmica' sono equivalenti?

Pag. ??

Sfida 108 na

Di nuovo vediamo che la natura si comporta in modo opposto ai film di Hollywood: in natura le cose cambiano nel modo più economico possibile. Il significato di questo risultato viene lasciata alla tua personale interpretazione: divertiti!

## Trasformazioni conformi – perché la velocità della luce è costante?

La distinzione tra spazio e tempo in relatività speciale dipende dall'osservatore. D'altra parte, tutti gli osservatori inerziali concordano sulla posizione, forma ed orientamento di un punto nel cono di luce. Quindi, nella teoria della relatività, i coni di luce sono gli 'oggetti' fisici di base. Attribuendo questo rilievo ai coni di luce, possiamo chiederci se gli osservatori inerziali sono gli unici ad osservare gli stessi coni di luce. Si trova invece che *altri* osservatori fanno la stessa ooservazione.

La prima nuova categoria di tali osservatori è quella che usa unità di misura in cui tutti gli intervalli di tempo e di lunghezza sono moltiplicati con un *fattore di scala* $\lambda$. Le trasformazioni sono dunque date da

$$x_a \mapsto \lambda x_a \tag{66}$$

* Se i neutrini fossero privi di massa, l'azione (64) non sarebbe valida. Perché? Può trovare l'alternativa corretta (e puramente accademica) per questo caso?

Sfida 106 na

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

e sono chiamate *dilatazioni*.

Una seconda categoria di osservatori si trova applicando le cosiddette *trasformazioni conformi speciali*. Queste trasformazioni sono composizioni di un' *inversione*

$$x_a \mapsto \frac{x_a}{x^2} \tag{67}$$

con una *translazione* operata dal vettore $b_a$, detto

$$x_a \mapsto x_a + b_a \,, \tag{68}$$

ed una seconda inversione. Quindi le trasformazioni conformi speciali sono

$$x_a \mapsto \frac{x_a + b_a x^2}{1 + 2b_a x^a + b^2 x^2} \quad \text{or} \quad \frac{x_a}{x^2} \mapsto \frac{x_a}{x^2} + b_a \,. \tag{69}$$

Sfida 109 na

Queste trasformazioni sono dette *conformi* perché non cambiano gli angoli di figure geometriche piccole (infinitesimi), come si può facilmente constatare. Esse dunque lasciano la *forma* (di oggetti di dimensioni infinitesime) invariata. Per esempio, esse trasformano cerchi infinitesimi in cerchi infinitesimi. Sono dette *speciali* perché il gruppo conforme *completo* include le dilatazioni come pure le trasformazioni di Lorentz non omogenee. *

Sfida 111 na

Notare che il modo in cui le trasformazioni speciali conformi lasciano invarianti i coni di luce è piuttosto sottile.

Dal momento che le dilatazioni non commutano con le traslazioni temporali, non vi è conservazione di nessuna quantità associata a questa simmetria. (Lo stesso è vero per i boost di Lorentz). Al contrario, le rotazioni e le trasformazioni spaziali commutano con le traslazioni temporali e quindi implicano la conservazione di una quantità fisica.

Riassumendo, il vuoto è un' invariante conforme – nel senso speciale appena menzionato – e quindi invariante riguardo alla dilatazione. Questo è un'altro modo per dire che il vuoto da solo non è sufficiente per definire le lunghezze, così come non è in grado di stabilire un fattore di scala. Come ci aspettiamo, è necessaria la presenza di materia per fissare la scala. Infattii, le trasformazioni conformi (speciali) non sono simmetrie di situazioni contenenti materia. Solo il vuoto è invariante conforme; la natura non lo è.

Comunque, l' invarianza conforme, o l' invarianza dei coni di luce, è sufficiente per consentire misure della velocità. L' invarianza conforme è anche *necessaria* per le misure della velocità, come si puo facilmente constatare.

Sfida 112 na

Abbiamo visto che l' invarianza conforme implica la simmetria sotto inversione: cioè, il vuoto a grande e a piccola scala è correlato. Ciò suggerisce che l' invarianza della velocità della luce è dovuta all'esistenza della simmetria d' inversione. Questo misterio-

Sfida 110 na

* L' insieme di tutte le trasformazioni conformi *speciali* formano un gruppo con quattro parametri; aggiungendo le dilatazioni e le trasformazioni non omogenee di Lorentz si hanno quindici parametri per l' *intero* gruppo conforme. Il gruppo conforme è localmente isomorfo a SU(2,2) e al gruppo semplice SO(4,2): questi concetti sono spiegati in appendice **??**. Notare che tutto questo è vero solo per lo spazio-tempo a *quattro* dimensioni; in quello a *due* dimensioni – l'altro caso importante, specialmente nella teoria delle stringhe – il gruppo conforme è isomorfo al gruppo di trasformazioni di coordinate analitiche arbitrarie ed è quindi dimensionalmente infinito.

Pag. **??**

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

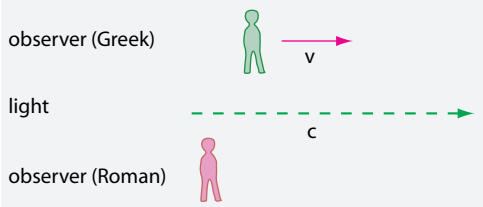



FIGURA 41 La situazione più semplice per un osservatore inerziale ed uno in accelerazione

so rapporto ci lascia intravedere le avventure che incontreremo nella parte finale della nostra ascensione della Montagna del Moto. L'invarianza conforme si rivelerà come un'importante proprietà che ci porterà ad alcuni risultati sorprendenti.*

## OSSERVATORI IN ACCELERAZIONE

Fino ad ora abbiamo considerato soltanto cosa si dicono osservatori inerziali quando descrivono il medesimo sistema. Per esempio, trovano che gli orologi in moto sono lenti. La discussione diventa ancora più interessante quando uno o entrambi gli osservatori sono in accelerazione.

Talvolta si sente dire che la relatività speciale non può essere utilizzata per descrivere osservatori in accelerazione. Ciò è sbagliato, così com'è sbagliato dire che la fisica galileiana non può essere utilizzata per osservatori in accelerazione. L'unica limitazione della relatività speciale è che non può essere usata in uno spazio-tempo non piatto, cioè curvo. Corpi in accelerazione posso esistere nello spazio-tempo piatto e quindi possiamo studiarli nella relatività speciale.

Ref. 67 Come aperitivo, vediamo cosa dice un osservatore, Greco, in accelerazione a proposito dell'orologio di un osservatore, Romano, inerziale e vice versa. Assumiamo che l'osservatore Greco, mostrato nella figura 41, si muove lungo il tragitto $\mathbf{x}(t)$ secondo l'osservatore inerziale Romano. In generale, il rapporto della frequenza degli orologi Greco e Romano è dato da $\Delta\tau/\Delta t = (\tau_2 - \tau_1)/(t_2 - t_1)$. Qui le coordinate di Greco sono costruite con una semplice procedura: si prendono due serie di eventi definiti da $t = t_1$ e $t = t_2$ lasciando $\tau_1$ e $\tau_2$ come i punti in cui queste serie intersecano l'asse del tempo dell'osservatore Greco. **

* Il gruppo conforme non compare solo nella cinematica della relatività speciale: esso è il gruppo di simmetrie di tutte le interazioni fisiche, come l'elettromagnetismo, se tutte le particelle implicate hanno massa zero, come nel caso dei fotoni. Un campo che ha massa non può essere invariante conforme; quindi l'invarianza conforme non è una simmetria esatta della natura. Può confermare che un termine di massa $m\varphi^2$ in una Sfida 113 na lagrangiana non è un'invariante conforme?

Comunque, poichè tutte le particelle osservate fino ad oggi hanno una massa che è di molti ordini di grandezza più piccola della massa di Planck, si può dire che esse hanno una massa quasi evanescente; la simmetria conforme può essere considerata come una simmetria *approssimata* della natura. Sotto questo aspetto, tutte le particelle dotate di massa possono essere considerate come una piccola correzione, o perturbazione, dei campi privi di massa, cioè ad invarianza conforme. Pertanto, nella costruzione di una teoria fondamentale, le lagragiane invarianti conformi sono spesse considerate come un buon punto approssimativo di partenza.

** Queste serie formano quella che i matematici chiamano un' *ipersuperficie*.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Assumiamo brevemente che l'osservatore Greco sia inerziale e che si muova a velocità $v$ quando osservato dall'osservatore Romano. Il rapporto tra gli orologi per l'osservatore Greco è dato dalla formula

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} = \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{\gamma_v} , \tag{70}$$

Sfida 114 na
Ref. 67

che ora useremo. Constatiamo di nuovo che gli orologi vanno lentamente.

Per il moto accelerato è necessaria la versione differenziale del risultato precedente. Il rapporto della frequenza degli orologi Greco e Romano è di nuovo dato da $\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}t$, e $\tau$ e $\tau + \mathrm{d}\tau$ vengono calcolati nella stessa maniera usando i tempi $t$ e $t + \mathrm{d}t$. Assumiamo di nuovo che l'osservatore Greco si muova lungo il percorso $\mathbf{x}(t)$ secondo la misura dell'osservatore Romano. Troviamo direttamente che

$$\tau = t - \mathbf{x}(t)\mathbf{v}(t)/c^2 \tag{71}$$

e quindi

$$\tau + \mathrm{d}\tau = (t + \mathrm{d}t) - [\mathbf{x}(t) - \mathrm{d}t\mathbf{v}(t)][\mathbf{v}(t) + \mathrm{d}t\mathbf{a}(t)]/c^2 . \tag{72}$$

Insieme, queste equazioni conducono a

$$\text{`}\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}t\text{'} = \gamma_v(1 - \mathbf{vv}/c^2 - \mathbf{xa}/c^2) . \tag{73}$$

Questo dimostra che gli orologi possono andare *veloci* o lenti a seconda della loro posizione $\mathbf{x}$ e del segno di accelerazione $\mathbf{a}$. Vi sono virgolette nell'equazione sopra perché vediamo direttamente che l'osservatore Greco nota

$$\text{`}\mathrm{d}t/\mathrm{d}\tau\text{'} = \gamma_v , \tag{74}$$

che *non* è l'inverso dell'equazione (73). Questa differenza diventa più manifesta nel caso semplice di due orologi con la stessa velocità, uno dei quali è in costante accelerazione $g$ dal punto di origine, mentre l'altro si muove in moto inerziale. Allora troviamo

$$\text{`}\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}t\text{'} = 1 + gx/c^2 \tag{75}$$

e

$$\text{`}\mathrm{d}t/\mathrm{d}\tau\text{'} = 1 . \tag{76}$$

Discuteremo questa situazione tra breve. Prima dobbiamo chiarire ulteriormente il concetto di accelerazione.

## L'ACCELERAZIONE PER OSSERVATORI INERZIALI

Le accelerazioni si comportano differentemente dalle velocità sotto diversi aspetti. Prendiamo per primo il semplice esempio in cui l'oggetto e due osservatori inerziali si muovo lungo l'asse $x$. Se l'osservatore inerziale Romano misura un'accelerazione $a =$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$, e l'osservatore Greco, anch'egli inerziale, misura un'accelerazione
Ref. 19 $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}^2\xi/\mathrm{d}\tau^2$, avremo

$$\gamma_v^3 a = \gamma_\omega^3 \alpha \,. \tag{77}$$

Questa relazione mostra che le accelerazioni *non* sono invarianti di Lorentz, eccetto nel vase che le velocità solo piccole rispetto alla velocità della luce. Ciò è in contrasto con l'esperienza quotidiana e con la fisica galileiana, dove le accelerazioni sono invarianti ed indipendenti dalla velocità dell'osservatore.

L'espressione (77) si semplifica se le accelerazioni sono misurate ad un tempo $t$ al quale la velocità $\omega$ svanisce – cioè se esse sono misurate dal cosiddetto osservatore inerziale *co-movente*. In questo caso la relazione per l'accelerazione è data da

$$a_{\mathrm{c}} = a\gamma_v^3 \tag{78}$$

e l'accelerazione $a_{\mathrm{c}} = \alpha$ è detta anche accelerazione propria perché il suo valore descrive ciò che l'osservatore Greco co-movente *sente*: l'accelerazione propria corrisponde alla nota sensazione di essere spinti all'indietro durante l'accelerazione del sedile nel quale ci troviamo.

In generale, la velocità dell'osservatore e l'accelerazione non sono parallele. Possiamo calcolare come il valore della 3-accelerazione $\mathbf{a}$ misurata da un generico osservatore iner-
Ref. 68 ziale è posta in relazione con il valore $\mathbf{a}_{\mathrm{c}}$ misurato da un osservatore co-movente usando le espressioni (51) e (49). Si avrà la generalizzazione di (78):

$$\mathbf{v}\mathbf{a}_{\mathrm{c}} = \mathbf{v}\mathbf{a}\gamma_v^3 \tag{79}$$

e

$$\mathbf{a} = \frac{1}{\gamma_v^2}\left(\mathbf{a}_{\mathrm{c}} - \frac{(1-\gamma_v)(\mathbf{v}\mathbf{a}_{\mathrm{c}})\mathbf{v}}{v^2} - \frac{\gamma_v(\mathbf{v}\mathbf{a}_{\mathrm{c}})\mathbf{v}}{c^2}\right) . \tag{80}$$

Formando il quadrato troviamo la relazione

$$a^2 = \frac{1}{\gamma_v^4}\left(a_{\mathrm{c}}^2 - \frac{(\mathbf{a}_{\mathrm{c}}\mathbf{v})^2}{c^2}\right) \tag{81}$$

Pag. 66 che ci è già nota anche in forma lievemente differente. Essa mostra (nuovamente) che l'accelerazione co-movente o la 3-accelerazione propria è sempre maggiore della 3-accelerazione misurata da un osservatore inerziale esterno. Più velocemente l'osserva-
Sfida 115 f tore inerziale esterno si muove, più piccola sarà l'accelerazione che osserverà. L'accelerazione non è un'invariante relativistica. L'espressione dimostra anche che quando la velocità è perpendicolare all'accelerazione, un boost produce un fattore $\gamma_v^2$, mentre quando la velocità è parallela all'accelerazione un boost produce un fattore $\gamma_v^3$.

Come si vede l'accelerazione complica molte questioni e richiede uno studio più approfondito. Per mantenere la questione semplice, d'ora in poi tratteremo solo le acce-
Pag. ?? lerazioni *costanti*. Questa situazione serve anche come buona introduzione ai buchi neri e, come vedremo tra breve, all'intero universo.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

## Sistema di riferimento in accelerazione

Come possiamo determinare se viviamo in un sistema di riferimento inerziale? Definiamo prima il termine. Un sistema (*di riferimento*) inerziale possiede due proprietà definite. La prima è che lunghezze e distanze misurate con un righello sono descritte dalla geometria euclidea. In altre parole, i righelli si comportano come usualmente fanno. In particolare, le distanze misurate contando quanti righelli devono essere utilizzati per congiungere due punti – le cosiddette *distanze righello* – si comportano normalmente. Per esempio esse obbediscono al teorema di Pitagora nel caso del triangolo rettangolo. La seconda proprietà di un sistema inerziale è che la velocità della luce è costante. In altre parole, due osservatori in quel sistema, indipendentemente dal loro tempo e dalla loro posizione, fanno la seguente osservazione: la frazione $c$ tra il doppio della distanze righello tra due punti e il tempo impiegato dalla luce per l'andata e il ritorno è sempre la stessa.

In altre parole, un sistema inerziale è quello in cui tutti gli orologi rimangono sempre sincronizzati e la cui geometria è euclidea. In particolare, in un sistema inerziale tutti gli osservatori aventi coordinate fisse rimangono sempre *in quiete* gli uni rispetto agli altri. Quest'ultima condizione, però, è più generale. Vi sono altre situazioni, non inerziali, in cui gli osservatori aventi coordinate fisse rimangono sempre in quiete gli uni rispetto agli altri.

I sistemi non inerziali, o *sistemi accelerati*, sono un concetto utile nella relatività speciale perché noi tutti viviamo in tale contesto. Possiamo usare la relatività speciale per descriverlo così come abbiamo usato la fisica galileiana all'inizio del nostro viaggio.

Un *sistema di riferimento* generale è una serie continua di osservatori che rimangono in quiete gli uni rispetto agli altri. In questo contesto, 'in quiete gli uni rispetto agli altri' significa che il tempo che occorre ad un segnale luminoso per andare da un osservatore all'altro e ritorno è costante riguardo al tempo o, equivalentemente, che la 'distanza righello' tra i due osservatori è costante. Ogni sistema di riferimento può anche essere chiamato una collezione *rigida* di osservatori. Ne deriva, pertanto, che un sistema generale di riferimento *non* è la stessa cosa di un sistema di coordinate; quest'ultimo non è solitamente rigido. Ma se tutti gli osservatori rigidi connessi hanno valori costanti di coordinate, parliamo allora di un *sistema rigido di coordinate*. Ovviamente, questi sono specialmente utili quando si deve descrivere un sistema di riferimento accelerato.*

Ref. 70

Notare che se due osservatori si muovono entrambi con velocità $\mathbf{v}$, come misurato in un qualche sistema *inerziale*, essi osservano che sono in quiete l'uno rispetto all'altro *solo* se questa velocità è *costante*. Di nuovo riscontriamo, come prima, che due persone legate tra loro da una corda a distanza tale che la corda risulti tesa, vedremo la corda rompersi (o perdere la tensione) se essi accelerano insieme a (o rallentano da) velocità relativistiche nello stesso modo identico. L'accelerazione relativistica richiede ragionamenti cauti.

Ref. 70

Sfida 116 na

---

Ref. 69

* Vi sono essenzialmente soltanto due altri tipi di sistemi di coordinate rigide, oltre ai sistemi inerziali:

— Il sistema $\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2 - c^2\mathrm{d}t^2(1 + g_k x_k/c^2)^2$ con accelerazione arbitraria, ma costante, dell'origine. L'accelerazione è $\mathbf{a} = -\mathbf{g}(1 + \mathbf{g}x/c^2)$.
— Il sistema di rotazione uniforme $\mathrm{d}s^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2 + 2\omega(-y\,\mathrm{d}x + x\,\mathrm{d}y)\mathrm{d}t - (1 - r^2\omega^2/c^2)\mathrm{d}t$. Qui l'asse $z$ è l'asse di rotazione e $r^2 = x^2 + y^2$.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

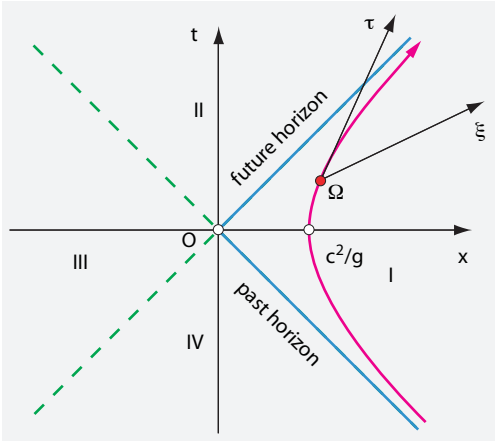



FIGURA 42 Il moto iperbolico di un osservatore Ω in accelerazione rettilinea, uniforme

Un osservatore che *sente* sempre la *stessa* forza si dice che è in *a*ccelerazione uniforme. Più precisamente, l'osservatore in accelerazione uniforme è un osservatore la cui accelerazione in ogni istante, misurata in un sistema inerziale rispetto al quale l'osservatore è in quiete *in quell'istante*, ha sempre lo stesso valore **B**. È importante notare che l'accelerazione uniforme *non* è uniformemente accelerata quando osservata continuamente dallo *stesso* sistema inerziale. Questa è un'importante differenza rispetto al caso galileiano.

Per il moto accelerato uniforme come appena definito, abbiamo bisogno di

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = -g^2 \tag{82}$$

Ref. 71 dove $g$ è una costante, indipendente dal tempo $t$. Il caso più semplice è il moto uniformemente accelerato che è anche *rettilineo*, cioè, per il quale l'accelerazione **a** è parallela a **v** in ogni istante e (quindi) per qualsiasi altro tempo. In questo caso possiamo scrivere,

Sfida 117 na usando i 3-vettori,

$$\gamma^3 \mathbf{a} = \mathbf{g} \quad \text{or} \quad \frac{\mathrm{d}\gamma \mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{g}\,. \tag{83}$$

Considerando come asse $x$ la direzione di cui stiamo parlando, e risolvendo per $v(t)$, abbiamo

$$v = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}\,, \tag{84}$$

dove si assume che $v(0) = 0$. Notiamo che per piccoli tempi abbiamo $v = gt$ e per tempi grandi $v = c$, come ci attendiamo. Il momento dell'osservatore accelerato aumen-

Sfida 118 na ta in modo lineare col tempo, di nuovo come ci attendiamo. Integrando, troviamo che l'osservatore accelerato si muove lungo il percorso

$$x(t) = \frac{c^2}{g}\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}\,, \tag{85}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

dove assumiamo che $x(0) = c^2/g$, al fine di mantenere semplice l'espressione. A causa di questo risultato, visualizzato nella figura 42, si dice che un osservatore in accelerazione uniforme e rettilinea è soggetto ad un *moto iperbolico*. Per tempi piccoli, la linea-mondo si riduce alla nota $x = gt^2/2 + x_0$, mentre per tempi grandi è $x = ct$, come atteso. Il moto è quindi uniformemente accelerato solo per il corpo che si muove, ma *non* per un osservatore esterno.

Il tempo proprio $\tau$ di un osservatore accelerato è in relazione con il tempo $t$ del sistema inerziale nel modo noto $\mathrm{d}t = \gamma \mathrm{d}\tau$. Usando l'espressione per la velocità $v(t)$ dell'equazione (84) abbiamo* Ref. 71, Ref. 72

$$t = \frac{c}{g} \sinh \frac{g\tau}{c} \quad \text{and} \quad x = \frac{c^2}{g} \cosh \frac{g\tau}{c} \tag{86}$$

per le relazioni tra tempo proprio $\tau$ ed il tempo $t$ e la posizione $x$ misurata dall'osservatore inerziale Romano. Incontreremo di nuovo questa relazione quando studieremo i buchi neri.

Tutto questo vi sembra noioso? Allora immaginate di accelerare su una moto a $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ per il tempo proprio $\tau$ di 25 anni. Questo vi porterebbe alla fine dell'universo conosciuto! Non varrebbe la pena di provare? Sfortunatamente, non esistono né moto né astronavi che possano accelerare così, perché il loro serbatoio sarebbe enorme. Può confermarlo? Sfida 119 n

Nel moto accelerato le coordinate si trasformano come

$$\begin{aligned} t &= (\frac{c}{g} + \frac{\xi}{c}) \sinh \frac{g\tau}{c} \\ x &= (\frac{c^2}{g} + \xi) \cosh \frac{g\tau}{c} \\ y &= v \\ z &= \zeta \,, \end{aligned} \tag{87}$$

dove $\tau$ ora è il tempo nel sistema di Greco. Notiamo anche che l'intervallo spazio-temporale $\mathrm{d}\sigma$ soddisfa

$$\mathrm{d}\sigma^2 = (1 + g\xi/c^2)^2 c^2 \mathrm{d}\tau^2 - \mathrm{d}\xi^2 - \mathrm{d}v^2 - \mathrm{d}\zeta^2 = c^2 \mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}x^2 - \mathrm{d}y^2 - \mathrm{d}z^2 \,, \tag{88}$$

e finchè per $\mathrm{d}\tau = 0$ le distanze sono date dal teorema di Pitagora, il sistema di riferimento di Greco risulta davvero rigido. Ref. 74

Dopo questa foresta di formule, vediamo una questione semplice, mostrata nella figura 42. L'osservatore inerziale Romano O vede l'osservatore Greco Ω partire con accelerazione $g$, ed andarsene lontano, secondo l'equazione (85). Cosa dice l'osservatore Greco del suo collega Romano? Con tutto quello che abbiamo imparato la risposta ora è

* Usate la vostra raccolta preferita di formule matematiche – ogni studente dovrebbe averne una – per dedurre ciò. Il *seno iperbolico* ed il *coseno iperbolico* sono definiti da $\sinh y = (\mathrm{e}^y - \mathrm{e}^{-y})/2$ e $\cosh y = (\mathrm{e}^y + \mathrm{e}^{-y})/2$. Ciò comporta che $\int \mathrm{d}y/\sqrt{y^2 + a^2} = \operatorname{arsinh} y/a = \operatorname{Arsh} y/a = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2})$. Ref. 73

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

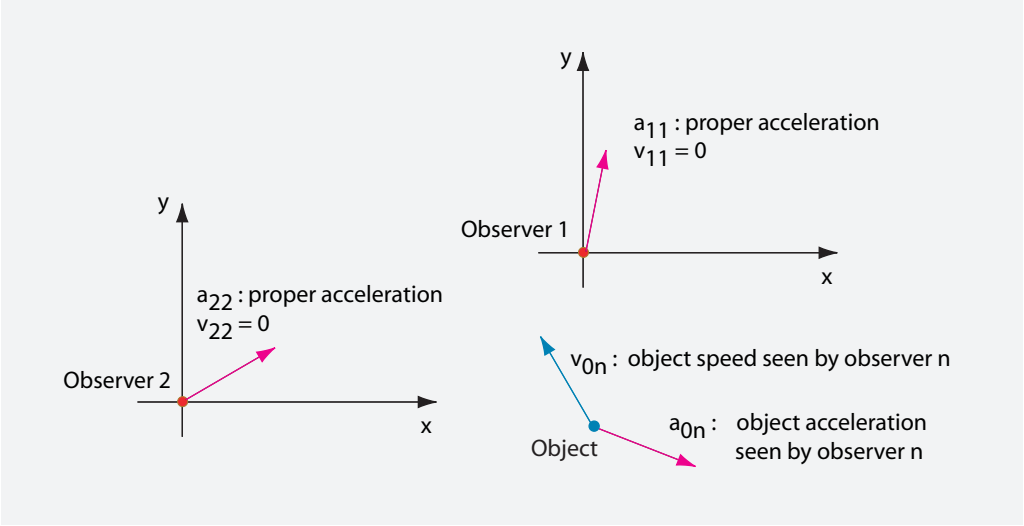



FIGURA 43 Le definizioni necessarie per dedurre la composizione del comportamento delle accelerazioni

semplice. In ogni punto della sua traiettoria Ω vede che O ha le coordinate $\tau = 0$ (può
Sfida 120 f confermarlo?), che significa che la distanza dall'osservatore Romano, dal punto di vista di Greco, è la stessa dell'intervallo spazio-temporale OΩ. Usando l'espressione (85),
Ref. 75 vediamo che questo è

$$d_{O\Omega} = \sqrt{\xi^2} = \sqrt{x^2 - c^2 t^2} = c^2/g \,, \tag{89}$$

che, sorprendentemente, è costante nel tempo! In altre parole, l'osservatore Greco dirà di rimanere ad una distanza sempre costante dall'osservatore Romano, in completo contrasto con quel che dice l'osservatore Romano. Cerca di provare questo strano risultato in un'altra maniera. Ne avremo bisogno successivamente per spiegare perché la Terra
Sfida 121 n non esplode. (Può spiegare come ciò è legato a questo risultato?)

Esploriamo un ultimo argomento: il *teorema della composizione per le accelerazioni*. la situazione è più complicata di quella per le velocità. Una buona spiegazione è stata pub-
Ref. 76 blicata da Mishra. Se chiamiamo $a_{nm}$ l'accelerazione del sistema $n$ vista dall'osservatore $m$, stiamo cercando di esprimere l'accelerazione $a_{01}$ di un oggetto come funzione del valore $a_{02}$ misurata dall'altro osservatore, l'accelerazione relativa $a_{12}$ e l'accelerazione propria $a_{22}$ dell'altro osservatore: vedi la figura 43. Qui stiamo studiando solo situazioni unidimensionali, dove tutti gli osservatori e tutti gli oggetti si muovono lungo un asse. (Per essere chiari, scriviamo anche $v_{11} = v$ e $v_{02} = u$). Nella fisica galileiana abbiamo la
Sfida 122 f relazione generale

$$a_{01} = a_{02} - a_{12} + a_{22} \tag{90}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

perché le accelerazioni si comportano in modo semplice. Nella relatività speciale si ha

$$a_{01} = a_{02}\frac{(1-v^2/c^2)^{3/2}}{(1-uv/c^2)^3} - a_{12}\frac{(1-u^2/c^2)(1-v^2/c^2)^{-1/2}}{(1-uv/c^2)^2} + a_{22}\frac{(1-u^2/c^2)(1-v^2/c^2)^{3/2}}{(1-uv/c^2)^3} \tag{91}$$

Sfida 123 na e ora può divertirsi a provarla.

Pag. 54 Può determinare come il tasso di accelerazione rientra nella definizione della massa Sfida 124 na nella relatività speciale?

## Orizzonte degli eventi

Vi sono molte proprietà sorprendenti nel moto accelerato. Di particolare interesse è la traiettoria nelle coordinate $\xi$ e $\tau$ del sistema rigidamente accelerato, di un oggetto posto Sfida 125 na al punto di partenza $x = x_0 = c^2/g$ a tutto il tempo $t$. Si hanno le due relazioni*

$$\begin{aligned} \xi &= -\frac{c^2}{g}(1 - \operatorname{sech}\frac{g\tau}{c}) \\ \mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\tau &= -c \operatorname{sech}\frac{g\tau}{c}\tanh\frac{g\tau}{c} \,. \end{aligned} \tag{93}$$

Queste equazioni sono strane. Per tempi lunghi $\tau$ la coordinata $\xi$ si avvicina al valore limite $-c^2/g$ e $\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\tau$ si avvicina a zero. La situazione è simile a quella di un' automobile che accelera allontanandosi da, poniamo, una donna che si trova lungo la strada. Vista dal guidatore, la donna si allontana; ma, dopo poco, la sola cosa che il guidatore nota è che lei si avvicina lentamente all'orizzonte. Nella fisica galileiana sia il guidatore che la donna sulla strada vedono l'altro avvicinarsi all'orizzonte; nella relatività speciale, solo l'osservatore accelerato fa questa osservazione.

Un grafico di questa situazione chiarisce il risultato. Nella figura 44 possiamo vedere che la luce emessa da ogni evento posto nelle regioni II e III non può raggiungere l'osservatore Greco. Tali eventi gli sono nascosti e non può osservarli. Abbastanza stranamente, però, la luce dall' osservatore Greco *può* raggiungere la regione II. Il confine tra la parte che può essere osservata e quella che invece non può, è *chiamata orizzonte degli eventi*. Nella relatività, gli orizzonti degli eventi agiscono come porte a senso unico per la luce ed altri segnali. Per completezza, il grafico mostra anche l'orizzonte degli eventi del passato. Sfida 126 na Può confermare che gli orizzonti degli eventi sono *neri*?

Così, non tutti gli eventi osservati in un sistema di riferimento inerziale possono essere osservati in un sistema di riferimento uniformemente accelerato. I sistemi di riferimento accelerati producono orizzonti degli eventi alla distanza $-c^2/g$. Per esempio, una persona ferma in piedi non può mai vedere oltre i suoi piedi.

* Le funzioni che appaiono sopra, la *secante iperbolica* e la *tangente iperbpolica*, sono definite usando l'espressione che si trova nella nota a piè di pagina pagina 79:

$$\operatorname{sech}\ y = \frac{1}{\cosh\ y} \quad \text{and} \quad \tanh\ y = \frac{\sinh\ y}{\cosh\ y} \,. \tag{92}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

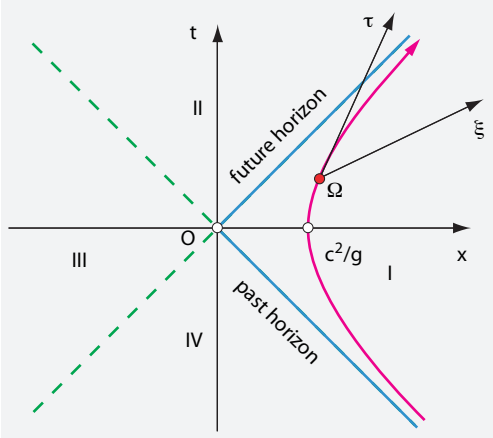



FIGURA 44 Moto iperbolico ed orizzonti degli eventi

Stando così le cose, è vero che un raggio di luce non è in grado di raggiungere un Sfida 127 n osservatore in moto iperbolico, se l'osservatore ha un sufficiente vantaggio in partenza?

Qui abbiamo un'ulteriore sfida che prepara alla relatività generale. Qual'è la *forma* Sfida 128 n dell'orizzonte degli eventi vista da un osservatore in accelerazione uniforme?

## L'accelerazione cambia i colori

Abbiamo visto precedentemente che un'osservatore in moto vede colori differenti dall'osservatore che ha inviato il fascio di luce. Finora abbiamo discusso questo cambiamento di colore, o effetto Doppler, solo dal punto di vista del moto inerziale. Per i sistemi in accelerazione la situazione è ancora più strana: chi manda e chi riceve il fascio di Ref. 71, Ref. 77 luce non concordano sul colore neppure se sono in *quiete* l'uno rispetto all'altro. Infatti, se la luce viene emessa nella direzione dell'accelerazione, la formula per l'intervallo spazio-temporale dà

$$\mathrm{d}\sigma^2 = \left(1 + \frac{g_0 x}{c^2}\right)^2 c^2 \mathrm{d}t^2 \tag{94}$$

in cui $g_0$ è l'accelerazione propria di un osservatore posto in $x = 0$. Possiamo dedurre Sfida 129 na in modo semplice che

$$\frac{f_\mathrm{r}}{f_\mathrm{s}} = 1 - \frac{g_\mathrm{r} h}{c^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{g_\mathrm{s} h}{c^2}\right)} \tag{95}$$

dove $h$ è la distanza righello tra la sorgente ed il ricevente, e dove $g_\mathrm{s} = g_0/(1 + g_0 x_\mathrm{s}/c^2)$ e $g_\mathrm{r} = g_0/(1 + g_\mathrm{o} x_\mathrm{r}/c^2)$ sono le accelerazioni proprie misurate alla sorgente ed al ricevente. In breve, la frequenza della luce diminuisce quando la luce si muove in direzione dell'accelerazione. Può questo avere effetto sui colori degli alberi lungo la loro estensione Sfida 130 n verticale?

La formula solitamente data, cioè

$$\frac{f_\mathrm{r}}{f_\mathrm{s}} = 1 - \frac{gh}{c^2}\,, \tag{96}$$

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

è corretta solo approssimativamente. Nei sistemi di riferimento accelerati, dobbiamo fare attenzione al significato di ogni quantità. Per le accelerazioni con cui abbiamo a che fare ogni giorno, comunque, le differenze tra le due formule sono trascurabili. Può confermarlo?

Sfida 131 na

## Può la luce muoversi più veloce di *c*?

Quale velocità della luce misura un osservatore in accelerazione? Usando l'espressione precedente (96), un osservatore in accelerazione deduce che

$$v_{\text{light}} = c\,(1 + \frac{gh}{c^2}) \tag{97}$$

che è maggiore di $c$ per la luce che si muove di fronte o 'sopra' di lui ed è inferiore a $c$ per la luce che si muove dietro o 'sotto' di lui. Questo strano risultato deriva da una proprietà basilare di ogni sistema di riferimento in accelerazione. In questo sistema, anche se tutti gli osservatori sono in quiete gli uni rispetto agli altri, gli orologi *non* rimangono sincronizzati. Questo cambiamento della velocità della luce è stato confermato in esperimenti. * Quindi, la velocità della luce è invariante solo quando essa è definita come $c = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, *e* se $\mathrm{d}x$ viene misurato con un righello posto in un punto *compreso* nell'intervallo $\mathrm{d}x$, *e* se $\mathrm{d}t$ viene misurato con un orologio che viene guardato *durante* l'intervalo $\mathrm{d}t$. In altre parole, la velocità della luce è invariante solamente se misurata localmente.

Se invece la velocità della luce viene definita come $\Delta x/\Delta t$, o se il righello che misura le distanze o l'orologio che misura i tempi sono posti *lontani* dalla luce che si propaga, la velocità della luce risulta differente da $c$ per ogni osservatore in accelerazione! Questo è lo stesso effetto che si può provare allorché si ruota sul proprio asse di notte: la velocità delle stelle che si osservano può essere molto maggiore della velocità della luce. In breve, *c è la velocità della luce solo relativa a materia* in prossimità.

Notare che questo non significa che segnali o energia possono muoversi più veloce di $c$. Può verificare questo fatto da solo?

Sfida 132 n

Però tutti questi effetti sono trascurabili per distanze $l$ che sono molto inferiori a $c^2/a$. Per un'accelerazione di $9.5\,\mathrm{m/s^2}$ (all'incirca quella della caduta libera), le distanze dovrebbero essere dell'ordine di un anno luce, ovvero $9.5 \cdot 10^{12}\,\mathrm{km}$, per avere un qualche effetto osservabile.

Sappiamo che la gravità che sperimentiamo quotidianamente è equivalente ad un'accelerazione costante. Allora, perché gli oggetti lontani, come per esempio le stelle, non si muovono più veloci della luce, secondo quanto previsto dall'espressione (97)?

Sfida 133 n

## Qual'è la velocità della luce?

Abbiamo visto che la velocità della luce, secondo la definizione comune, è data da $c$ solo se l'osservatore è inerziale o se l'osservatore misura la velocità di un raggio di luce che gli passa vicino (piuttosto che a distanza). In breve, la velocità della luce deve essere misurata localmente. Questa condizione, però, non elimina ancora tutte le sottigliezze.

Pag. ??

* Il ritardo di propagazione che sarà discusso nel capitolo sulla relatività generale può essere considerato come una conferma di questo effetto.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

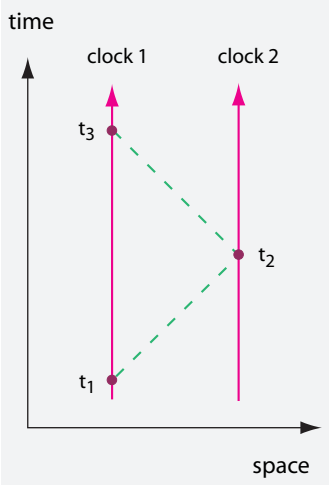



FIGURA 45 Orologi e la misura della velocità della luce come velocità di 'andata-ritorno'

Si dimentica spesso un punto importante. Solitamente, la lunghezza viene misurata dal tempo che la luce impiega a viaggiare. In questo caso la velocità della luce è *ovviamente* invariante. Ma come si può verificare questa invarianza? Bisogna eliminare la misura delle lunghezze. Il modo più semplice per realizzare questa necessità è di riflettere la luce con uno specchio, come mostrato nella figura 45. La costanza della luce implica che se la luce va avanti e indietro per un tratto, gli orologi posti ai due estremi misureranno tempi dati da

$$t_3 - t_1 = 2\,(t_2 - t_1)\,. \tag{98}$$

Qui si assume che gli orologi sono stati sincronizzati secondo quanto prescritto a pagina 42. Se il fattore non fosse esattamente due, la velocità della luce non sarebbe costante. In effetti, tutti gli esperimenti eseguiti fino ad ora hanno portato ad un fattore due, entro l'errore della misura.

Sfida 134 n

Questo risultato viene talora espresso dicendo che è impossibile misurare la *velocità della luce di sola andata*; solo la *velocità della luce di andata e ritorno* è misurabile. È d'accordo?*

* I problemi della velocità della luce di sola andata sono stati discussi per lungo tempo. È stato spesso argomentato che un fattore diverso da due, che porterebbe ad una velocità della luce diversa se misurata su un solo tragitto o su due tragitti, non può essere provato sperimentalmente nel caso che la velocità su due tragitti rimane $c$ per tutti gli osservatori.

Molti esperimenti sulla velocità della luce lungo un solo tragitto vengono spiegati e discussi da Zhang nella Ref. 24. Zhang dice nel suo sommario a pagina 171 che la velocità della luce lungo un solo tragitto è indipendente dalla sorgente della luce; comunque, nessun esperimento mostra davvero che essa è uguale alla velocità della luce lungo due tragitti. Per di più, quasi tutti i cosiddetti esperimenti 'lungo un solo tragitto' sono in effetti esperimenti 'lungo due tragitti' ancora nascosti (vedi la sua pagina 150).

Ref. 78

Ref. 79

Nel 2004 Hans Ohanian ha dimostrato che la questione può essere risolta discutendo su come potrebbe agire sulla dinamica una velocità della luce lungo un solo tragitto non-standard. Egli ha mostrato che la velocità della luce lungo un solo tragitto non-standard introduce pseudo-accelerazioni e pseudo-forze (simili all'accelerazione e alla forza di Coriolis); finché queste pseudo-accelerazioni e psuedo-forze non saranno osservate, la velocità della luce lungo un solo tragitto sarà uguale alla velocità della luce lungo due tragitti.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

## Limiti della lunghezza dei corpi solidi

Un oggetto solido comune si rompe quando una sua qualche parte si muove rispetto ad un'altra parte ad una velocità maggiore del suono $c$ per quel materiale.* Per esempio, quando un oggetto cade sul pavimento e la sua parte frontale è fermata entro una distanza $d$, l'oggetto si rompe quando

$$\frac{v^2}{c^2} \geqslant \frac{2d}{l} \,. \tag{99}$$

In questo modo si può constatare che possiamo evitare di rompere un oggetto fragile impacchettandolo in un involucro di gommapiuma (che aumenta la distanza di arresto) avente spessore più o meno uguale alle dimensioni dell'oggetto. Questo spiega perché le scatole che contengono regali sono generalmente molto più grande del loro contenuto!

Il limite di rottura può anche essere descritto in maniera differente. Per evitare la rottura, l'accelerazione $a$ di un corpo solido con lunghezza $l$ deve obbedire a

$$la < c^2 \,, \tag{100}$$

dove $c$ è la velocità del suono, che è la velocità limite per il materiale di cui è costituito l'oggetto. Vediamo ora di ripetere l'argomento nell'ambito della relatività usando la velocità della luce al posto di quella del suono. Immaginiamo di accelerare la parte anteriore di un corpo solido con una accelerazione *propria* $a$. La parte posteriore non può muoversi con un'accelerazione $\alpha$ uguale o maggiore dell'infinito o, in altre parole, non si può muovere più veloce della luce. Una rapida verifica mostra che la lunghezza $l$ di un corpo solido deve obbedire a

Ref. 80

Sfida 135 n

$$l\alpha < c^2/2 \,, \tag{101}$$

dove $c$ è la velocità della luce. Dunque la velocità della luce limita la dimensione dei corpi solidi. Per esempio, per 9.8 m/s$^2$, che è pressappoco l'accelerazione di una buona motocicletta, questa espressione dà una lunghezza massima di 9.2 Pm, circa un anno luce. Non è un grosso limite: la maggior parte delle motociclette sono più corte.

C'è un'altra e più interessante questione. La più grande accelerazione raggiungibile oggi viene prodotta negli acceleratori di particelle. I nuclei atomici hanno una dimensione di pochi femtometri. Può calcolare a quali energie si rompono quando vengono fatti collidere l'uno contro l'altro in un acceleratore? In effetti, all'interno di un nucleo, i nucleoni si muovono con accelerazione dell'ordine di $v^2/r \approx \hbar^2/m^2r^3 \approx 10^{31}$ m/s$^2$; questo è uno dei valori più grandi trovato in natura.

Sfida 136 na

Notare che la fisica galileiana e la relatività portano ad una conclusione simile: una velocità limitante, sia essa del suono o della luce, rende impossibile per i corpi solidi essere *rigidi*. Quando spingiamo l'estremità di un corpo, l'altra estremità si muove un pò più tardi.

* La velocità (longitudinale) del suono è circa 5.9 km/s per il vetro, ferro o acciaio; circa 4.5 km/s per l'oro e circa 2 km/s per il piombo. Altre velocità del suono sono riportate a pagina **??**.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Ecco ora un quesito: la velocità limite implica una 'relazione di indeterminatezza' relativistica

$$\Delta l \, \Delta a \geqslant c^2 \tag{102}$$

Pag. ?? per l'indeterminatezza di lunghezza ed accelerazione?

Cosa significa tutto ciò per le dimensioni delle particelle elementari? Prendete due elettroni separati da una distanza $d$ e chiamate la loro dimensione $l$. L'accelerazione dovuta alle repulsione elettrostatica porta quindi ad un limite massimo per le loro dimensioni dato dalla formula Sfida 137 na

$$l < \frac{4\pi\varepsilon_0 c^2 d^2 m}{e^2} \,. \tag{103}$$

Più gli elettroni possono avvicinarsi, più piccoli devono essere. Il limite sperimentale attuale da una dimensione più piccola di $10^{-19}$ m. Ma gli elettroni potrebbero essere esattamente puntiformi? Torneremo su questa questione quando ci occuperemo della relatività generale e della teoria dei quanti.

## LA RELATIVITÀ SPECIALE IN QUATTRO FRASI

Questo capitolo della nostra ascensione della Montagna del Moto può essere rapidamente riassunta.

— Tutti gli osservatori inerziali riscontrano che vi è un'unica, perfetta velocità in natura, detta anche velocità di energia massima comune, che è realizzata dal moto di ogni tipo di radiazione priva di massa, come la luce o i segnali radio, ma che non può essere raggiunta material systems da corpi materiali.
— In conseguenza, sebbene lo spazio-tempo sia identico per tutti gli osservatori, i tempi e le lunghezze variano invece da un osservatore all'altro, secondo quanto descritto dalle trasformazioni di Lorentz (13) e (14) e come ampiamente confermato dagli esperimenti.
— Le collisioni dimostrano che una velocità massima comporta che la massa è energia concentrata e che l'energia totale di un corpo è data da $E = \gamma mc^2$, come confermato da tutti i dati sperimentali.
— Applicati agli oggetti accelerati, questi risultati conducono a numerose conseguenze contro-intuitive come ad esempio il paradosso dei gemelli, la comparsa di orizzonti degli eventi e la comparsa di *tachioni* a vita breve nelle collisioni.

La relatività speciale dimostra che il moto, anche se limitato nella velocità, è relativo, definito usando la propagazione della luce, conservato, reversibile e deterministico.

### PUÒ VARIARE LA VELOCITÀ DELLA LUCE?

La velocità della luce è la velocità limite di ogni energia in natura. Assumendo che la luce sia completamente priva di massa, potrebbe variare la velocità della luce da luogo a luogo, o con il trascorrere del tempo? Questa domanda insidiosa fa ancora ammattire molti fisici. La prima risposta è solitamente un forte: Sì, certamente! Guardiamo cosa

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

accade quando si modifica *c* nelle formule. (Infatti, vi sono stati anche dei tentativi di costruire teorie della velocità della luce variabile). Però questa risposta è sbagliata.

Poiché la velocità della luce rientra nella nostra definizione di tempo e di spazio, entra anche, sebbene non lo notiamo, nella costruzione di tutti i righelli, in tutte le unità di misura e in tutti gli strumenti di misura. Pertanto non vi è modo di accertare se il valore varia. Nessun esperimento immaginabile può rilevare una variazione della velocità limite, perché è proprio la velocità limite a rappresentare la base di tutte le misure. Sfida 138 n 'Questa è crudeltà mentale', potresti pensare. 'Tutti gli esperimenti mostrano che la velocità della luce è invariante; abbiamo dovuto sorbirci un risultato contro-intuitivo dopo l'altro per accettare l'invarianza della velocità della luce, ed ora dobbiamo anche ammettere che non vi è altra scelta?' Sì, è proprio così. Questa è l'ironia dei progressi in fisica. L'invarianza (rispetto all' osservatore) della velocità della luce è contro-intuitiva e lascia frastornati quando si fa il confronto con la perdita dell'invarianza nella vita di tutti i giorni, cioè con le velocità galileiane. Ma se teniamo in contro il fatto che tutte le misure della velocità – che ci piaccia o no – vengono confrontate con la velocità della luce, non dovremmo rimanere stupiti dall'invarianza della velocità della luce; piuttosto, dovremmo rimanere stupiti dalle strane proprietà delle *piccole* velocità.

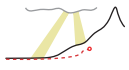
In sostanza, non è possibile *per principio* accertare l'invarianza di uno standard. In altre parole, il vero aspetto sorprendente della relatività non è l'invarianza di *c* ma la scomparsa di *c* dalle formule che riguardano il moto di tutti i giorni.

## Cosa succede a velocità prossime a quella della luce?

Man mano che ci avviciniamo alla velocità della luce, le quantità nelle trasformazioni di Lorentz divergono. Una divisione per zero è impossibile: infatti né le masse né gli osservatori possono muoversi alla velocità della luce. Però questa è solo metà della storia.

Nulla di ciò che è osservabile può diventare infinito. Avvicinandoci il più possibile alla velocità della luce, anche la relatività speciale non può essere corretta. A contrazioni di Lorentz estremamente grandi, non c'è modo di ignorare la curvatura dello spazio-tempo; in questi casi bisogna tener contro della gravitazione. In più, vicino all'orizzonte non vi è modo di ignorare le fluttuazioni della velocità e la posizione; in questi casi bisogna tener conto della teoria dei quanti. L'esplorazione di queste due limitazioni definiscono i prossimi due livelli della nostra ascensione della Montagna del Moto.

All'inizio della nostra avventura, durante l'esplorazione della fisica galileiana, dopo aver definito i concetti di base di velocità, spazio e tempo, abbiamo rivolto la nostra attenzione alla gravitazione. L'invarianza della velocità della luce ci ha costretti a cambiare questi concetti di base. Ora torniamo ad occuparci della gravitazione alla luce di questa invarianza.



Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

# BIBLIOGRAFIA

> A man will turn over half a library to make one book.
>
> Samuel Johnson*


**1** Aristotle, On sense and the sensible, sezione 1, parte 1, 350 a.e.v.. Citato in Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991. Cited on page 13.

**2** Anonimo, Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences, *Journal des Scavans* pp. 233–236, 1676. Un riassunto in inglese si trova in O. C. Rømer, A demonstration concerning the motion of light, *Philosophical Transactions of the Royal Society* **136**, pp. 893–894, 1677. I due lavori sono acessibili su dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html. Cited on page 15.

**3** F. Tuinstra, Rømer and the finite speed of light, *Physics Today* **57**, pp. 16–17, December 2004. Cited on page 15.

**4** La storia della misura della velocità della luce può essere trovata nel capitolo 19 del testo di Francis A. Jenkins & Harvey E. White, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957. Cited on page 15.

**5** Sul modo per effettuare queste misure, vedi Sydney G. Brewer, *Do-it-yourself Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988. Kepler non ha mai misurato personalmente le distanze dei pianeti dal Sole, ma solo *i rapporti* tra le distanze planetarie. La parallasse del Sole da due punti della Terra è al massimo $8.79''$; essa è stata misurata per la prima volta nel diciottesimo secolo. No citations.

**6** Aristarco di Samo, On the sizes and the distances of the Sun and the Moon, *c.* 280 a.e.v., in Michael J. Crowe, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990. Cited on page 16.

**7** J. Frercks, Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light, *Centaurus* **42**, pp. 249–287, 2000. Vedi anche il bel sito web sulle ricostruzioni degli esperimenti scientifici storici a www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten. Cited on page 17.

**8** Il metodo usato per fotografare un raggio di luce con una macchina fotografica comune, senza alcun aiuto elettronico, è descritto da M. A. Duguay & A. T. Mattick, Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes, *Applied Optics* **10**, pp. 2162–2170, 1971. La fotografia a pagina pagina 17 è ripresa da questo lavoro. Cited on page 17.


* 'Un uomo è capace di rivoltare la metà di una biblioteca per scrivere un libro.' Samuel Johnson (1709–1784), famoso poeta e intellettuale inglese.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

**9** Si possono imparare le basi della relatività speciale con l'aiuto del web, senza alcun libro, all'indirizzo physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html come punto d'inizio. Questa pagina cita la maggior parte delle fonti sulla relatività in lingua inglese riscontrabili sul web. I link in altre lingue possono essere trovate coi motori di ricerca. Cited on page 18.

**10** Le osservazioni di corpi celesti che emettono raggi gamma mostrano che la velocità della luce non dipendono dalla velocità del lampo più di una parte su $10^{20}$, come dimostrato da K. Brecher, *Bulletin of the American Physical Society* **45**, 2000. Egli presume che entrambi i lati del corpo celeste emettono luce. La grande differenza di velocità e la brevità del pulso portano a questo risultato. Vedi anche il precedente lavoro K. Brecher, Is the speed of light independent of the source?, *Physics Letters* **39**, pp. 1051–1054, Errata 1236, 1977. Misurare la velocità della luce mediante il rapido movimento delle stelle è un altro metodo. Alcuni di questi esperimenti non sono, comunque, completamente inattaccabili. Vi è una teoria elettrodinamica competitiva, dovuta a Ritz, che sostiene che la velocità della luce è $c$ solo quando essa viene misurata rispetto alla fonte; la luce delle stelle, comunque, passa attraverso l' atmosfera e la sua velocità può essere pertanto ridotta a $c$.

Il famoso esperimento con la luce emessa da pioni veloci effettuato al CERN non è soggetto a questa critica. Esso è descritto in T. Alvèger, J. M. Bailey, F. J. M. Farley, J. Kjellman & I. Wallin, Test of the second postulate of relativity in the GeV region, *Physics Letters* **12**, pp. 260–262, 1964. See also T. Alvèger & al., Velocity of high-energy gamma rays, *Arkiv för Fysik* **31**, pp. 145–157, 1965.

Un altro esperimento molto preciso a velocità estremamente elevate è descritto da G. R. Kalbfleisch, N. Baggett, E. C. Fowler & J. Alspector, Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities, *Physical Review Letters* **43**, pp. 1361–1364, 1979. Cited on page 18.

**11** Vedi C. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Revised edition, Cambridge University Press, 1993. Cited on pages 19 and 24.

**12** B. E. Schaefer, Severe limits on variations of the speed of light with frequency, *Physical Review Letters* **82**, pp. 4964–4966, 21 June 1999. Cited on page 19.

**13** L'inizio della moderna teoria della relatività è il famoso scritto di Albert Einstein, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik* **17**, pp. 891–921, 1905. Vale ancora la pena di leggerlo, ed ogni fisico dovrebbe averlo fatto. Lo stesso si può dire del famoso lavoro, probabilmente scritto dopo aver sentito dell'idea di Olinto De Pretto, che si trova in Albert Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhèngig?, *Annalen der Physik* **18**, pp. 639–641, 1905. Vedi anche la recensione Albert Einstein, Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen, *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik* **4**, pp. 411–462, 1907. Questi lavori sono oggi consultabili in diverse lingue. Una recensione successiva, non pubblicata, è disponibile in facsimile con traduzione in inglese in Albert Einstein, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. Cited on pages 19, 21, and 63.

**14** Albert Einstein, *Mein Weltbild*, edited by Carl Selig, Ullstein Verlag, 1998. Cited on page 20.

**15** Jean van Bladel, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984. Cited on page 19.

**16** Albrecht Fölsing, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp p. 237, 1993. Cited on pages 21 and 32.

**17** R. J. Kennedy & E. M. Thorndike, Experimental establishment of the relativity of time, *Physical Review* **42**, pp. 400–418, 1932. See also H. E. Ives & G. R. Stilwell, An experimental study of the rate of a moving atomic clock, *Journal of the Optical Society*

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

*of America* **28**, pp. 215–226, 1938, and **31**, pp. 369–374, 1941. Per una versione più moderna di alta precisione vedi C. Braxmeier, H. Müller, O. Pradl, J. Mlynek, A. Peters & S. Schiller, New tests of relativity using a cryogenic optical resonator, *Physical Review Letters* **88**, p. 010401, 2002. I risultati più recenti si trobano in P. Antonini, M. Okhapkin, E. Göklü & S. Schiller, Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators, *Physical Review A* **71**, p. 050101, 2005, or arxiv.org/abs/gr-qc/0504109. Vedi anche P. Antonini, M. Okhapkin, E. Göklü & S. Schiller, Reply to "Comment on 'Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators' ", *Physical Review A* **72**, p. 066102, 2005. Cited on page 22.

**18** Edwin F. Taylor & John A. Wheeler, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. See also Nick M. J. Woodhouse, *Special Relativity*, Springer, 2003. Cited on pages 21 and 71.

**19** Wolfgang Rindler, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. Un bel libro da uno dei maestri della materia. Cited on pages 21 and 76.

**20** Il rallentamento della velocità della luce all'interno delle stelle è dovuto al frequente scattering dei fotoni causato dalla materia della stella. La stima più comune per il tempo di fuga dal Sole è tra 40 000 e 1 milione di anni, ma si trovano anche stime tra 17 000 e 50 milioni di anni. Cited on page 22.

**21** L. Vestergaard Hau, S. E. Harris, Z. Dutton & C. H. Behroozi, Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas, *Nature* **397**, pp. 594–598, 1999. See also **?**. Cited on page 22.

**22** Il metodo per spiegare la relatività speciale tracciando alcune righe su un foglio è dovuto a Hermann Bondi, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. Vedi anche Dierck-Ekkehard Liebscher, *Relativitètstheorie mit Zirkel und Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991. Cited on page 23.

**23** Rod S. Lakes, Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential, *Physical Review Letters* **80**, pp. 1826–1829, 1998. La velocità della luce è indipendente dalla frequenza di un fattore inferiore a $6 \cdot 10^{-21}$, come dimostrato da studi sui raggi gamma da B. E. Schaefer, Severe limits on variations of the speed of light with frequency, *Physical Review Letters* **82**, pp. 4964–4966, 1999. Cited on page 25.

**24** Una panoramica sui risultati sperimentali è data in Yuan Zhong Zhang, *Special Relativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998. Cited on pages 25, 31, 42, 56, 84, and 92.

**25** R. W. McGowan & D. M. Giltner, New measurement of the relativistic Doppler shift in neon, *Physical Review Letters* **70**, pp. 251–254, 1993. Cited on page 26.

**26** Il record attuale di sincronizzazione di orologi sembra essere 1 ps per due orologi distanti tra loro 3 km. Vedi A. Valencia, G. Scarcelli & Y. Shih, Distant clock synchronization using entangled photon pairs, *Applied Physics Letters* **85**, pp. 2655–2657, 2004, or arxiv.org/abs/quant-ph/0407204. Cited on page 27.

**27** J. Frenkel & T. Kontorowa, Über die Theorie der plastischen Verformung, *Physikalische Zeitschrift der Sowietunion* **13**, p. 1, 1938. F. C. Frank, On the equations of motion of crystal dislocations, *Proceedings of the Physical Society A* **62**, pp. 131–134, 1949. J. Eshelby, Uniformly moving dislocations, *Proceedings of the Physical Society A* **62**, pp. 307–314, 1949. See also G. Leibfried & H. Dietze, *Zeitschrift für Physik* **126**, p. 790, 1949. Un'introduzione generale può essere trovata in A. Seeger & P. Schiller, Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals, *Physical Acoustics* **3A**, W. P. Mason, ed., Academic Press, 1966. Vedi anche i testi di Frank R. N. Nabarro, *Theory of Cry-*

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

*stal Dislocations*, Oxford University Press, 1967, or J. P. Hirth & J. Lothe, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, 1968. Cited on page 28.

**28** Questo bel grafico è ripreso da Z. G. T. Guiragossian, G. B. Rothbart, M. R. Yearian, R. Gearhart & J. J. Murray, Relative velocity measurements of electrons and gamma rays at 15 GeV, *Physical Review Letters* **34**, pp. 335–338, 1975. Cited on page 29.

**29** Per trovare altri dati riguardo ai cosidetti crackpots, e le loro idee, manda un email ao majordomo@zikzak.net scrivendo nel testo 'subscribe psychoceramics'. Cited on page 29.

**30** La velocità dei neutrini è la stessa di quella della luce fino alla nona cifra decimale. Questo è spiegato da Leo Stodolsky, The speed of light and the speed of neutrinos, *Physics Letters B* **201**, p. 353, 1988. Il riscontro di una piccola massa del neutrino è stata pubblicata dalla collaborazione giapponese Super-Kamiokande, in Y. Fukuda & al., Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos, *Physical Review Letters* **81**, pp. 1562–1567, 1998. I risultati più recenti pubblicati dal Canadian Sudbury Neutrino Observatory, come Q. R. Ahmad & al., Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory, *Physical Review Letters* **89**, p. 011301, 2002, confermano che i neutrini hanno una massa dell'ordine di 1 eV. Cited on page 30.

**31** B. Rothenstein & G. Eckstein, Lorentz transformations directly from the speed of light, *American Journal of Physics* **63**, p. 1150, 1995. Vedi anche il commento di E. Kapuścik, Comment on "Lorentz transformations directly from the speed of light" by B. Rothenstein and G. Eckstein, *American Journal of Physics* **65**, p. 1210, 1997. Cited on page 31.

**32** Vedi le letture del 1922 di Lorentz al Caltech, pubblicate come H. A. Lorentz, *Problems of Modern Physics*, edito da H. Bateman, Ginn and Company, page 99, 1927. Cited on page 31.

**33** A. A. Michelson & E. W. Morley, On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether, *American Journal of Science (3rd series)* **34**, pp. 333–345, 1887. Michelson pubblicò molti altri studi su questo argomento. Cited on page 31.

**34** S. Schiller, P. Antonini & M. Okhapkin, A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities, arxiv.org/abs/physics/0510169. Cited on page 31.

**35** H. A. Lorentz, De relative beweging van de aarde en dem aether, *Amst. Versl.* **1**, p. 74, 1892, and also H. A. Lorentz, Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, *Amst. Proc.* **6**, p. 809, 1904, or *Amst. Versl.* **12**, p. 986, 1904. Cited on page 35.

**36** Una smentita generale di tali proposte è discussa da S. R. Mainwaring & G. E. Stedman, Accelerated clock principles, *Physical Review A* **47**, pp. 3611–3619, 1993. Esperimenti sui *muoni* presso il CERN in 1968 dimostrano che *accelerazioni* fino a $10^{20}$ m/s$^2$ non hanno alcun effetto, come spiegato da by D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, or by J. Bailey & al., *Il Nuovo Cimento* **9A**, p. 369, 1972. Cited on page 35.

**37** W. Rindler, General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory, *American Journal of Physics* **62**, pp. 887–893, 1994. Cited on page 36.

**38** Steven K. Blau, Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?, *American Journal of Physics* **66**, pp. 179–185, 1998. Cited on page 38.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

**39** Sulla formulazione 'propria' della relatività, vedi per esempio D. Hestenes, Proper particle mechanics, *Journal of Mathematical Physics* **15**, pp. 1768–1777, 1974. Cited on page 39.

**40** Il semplice esperimento di mettere un orologio molto preciso su un aereo, farlo volare intorno al mondo e poi confrontarlo con uno identico lasciato a terra fu effettuato per la prima volta da J. C. Hafele & R. E. Keating, Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains, *Science* **177**, pp. 166–167, e Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains, pp. 168–170, 14 July 1972. Vedi anche Ref. 24. Cited on page 39.

**41** Una gradevole introduzione alla variazione del tempo in rapporto agli osservatori, e alla teoria della relatività, è Roman U. Sexl & Herbert Kurt Schmidt, *Raum-Zeit-Relativitèt*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991. Cited on page 39.

**42** Il più famoso è il risultato che i muoni in moto rimangono più giovani, come dimostrato per esempio da D. H. Frisch & J. B. Smith, Measurement of the relativistic time dilatation using $\mu$-mesons, *American Journal of Physics* **31**, pp. 342–355, 1963. Per una completa e pedagogica spiegazione del paradosso dei gemelli, vedi E. Sheldon, Relativistic twins or sextuplets?, *European Journal of Physics* **24**, pp. 91–99, 2003. Cited on page 40.

**43** Paul J. Nahin, *Time Machines – Time Travel in Physics, Metaphysics and Science Fiction*, Springer Verlag and AIP Press, second edition, 1999. Cited on page 41.

**44** Il primo esperimento con muoni fu B. Rossi & D. B. Hall, Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum, *Physical Review* **59**, pp. 223–228, 1941. 'Mesotron' era il vecchio nome del muone. Cited on page 41.

**45** A. Harvey & E. Schucking, A small puzzle from 1905, *Physics Today*, pp. 34–36, March 2005. Cited on page 42.

**46** W. Rindler, Length contraction paradox, *American Journal of Physics* **29**, pp. 365–366, 1961. Per una variante senza gravitazione, vedi R. Shaw, Length contraction paradox, *American Journal of Physics* **30**, p. 72, 1962. Cited on page 43.

**47** van Lintel & C. Gruber, The rod and hole paradox re-examined, *European Journal of Physics* **26**, pp. 19–23, 2005. Cited on page 44.

**48** Questa situazione è discussa da G. P. Sastry, Is length contraction paradoxical?, *American Journal of Physics* **55**, 1987, pp. 943–946. Questo lavoro comprende anche un'estesa lista di studi sulle varianti dei paradossi sulla contrazione delle lunghezze. Cited on page 44.

**49** S. P. Boughn, The case of the identically accelerated twins, *American Journal of Physics* **57**, pp. 791–793, 1989. Cited on pages 44 and 48.

**50** J. M. Supplee, Relativistic buoyancy, *American Journal of Physics 57* **1**, pp. 75–77, January 1989. Vedi anche G. E. A. Matsas, Relativistic Arquimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the 'submarine paradox', *Physical Review D* **68**, p. 027701, 2003, or arxiv.org/abs/gr-qc/0305106. Cited on page 44.

**51** La distinzione fu pubblicata per la prima volta da J. Terrell, Invisibility of Lorentz contraction, *Physical Review* **116**, pp. 1041–1045, 1959, and R. Penrose, The apparent shape of a relativistically moving sphere, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **55**, pp. 137–139, 1959. Cited on page 45.

**52** G. R. Rybicki, Speed limit on walking, *American Journal of Physics* **59**, pp. 368–369, 1991. Cited on page 48.

**53** I primi esempi di queste osservazioni astronomiche furono forniti da A.R. Whitney & al., Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry, *Science* **173**, pp. 225–230, 1971, e da M.H. Cohen & al., The small-scale structure of radio

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres, *Astrophysical Journal* **170**, pp. 207–217, 1971. See also T. J. Pearson, S. C. Unwin, M. H. Cohen, R. P. Linfield, A. C. S. Readhead, G. A. Seielstad, R. S. Simon & R. C. Walker, Superluminal expansion of quasar 3C 273, *Nature* **290**, pp. 365–368, 1981. Una panoramica è data in J. A. Zensus & T. J. Pearson, editors, *Superluminal radio sources*, Cambridge University Press, 1987. Un'altra misura, usando l'interferometria a base molto ampia con onde radio, era mostrata nella copertina di *Nature*: I. F. Mirabel & L. F. Rodrìguez, A superluminal source in the galaxy, *Nature* **371**, pp. 46–48, 1994. Un esempio più recente è riportato in *Science News* **152**, p. 357, 6 December 1997.

Spiegazioni pedagogiche sono riportate in D. C. Gabuzda, The use of quasars in teaching introductory special relativity, *American Journal of Physics* **55**, pp. 214–215, 1987, and by Edwin F. Taylor & John A. Wheeler, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992, pages 89-92. Questo eccellente libro è già stato menzionato nel testo. Cited on page 50.

**54** O. M. Bilaniuk & E. C. Sudarshan, Particles beyond the light barrier, *Physics Today* **22**, pp. 43–51, 1969, and O. M. P. Bilaniuk, V. K. Deshpande & E. C. G. Sudarshan, 'Meta' relativity, *American Journal of Physics* **30**, pp. 718–723, 1962. Vedi anche E. Recami, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, Amsterdam, 1978. Cited on page 51.

**55** J. P. Costella, B. H. J. McKellar, A. A. Rawlinson & G. J. Stephenson, The Thomas rotation, *American Journal of Physics* **69**, pp. 837–847, 2001. Cited on page 52.

**56** Vedi per esempio S. S. Costa & G. E. A. Matsas, Temperature and relativity, preprint available at arxiv.org/abs/gr-qc/9505045. Cited on page 53.

**57** R. C. Tolman & G. N. Lewis, The principle of relativity and non-Newtonian mechanics, *Philosophical Magazine* **18**, pp. 510–523, 1909, e R. C. Tolman, Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body, *Philosophical Magazine* **23**, pp. 375–380, 1912. Cited on page 53.

**58** S. Rainville, J. K. Thompson, E. G. Myers, J. M. Brown, M. S. Dewey, E. G. Kessler, R. D. Deslattes, H. G. Börner, M. Jentschel, P. Mutti & D. E. Pritchard, World year of physics: a direct test of $E = mc^2$, *Nature* **438**, pp. 1096–1097, 2005. Cited on page 58.

**59** Questa informazione è tratta da una comunicazione privata di Frank DiFilippo; parte della storia è riportata in F. DiFilippo, V. Natarajan, K. R. Boyce & D. E. Pritchard, Accurate atomic masses for fundamental metrology, *Physical Review Letters* **73**, pp. 1481–1484, 1994. Queste misure sono state effettuate con le trappole di Penning; una recensione delle possibilità che offrono è data da R. C. Thompson, Precision measurement aspects of ion traps, *Measurement Science and Technology* **1**, pp. 93–105, 1990. Gli esperimenti più importanti nel campo della levitazione di singole particelle sono stati premiati con il Premio Nobel nel 1989. Uno dei discorsi del Premio Nobel può essere letto in W. Paul, Electromagnetic traps for neutral and charged particles, *Reviews of Modern Physics* **62**, pp. 531–540, 1990. Cited on page 58.

**60** J. L. Synge, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp. 208–213. Altri studi sulle antiparticelle nella relatività speciale possono essere trovati in J. P. Costella, B. H. J. McKellar & A. A. Rawlinson, Classical antiparticles, *American Journal of Physics* **65**, pp. 835–841, 1997. Vedi anche Ref. 75. Cited on page 59.

**61** A. Papapetrou, Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik, *Praktika Acad. Athenes* **14**, p. 540, 1939, and A. Papapetrou, Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der Diracschen Theorie, *Praktika Acad. Athenes* **15**, p. 404, 1940. Vedi anche M. H. L. Pryce, The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

with the quantum theory of elementary particles, *Proceedings of the Royal Society in London, A* **195**, pp. 62–81, 1948. Cited on page 61.

**62** I riferimenti precedenti alla formula di Einstein $E = mc^2$ sono: Tolver Preston, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J. H. Poincaré, La théorie de Lorentz et le principe de réaction, *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles* **5**, pp. 252–278, 1900, O. De Pretto, Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo, *Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti* **tomo LXIII**, parte 2, pp. 439–500, Febbraio 1904, F. Hasenöhrl, *Berichte der Wiener Akademie* **113**, p. 1039, 1904, F. Hasenöhrl, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern, *Annalen der Physik* **15**, pp. 344–370, 1904, F. Hasenöhrl, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung, *Annalen der Physik* **16**, pp. 589–592, 1905. Hasenöhrl morì nel 1915, De Pretto nel 1921. Tutte queste pubblicazioni sono state pubblicate prima del famoso lavoro di Albert Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?, *Annalen der Physik* **18**, pp. 639–641, 1905. Cited on page 63.

**63** Un gioello tra i testi sulla relatività speciale è il libretto di Ulrich E. Schröder, *Spezielle Relativitètstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Thun, 1981. Cited on pages 66 and 68.

**64** Un bell'articolo che include una fotocopia di una lettera di Einstein che discute questo punto è Lev B. Okun, The concept of mass, *Physics Today*, pp. 31–36, June 1989. L'argomento non è privo di controversia, come dimostrano le lettere dei lettori provocate dall'articolo; esse si trovano in *Physics Today*, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. L'argomento è fonte di dibattiti ancora oggi. Cited on page 68.

**65** Christian Møller, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. Questo testo classico è stato tradotto in numerose lingue. Cited on page 68.

**66** P. Ehrenfest, Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie, *Physikalische Zeitschrift* **10**, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest suggerisce (sbagliando) che ciò significa che la relatività non può essere corretta. Una recente sintesi del problema può essere trovata in M. L. Ruggiero, The relative space: space measurements on a rotating platform, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. Cited on page 69.

**67** R. J. Low, When moving clocks run fast, *European Journal of Physics* **16**, pp. 228–229, 1995. Cited on pages 74 and 75.

**68** G. Stephenson & C. W. Kilmister, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. Vedi anche W. N. Matthews, Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments, *American Journal of Physics* **73**, pp. 45–51, 2005. Cited on page 76.

**69** L'impossibilità di definire sistemi di coordinate rigide per osservatori in accelerazione non uniforme è discussa da Charles Misner, Kip Thorne & John A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, p. 168, 1973. Cited on page 77.

**70** E. A. Desloge & R. J. Philpott, Uniformly accelerated reference frames in special relativity, *American Journal of Physics* **55**, pp. 252–261, 1987. Cited on page 77.

**71** R. H. Good, Uniformly accelerated reference frame and twin paradox, *American Journal of Physics* **50**, pp. 232–238, 1982. Cited on pages 78, 79, and 82.

**72** Dwayne Hamilton, The uniformly accelerated reference frame, *American Journal of Physics* **46**, pp. 83–89, 1978. Cited on page 79.

**73** La migliore e più economica raccolta di formule matematiche rimane quella di K. Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960. Cited on page 79.

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

**74** C. G. Adler & R. W. Brehme, Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitation field, *American Journal of Physics* **59**, pp. 209–213, 1991. Cited on page 79.

**75** Vedi per esempio le eccellenti note di D. J. Raymond, A radically modern approach to freshman physics, sul sito www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html. Cited on pages 80 and 93.

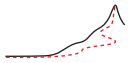
**76** L. Mishra, The relativistic acceleration addition theorem, *Classical and Quantum Gravity* **11**, pp. L97–L102, 1994. Cited on page 80.

**77** Edward A. Desloge, The gravitational red-shift in a uniform field, *American Journal of Physics* **58**, pp. 856–858, 1990. Cited on page 82.

**78** Uno degli ultimi di questi discutibili esperimenti è T. P. Krisher, L. Maleki, G. F. Lutes, L. E. Primas, R. T. Logan, J. D. Anderson & C. M. Will, Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards, *Physical Review D* **42**, pp. 731–734, 1990. Cited on page 84.

**79** H. C. Ohanian, The role of dynamics in the synchronization problem, *American Journal of Physics* **72**, pp. 141–148, 2004. Cited on page 84.

**80** Edwin F. Taylor & A. P. French, Limitation on proper length in special relativity, *American Journal of Physics* **51**, pp. 889–893, 1983. Cited on page 85.



Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

# INDICE DEI NOMI

A

ADLER

I numeri di pagina in *corsivo* indicano pagine dove la persona è presentata in maggiore dettaglio.


**A**
Adler, C.G. 95
Ahmad, Q.R. 91
Alspector, J. 89
Alvèger, T. 89
Anderson, J.D. 95
Antonini, P. 90, 91
Aristarco di Samo 16, 88
Aristotle 88

**B**
Baggett, N. 89
Bailey, J. 91
Bailey, J.M. 89
Bartocci, Umberto 64
Bateman, H. 91
Behroozi, C.H. 90
Besso, Michele 63
Bilaniuk, O.M. 93
Bilaniuk, O.M.P. 93
Blau, Stephen 38
Bohr, Niels 20
Bondi, Hermann 90
Boughn, S.P. 92
Boyce, K.R. 93
Bradley 15
Bradley, James 15
Braxmeier, C. 90
Brecher, K. 89
Brehme, R.W. 95
Brown, J.M. 93
Börner, H.G. 93

**C**
Cassini, Giovanni 15
CERN 56
Clerk Maxwell, James 35
Cohen, M.H. 92, 93
Copernicus, Nicolaus 16
Costa, S.S. 93
Costella, J.P. 93

**D**
De Pretto, Olinto 63
Deshpande, V.K. 93
Deslattes, R.D. 93
Desloge, E.A. 94
Dewey, M.S. 93
Dietze, H. 90
DiFilippo, F. 93
DiFilippo, Frank 93
Doppler, Christian 25
Dragon, Norbert 45, 46
Duguay 17
Duguay, M.A. 88
Dumont, Jean-Paul 88
Dutton, Z. 90

**E**
Eckstein, G. 91
Ehrenfest, P. 94
Einstein, Albert 19, *20*, 21, 22, 36, 52, 58, 62, 89, 94
Empedocle 13
Eshelby, J. 90

**F**
Farley, F.J.M. 89
Fitzgerald, George F. 35
Fizeau, Hippolyte 16
Fowler, E.C. 89
Frank, F.C. 90
French, A.P. 95
Frenkel, J. 90
Frercks, J. 88
Frercks, Jan 16
Frisch, D.H. 92
Fukuda, Y. 91
Fölsing, Albrecht 89

**G**
Gabuzda, D.C. 93
Galilei, Galileo 15
Gearhart, R. 91
Giltner, D.M. 90
Good, R.H. 94
Gruber, C. 92
Gruber, Christian 44
Guiragossian, Z.G.T. 91
Gutfreund, Hanoch 89
Göklü, E. 90

**H**
Hafele, J.C. 92
Hall, D.B. 92
Halley, Edmund 15
Hanns Ruder 45
Harris, S.E. 90
Harvey, A. 92
Hasenöhrl, F. 94
Hasenöhrl, Friedrich 63
Hentig, Hartmut von 7
Hestenes, D. 92
Hipparchos 16
Hirth, J.P. 91
Huygens, Christiaan 15


Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

**I**
Ives, H.E. 89

**J**
Jentschel, M. 93
Johnson, Samuel *88*

**K**
Kalbfleisch, G.R. 89
Kapuścik, E. 91
Keating, R.E. 92
Kennedy, R.J. 89
Kessler, E.G. 93
Kilmister, C.W. 94
Kjellman, J. 89
Kontorowa, T. 90
Krisher, T.P. 95

**L**
Langevin, Paul 63
Laue, Max von 70
Leibfried, G. 90
Lewis, G.N. 93
Liebscher, Dierck-Ekkehard 90
Linfield, R.P. 93
Lintel, Harald van 44
Logan, R.T. 95
Lorentz, H.A. 91
Lorentz, Hendrik Antoon 31, 35
Lothe, J. 91
Low, R.J. 94
Luke, Lucky 28
Lutes, G.F. 95

**M**
Mainwaring, S.R. 91
Maleki, L. 95
Mason, W.P. 90
Matsas, G.E.A. 92, 93
Matthews, W.N. 94
Mattick 17
Mattick, A.T. 88
Mattick, Tom 17
McGowan, R.W. 90
McKellar, B.H.J. 93
Michelson, A.A. 91
Michelson, Albert Abraham 31
Minkowski, Hermann 35, 36
Mirabel, I.F. 93
Mishra 80
Mishra, L. 95
Misner, Charles 94
Mlynek, J. 90
Mokros, Nicolai 45, 46
Morley, E.W. 91
Morley, Edward William 31
Murray, J.J. 91
Mutti, P. 93
Myers, E.G. 93
Møller, Christian 94
Müller, H. 90

**N**
Natarajan, V. 93

**O**
Ohanian, H.C. 95
Ohanian, Hans 84
Okhapkin, M. 90, 91
Ovidio, in full Publius Ovidius Naro 18

**P**
Papapetrou, A. 93
Paul, W. 93
Pauli, Wolfgang 52
Pearson, T.J. 93
Penrose, R. 92
Perkins, D.H. 91
Peters, A. 90
Philpott, R.J. 94
Planck, Max 52, 67, 71
Poincaré, Henri 21, 35, 63
Poincaré, J.H. 94
Poincarè, Henri 33
Pradl, O. 90
Preston, Tolver 63
Pretto, Olinto De 20, 89
Primas, L.E. 95
Pritchard, D.E. 93
Pritchard, David 58
Pryce, M.H.L. 93

**R**
Rainville, S. 93
Rawlinson, A.A. 93
Raymond, D.J. 95
Readhead, A.C.S. 93
Recami, E. 93
Rindler, W. 91, 92
Rindler, Wolfgang 90
Ritz 89
Rodrìguez, L.F. 93
Rømer, O.C. 88
Rømer, Ole C. *15*
Rossi, B. 92
Rothbart, G.B. 91
Rothenstein, B. 91
Rottmann, K. 94
Ruggiero, M.L. 94
Russell, Bertrand 71
Rybicki, G.R. 92

**S**
Sastry, G.P. 92
Scarcelli, G. 90
Schaefer, B.E. 89, 90
Schiller, P. 90
Schiller, S. 90, 91
Schiller, Stephan 31, 32
Schucking, E. 92
Searle, Anthony 45
Seeger, A. 90
Seielstad, G.A. 93
Selig, Carl 89
Shaw, R. 92
Sheldon, E. 92
Shih, Y. 90
Simon, R.S. 93
Smith, J.B. 92
Stark, Johannes 26
Stedman, G.E. 91
Stephenson, G. 94
Stephenson, G.J. 93
Stilwell, G.R. 89
Stodolsky, Leo 91
Sudarshan, E.C. 93
Sudarshan, E.C.G. 93
Supplee, J.M. 92
Synge, J.L. 93

**T**
Terrell, J. 92
Thomas, Llewellyn 52
Thompson, J.K. 93

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Thompson, R.C. 93
Thorndike, E.M. 89
Thorne, Kip 94
Tolman, R.C. 93
Tuinstra, F. 88

**U**
Unwin, S.C. 93

**V**
Valencia, A. 90
Voigt, Woldemar 35

**W**
Walker, R.C. 93
Wallin, I. 89
Weiskopf, Daniel 45, 47
Whitney, A.R. 92
Will, C. 89
Will, C.M. 95

**Y**
Yearian, M.R. 91

**Z**
Zeeman, Pieter 31
Zensus, J.A. 93





Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

# INDICE DEI SOGGETTI

I numeri di pagina in *corsivo* indicano pagine dove la voce è definita or presentata in dettaglio.


**Symbols**
3-vettori *64*
4-accelerazione *66*
4-coordinate 36, *64*, *65*
4-jerk *66*
4-momento *67*
4-momento angolare *70*
4-velocità *65*
4-vettore *64*, *66*
4-vettore d'onda *70*
4-vettore dell'energia-momento *67*

**A**
aberrazione *15*, 45
acausali *38*
accelerazione *91*
accelerazione propria *66*
accelerazione relativistica *66*, *75*
accelerazione uniforme *78*
accelerazione, composizione 80
albero 61, 82
altoparlante 19
antimateria *61*
autobus, miglior posto in 48

**B**
bassa velocità 62
biliardo 55
blue shift 25
body, rigid 85
bomba 57
boost *35*
boost di Lorentz *73*
boosts, concatenazione di 52
bradioni *61*
buio 50
buio, velocità del 49

**C**
cappelli grigi 48
causa ed effetto 37
causalità e velicità massima 38
centro di massa *61*
CERN 91
challenges 13–17, 19, 22–25, 27–34, 36, 38, 39, 41–45, 47–51, 53–61, 63, 66, 68–87
chiamata orizzonte degli eventi *81*
cinematica relativistica *33*
collana di perle 47
collisione *59*
connessione causale 38
cono di luce del passato *37*
contenitore *36*
contrazione della lunghezza 44
contrazione relativistica *34*
convenzione di tipo spaziale *64*
convenzione di tipo temporale *64*
coraggio 22
corpi solidi non esistono 85
correzione relativistica *34*
coseno iperbolico *79*
cosmonauta 33
costante $k$ di Boltzman 52
crackpots 29, 91

**D**
dieta 58
difetto di massa chimica *58*
dilatazione temporale *42*
dilatazioni *73*
dimensione, quarta 36
disco di musica in vinile 50
dislocazioni *28*
distanza propria *65*
distanze righello *77*
donne 29
Draconis, Gamma 15

**E**
effetto Doppler *25*, 45, 82
effetto giovinezza 42
effetto search-light *45*
effetto Stark *26*
elettrone *13*
elettrone, raggio 86
elio 13
energia *57*
energia cinetica relativistica 57, 67
energia libera 58
energia limitata verso il basso 68
energia oscura *58*
energia potenziale 68
energia potenziale nella relatività *68*
energia potenziale, relativistica 68
energia, non ancora scoperta 58
equivalenza massa–energia 58


Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

E

ERBA

erba 34
etere 91
età dell'universo 62
eventi 36

**F**
fantascienza 58
fase di un onda *71*
fattore di dilatazione temporale *24*
fattore di scala *72*
fattore stretch *34*
finestra 50
forbice 49
forma 44
formula composta della velocità *31*
fretta 72

**G**
genio *20*
grigi, capelli 48
gruppo conforme 73, 74

**H**
Hollywood, film di 72

**I**
impatto *59*
inerziale *33*
interferometro *31*
intervallo *65*
intervallo spazio-temporale *36*
invarianza conforme *73*, 74
invarianza della velocità della luce 73
invecchiamento massimo *72*
inversione *73*
Io 15
ipersuperficie *74*

**J**
jerk relativistico *66*

**L**
Large Electron Positron ring 28
laser, misura della distanza della Luna 88
latte 17
legge di pigrizia cosmica *71*
LEP 28
linea di universo *37*, *38*
Linux 17
livelli delle sfide 9
luce 24
luce, accelerazione 24
luce, can massa 25
luce, non frenabile 25
luce, pesare la *58*
luce, polarizzazione longitudinale 25
Luna, misura della distanza con laser 88
lunghezza propria 42

**M**
machina del tempo 41
mano 61
marcia olimpica 48
massa a riposo *68*
massa imaginaria 60
massa relativistica *68*
massa, centro di *61*
massa, difetto 58
materia oscura *58*
material systems 86
memoria 38
metrica *64*, *72*
misure della velocità 73
momento 67
momento angolare come tensore 70
momento relativistico *55*
montagna 61
moto iperbolico *79*
moto non esiste 36
moto non frenabile 25
moto non perturbato *13*
moto più veloce della luce 50
moto superluminal in collisioni 60
moto superluminale per osservatori accelerati 83
moto, superluminale 50
motocicletta 85
muoni *91*, 92

**N**
nave 15
neutrini 30, 72
neutrino 91
numero imaginario *60*

**O**
odometro 65
oggetti reali *60*
oggetti virtuali *60*
ombra *13*
ombra, velocità 28
ombra, velocità dell' 49
ombre 50
ombre e radiazioni 13
ombre, velocità delle 18
ombrelli 15
onde nella relatività 70
onde sonore 26
ordine parziale *38*
Orione 59
orizzonte, più veloce della luce 50
orologi, sincronizzazione 23, 27

**P**
π 69
paradosso degli orologi *40*
paradosso dei gemelli *40*
paradosso della collana di perle *47*
paradosso di Ehrenfest *69*
particella ultrarelativistica *68*
particelle con massa *25*
particelle elementari, dimensioni 86
pesare la luce 58
pool, game of 55
porte, sensori per aprire 27
potenza *68*
precessione di Thomas *52*
precisione 29
presente *37*
principio di relatività *33*
propria, accelerazione 76

**Q**
quanto d'azione 71

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

Q
QUARTA

quarta dimensione *35*
quarta dimensione nella relatività 36
quasar *50*

**R**
radar *27*
radiazione *13*, 86
radiazione cosmica *41*
radiazione di Vavilov–Čerenkov *22*
raggi α *13*
raggi β *13*
raggi canale *13*
raggi catodici *13*
raggi cosmici 61
raggi γ *13*
raggi gamma 19
raggi infrarossi *13*
raggi ultravioletti *13*
raggi X *13*
raggio *13*
rapidità *30*
reazioni chimiche 58
red-shift 25
relatività generale, teoria della *21*
relatività speciale, teoria della *21*
relazione d'indeterminazione, relativistica 86
rettilineità 13
rettilineo *78*
rigidità 44

**S**
saggio, vecchio 71
sasso 61
satellite Voyager 16
satelliti galileiani 15
secante iperbolica *81*
sedia come macchina del tempo 41
seno iperbolico *79*
sfide, livelli di 9
sfondo *36*
simmetria d'inversione 73
sincronizzazione degli orologi *27*
sincronizzazione di orologi 23
sistema di riferimento *77*
sistema inerziale di riferimento *33*
sistema rigido di coordinate *77*
sistemi accelerati *77*
snooker 55
snowboard 43
snowboarder, relativistico 43
solido, limite di accelerazione *85*
sottomarino relativistico 44
spaziale 65
spazio, assoluto 32, 33
spazio-tempo *35*
spazio-tempo di Minkowski 36
speed of sound, values 85
spostamento verso il rosso *27*
stalagmiti 16
studio, metodo migliore *7*

**T**
tachione *51*, 51, *60*
tachione, massa 60
tachioni 60, *86*
tangente iperbpolica *81*
teletrasporto 54
televisore 29
temperatura, relativistica 53
tempo *38*
tempo dell'orologio da polso *36*
tempo proprio *36*, *65*
tempo, assoluto 32, 33
temporale 65
teorema della composizione per le accelerazioni *80*
termodinamica, secondo principio della 38
Terra, contrazione della lunghezza 42
tipo luce *38*
tipo spazio *38*
tipo tempo *38*
transformation, conformal *47*
transformazioni conforme *73*
translazione *73*
trappola di Penning *58*
trasformazioni conformi speciali *73*
trasformazioni di Lorentz dello spazio e del tempo *35*
tunnel 50

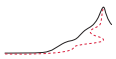
**U**
ultrarelativistica, particella 68
universo, basse velocità 62
UNIX 17

**V**
varietà 36
velocità del buio 49, *50*
velocità della luce di andata e ritorno *84*
velocità della luce di sola andata *84*
velocità della luce variabile, teorie con 87
velocità delle stalle, misura della 27
velocità di ombre *50*
velocità perfetta 14
velocità propria *39*
velocità relativa 69
velocità relativistica *65*
velocità superiore a quella della luce 69
velocità, propria *39*
vettore nullo *66*, 71
vettori nulli 65
viaggiare nel passato 38
viaggio nel tempo 40
vuoto 73

Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010

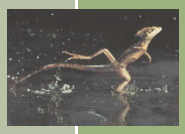


Il Monte del Moto – L'avventura della fisica disponibile gratis su www.motionmountain.eu Tradotto da Alessandro Gori Copyright © Christoph Schiller June 2010



# MOTION MOUNTAIN

## L' Avventura della Fisica



Perché esistono il moto e il cambiamento?
Come si forma un'arcobaleno?
Qual'è il viaggio più fantastico possibile?
Il vuoto è veramente vuoto?
Come si possono levitare gli oggetti?
A che distanza tra due punti diventa impossibile
trovare posto per un terzo in mezzo a loro?
Cosa significa 'quantistico'?
Quali problemi in fisica sono ancora aperti?

Rispondendo a queste ed altre domande,
il testo dà un' introduzione alla fisica
moderna che diverte, sbalordisce,
sorprende e sfida – in ogni pagina.

Prendendo lo spunto dalla vita di tutti i giorni,
l'avventura introduce i più recenti risultati in
meccanica, termodinamica, elettrodinamica, relatività,
teoria dei quanti, gravità quantistica e unificazione.
È scritto per giovani studenti e per
ogni persona che si interessa alla fisica.

Christoph Schiller, dottore in fisica dell' Université
Libre de Bruxelles, ha più di 25 anni di esperienza
nella presentazione di temi di fisica.

ISBN 978-3-00-021946-7
9 783000 219467

disponibile gratuitamente su www.motionmountain.eu